مشق 4.1

-1 مشترک جزو ضربی کی شناخت کر کے تجزی کریں۔

(i) $6x + 12$

حل: $6x + 12$

$= 6(x + 2)$

(ii) $\mathbf{15y^2 + 20y}$

حل: $15y^2 + 20y$

$= 15y(3y + 4)$

(iii) $\mathbf{-12x^2 - 3x}$

حل: $-12x^2 - 3x$

$= -3x(4x + 1)$

(iv) $\mathbf{4a^2b + 8ab^2}$

حل: $4a^2b + 8ab^2$

$= 4ab(a + 2ab)$

(v) $\mathbf{xy - 3x^2 + 2x}$

حل: $xy - 3x^2 + 2x$

$= x(y - 2x + 2)$

(vi) $\mathbf{3a^2b - 9ab^2 + 15ab}$

حل: $3a^2b - 9ab^2 + 15ab$

$= 3ab(a - 3b + 5)$

www.ilmkidunya.com

2- تجزی کریں۔

(i) $5x + 15$

حل: $5x + 15$

$= 5(x + 3)$

(ii) $x^2 + 4x + 3$

حل: $x^2 + 4x + 3$

$= x^2 + 3x + x + 3$

$= x(x + 3) + 1(x + 3)$

$= (x + 3)(x + 1)$

(iii) $x^2 + 6x + 8$

حل: $x^2 + 6x + 8$

$= x^2 + 4x + 2x + 8$

$= x(x + 4) + 2(x + 4)$

$= (x + 4)(x + 2)$

(iv) $x^2 + 4x + 4$

حل: $x^2 + 4x + 4$

$= x^2 + 2x + 2x + 4$

$= x(x + 2) + 2(x + 2)$

$= (x + 2)(x + 2)$

$= (x + 2)^2$

3- تجزی کریں۔

(i) $x^2 + x + 12$

حل: $x^2 + x - 12$

$= x^2 + 4x - 3x - 12$

$= x(x + 4) - 3(x + 4)$

$= (x + 4)(x - 3)$

www.ilmkidunya.com

(ii) $x^2 + 7x + 10$

حل: $x^2 + 7x + 10$

$= x^2 + 5x + 20 + 10$

$= x(x + 5) + 2(x + 5)$

$= (x + 5)(x + 2)$

(iii) $6x + 8x^2 -$

حل: $x^2 - 6x + 8$

$= x^2 - 4x - 2x + 8$

$= x(x - 4) - 2(x - 4)$

$= (x - 4)(x - 2)$

(iv) $x^2 - x - 56$

حل: $x^2 - x - 56$

$= x^2 - 8x - 7x - 56$

$= x(x - 8) + 7(x - 8)$

$= (x - 8)(x + 7)$

(v) $x^2 - 10x - 24$

حل: $x^2 - 10x - 24$

$= x^2 - 12x + 2x - 24$

$= x(x - 12) + 2(x - 12)$

$= (x - 12)(x + 2)$

(vi) $y^2 + 4y - 12$

حل: $y^2 + 4y - 12$

$= y^2 + 6y - 2y - 12$

$= y(y + 6) - 2(y + 6)$

$= (y + 6)(y - 2)$

www.ilmkidunya.com

$y^2 + 13y + 36$ (vii)

حل: $y^2 + 13y + 36$

$= y^2 + 9y + 4y + 36$

$= y(y + 9) + 4(y + 9)$

$= (y + 9)(y + 4)$

$x^2 - x - 2$ (viii)

حل: $x^2 - x - 2$

$= x^2 - 2x + x - 2$

$= x(x - 2) + 1(x - 2)$

$= (x - 2)(x + 1)$

4- تجزیہ کریں۔

$2x^2 + 7x + 3$ (i)

حل: $2x^2 + 7x + 3$

$= 2x^2 + 6x + x + 3$

$= 2x(x + 3) + 1(x + 3)$

$= (x + 3)(2x + 1)$

$2x^2 + 11x + 15$ (ii)

حل: $2x^2 + 11x + 15$

$= 2x^2 + 6x + 5x + 15$

$= 2x(x + 3) + 5(x + 3)$

$= (x + 3)(2x + 5)$

$4x^2 + 13x + 3$ (iii)

حل: $4x^2 + 13x + 3$

www.ilmkidunya.com

$= 4x^2 + 12x + x + 3$

$= 4x(x + 3) + 1(x + 3)$

$= (x + 3)(4x + 1)$

$3x^2 + 5x + 2$ (iv)

حل: $3x^2 + 5x + 2$

$= 3x^2 - 3x + 2x + 2$

$= 3x(x + 1) + 2(x + 1)$

$= (x + 1)(3x + 2)$

$3y^2 + 11y + 6$ (v)

حل: $3y^2 - 11y + 6$

$= 3y^2 - 9y - 2y + 6$

$= 3y(y - 3) - 2(y - 3)$

$= (y - 3)(3y - 2)$

$2y^2 - 5y + 2$ (vi)

حل: $2y^2 - 5y + 2$

$= 2y^2 - 4y - y + 2$

$= 2y(y - 2) - 1(y - 2)$

$= (y - 2)(2y - 1)$

$4z^2 - 11z + 6$ (vii)

حل: $4z^2 - 11z + 6$

$= 4z^2 - 8z - 3z + 6$

$= 4z(z - z) - 3(z - z)$

$= (z - 2)(4z - 3)$

$6 + 7x - 3x^2$ (viii)

حل: $6 + 7x - 3x^2$

www.ilmkidunya.com

$$= -3x^2 + 7x + 6$$
$$= -3x^2 + 9x - 2x + 6$$
$$= 3x(x-3) - 2(x-3)$$
$$= (x-3)(-3x-2)$$
$$\Rightarrow \quad (3-x)(3x+2)$$

مشق 4.2

-1 درج ذیل جملوں کی تجزی کریں:

(i) $\mathbf{4x^4 + 81y^4}$

حل: $4x^4+81y^4$

$$= (2x^2)^2 + (90y^2)^2 + 2(x^2) - 2(2x^2)(9y^2)$$
$$= (2x^2 + 9y^2)^2 - 36x^2y^2$$
$$= (2x^2 + 9y^2) - (6xy)^2$$
$$= (2x^2 + 9y^2 - 6xy)(2x^2 + 9y^2 + 6xy)$$
$$= (2x^2 - 6xy + 9y^2)(2x^2 + 6xy + 9y^2)$$

(ii) $\mathbf{a^4 + 64b^4}$

حل: $a^4 + 64b^4$

$$= (a^2)^2 + (8b^2)^2 + 2(a^2)(8b^2) - 2(a^2)(8b^2)$$
$$= (a^2 + 8b^2)^2 - 16a^2b^2$$
$$= (a^2 + 8b^2)^2 - (4ab)^2$$
$$= (a^2 + 8b^2 - 4ab)(a^2 + 8b^2 + 4ab)$$
$$= (a^2 - 4ab + 8b^2)(a^2 - 4ab + 8b^2)$$

(iii) $\mathbf{x^4 + 4x^2 + 16}$

حل: $x^4 + 4x^2 + 16$

www.ilmkidunya.com

$$= (x^2)^2 + (4)^2 + 2(x^2)(4) - 2(x^2)(4) + 4x^2$$
$$= (x^2 + 4)^2 - 8x^2 + 4x^2$$
$$= (x^2 + 4)^2 - 4x^2$$
$$= (x^2 + 4)^2 - (2x)^2$$
$$= (x^2 + 4 - 2x)(x^2 + 4 + 2x)$$
$$= x^2 - 2x + 4)(x^2 + 2x + 4)$$

$x^4 - 14x^2 + 1$ (iv)

حل: $x^4 - 14x^2 + 1$

$$= (x^2)^2 + (1)^2 + 2(x^2)(1) - 2(x^2)(1) - 14x^2$$
$$= (x^2 + 1)^2 - 2x^2 - 14x^2$$
$$= (x^2 + 1)^2 - (4x)^2$$
$$= (x^2 + 1 - 4x)(x^2 + 1 + 4x)$$
$$= (x^2 - 4x + 1)(x^2 + 4x + 1)$$

$x^4 - 30x^2y^2 + 9y^4$ (v)

حل: $x^4 - 30x^2y^2 + 9y^4$

$$= (x^2)^2 + (3y^2)^2 + 2(x^2)(3y^2) - 2(x^2)(3y^2) - 30x^2y^2$$
$$= (x^2 + 3y^2)^2 + 6x^2y^2 - 30x^2y^2$$
$$= (x^2 + 3y^2)^2 - (6xy)^2$$
$$= (x^2 + 3y^2 - 6xy)(x^2 + 3y^2 + 6xy)$$

$x^4 - 7x^2y^2 + y^4$ (vi)

حل: $x^4 - 7x^2y^2 + 7x^2y^2$

$$= (x^2)^2 + (y^2)^2 + 2(x^2)(y^2) - 2(x^2)(y^2) - 7x^2y^2$$
$$= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 - 7x^2y^2$$

www.ilmkidunya.com

$$= (x^2 + y^2)^2 - 9x^2y^2$$
$$= (x^2 + y^2)^2 - (3xy)^2$$
$$= (x^2 + y^2 - 3xy)(x^2 + y^2 + 3xy)$$
$$= (x^2 - 3xy + y^2)(x^2 + 3xy + y^2)$$

2- درج ذیل جملوں کی تجزی کریں:

(i) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1)$

حل: $)(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1$

$$= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)+1$$
$$= (x^2+4x+x+4)(x^2+3x+2x+6)+1)$$
$$= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1)$$

فرض کیا: $x^2+5=y$

$$= (y+4)(y+6)+1)$$
$$= y^2+6y+4y+24+1$$
$$= y^2+10y+25$$
$$= y^2+5y+5y+25$$
$$= (y+5)(y+6)$$
$$= (y+5)^2$$
$$= (x^2+5x+5)^2$$

(ii) $(x+2)(x-7)(x-4)(x-1)+17$

حل: $(x+2)(x-7)(x-4)(x-1)+17$

$$= (x^2-7x+2x-14)(x^2-x-4x+4)+17$$
$$= (x^2-5x-14)(x^2-5x+4)+17$$

فرض کیا: $x^2-5x=y$

$$= (y-14)(y+4)+17$$

www.ilmkidunya.com

$= y^2 + 4y - 14y - 56 + 17$

$= y^2 - 10y - 39$

$= y^2 - 13y + 3y - 39$

$= y(y - 13) + 3(y - 13)$

$= (y - 13)(y + 3)$

$= (x^2 - 5x - 13)(x^2 - 5x + 3)$

$(2x^2 + 7x + 3)(2x^2 + 7x + 5) + 1$ (iii)

حل: $(2x^2 + 7x + 3)(2x^2 + 7x + 5) + 1$

فرض کیا: $2x^2 + 7x = y$

$= (y + 3)(y + 5) + 1$

$= y^2 + 5y + 3y + 15 + 1$

$= y^2 + 8y + 16$

$= y^2 + 4y + 4y + 16$

$= y(y + 4) + 4(y + 4)$

$= (y + 4)(y + 4)$

$= (2x^2 + 7x + 4)^2$

$(2x^2 + 5x + 3)(3x^2 + 5x + 5) + 3$ (iv)

حل: $(2x^2 + 5x + 3)(3x^2 + 5x + 5) + 3$

فرض کیا: $3x^2 + 5x = y$

$= (y + 3)(y + 5) - 3$

$= y^2 + 5y + 3y + 15 - 3$

$= y^2 + 8y + 12$

$= y^2 + 6y + 2y + 12$

$= y(y + 6) + 2(y + 6)$

$= (y + 6)(y + 2)$

www.ilmkidunya.com

$= (3x^2 5x + 6)(3x^2 + 5x + 2)$

(v) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6) - 3x^2$

حل: $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6) - 3x^2$

$= (x+1)(x+6)(x+2)(x+3) - 3x^2$

$= (x^2 + 6x + x + 6)(x^2 + 3x + 2x + 6) - 3x^2$

$= (x^2 + 6 + 7)(x^2 + 6 + 5x) - 3x^2$

فرض کیا: $x^2 + 6 = y$

$= (y + 7x)(y + 5x) - 3x^2$

$= y^2 + 5xy + 7xy + 35x^2 - 3x^2$

$= y^2 + 12xy + 32x^2$

$= y^2 + 8xy + 4xy + 32x^2$

$= y(y + 8x) + 4x(y + 8x)$

$= (y + 8x)(y + 4x)$

$= (x^2 + 6 + 8x)(x^2 + 6 + x)$

(vi) $(x+1)(x-1)(x+2)(x-2) - 16x^2$

حل: $(x+1)(x-1)(x+2)(x-2) - 16x^2$

$= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) - 16x^2$

$= (x^2 + 2x + +x + 2)(x^2 - 2x - x + 2) = 16x^2$

$= (x^2 + 2 + 3x)(x^2 + 2 - 3x) - 16x^2$

فرض کیا $x^2 + 2 = y$

$= (y + 3x)(y - 3x) - 16x^2$

$= y^2 - 3xy + 3xy - 9x^2 - 16x^2$

$= y^2 - 25x^2$

$= (y)^2 - (5x)^2$

www.ilmkidunya.com

$= (y - 5x)(y + 5x)$

$= (x^2 + 2 - 5x)(x^2 + 2 + 5x)$

$= (x^2 - 5x + 2)(x^2 + 5x + 2)$

-3 تجزی کریں۔

(i) $\mathbf{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1}$

حل: $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

$= (2x)^3 + 3(2x)^2(1) + 3(2x)(1)^2 + (1)^3$

$= (2x + 1)^2$

$= (2x + 1)(2x + 1)(2x + 1)$

(ii) $\mathbf{27a^3 + 108a^2b + 144ab^2 + 64b^3}$

حل: $27a^3 + 108a^2b + 144ab^2 + 64b^3$

$= (3a)^3 + 3(3a)^2(4b) + 3(3a)(4b)^2 + (4b)^3$

$= (3a + 4b)^3$

$= (3a + 4b)(3a + 4b)(3a + 4b)$

(iii) $\mathbf{x^3 + 18x^2y + 108xy^2 + 216y^3}$

حل: $x^3 + 18x^2y + 108xy^2 + 216y^3$

$= (x)^3 + 3(x)^2(6y) + 3(x)(6y)^2 + (6y)^3$

$= (x + 6y)^3$

$= (x + 6y)(x + 6y)(x + 6y)$

(iv) $\mathbf{8x^3 - 125y^3 + 150xy^2 - 60x^2y}$

حل: $8x^3 - 125y^3 + 150xy^2 - 60x^2y$

$= (2x)^3 - 3(2x)^2(5y) + 3(2x)(5y)^2 - (5y)^3$

$= (2x - 5y)^3$

$= (2x - 5y)(2x - 5y) \& (2x - 5y)$

www.ilmkidunya.com

4- تجزی کریں۔

(i) $125a^3 - 1$

حل: $125a^3 - 1$

$= (5a)^3 - (1)^3$

$= (5a - 1)[(5a)^2 + (5a)(1) + (1)^2]$

$= (5a - 1)(25a^2 + 5a + 1)$

(ii) $64x^3 + 125$

حل: $64x^3 + 125$

$= (4x)^3 + (5)6^3$

$= (4x = 5)[(4x)^2 - (4x)(5) + (5)^2]$

$= (4x + 5)(16x^2 + 20x + 25)$

(iii) $x^6 - 27$

حل: $x^6 - 27$

$= (x^2)^3 - (3)^3$

$= (x^2 - 3)[(x^2)^2 + (x^2)(3) + (3k)^2]$

$= (x^2 - 3)(x^4 + 3x^2 + 9)$

(iv) $1000a^3 + 1$

حل: $1000a^3 + 1$

$= (10a)^3 + (1)^3$

$= (10a + 1)[(100)^2 - (10a)(1) + (1)^2]$

$= (10a + 1)(100a^2 - 10a + 1)$

(v) $343x^3 + 216$

حل: $343x^3 + 216$

$= (7x)^3 + (6)^3$

www.ilmkidunya.com

$= (7x+6)[(7x)^2 - (yx)(6) + (6)^2]$

$= (7x+6)(49x^2 - 42x + 36)$

$27 - 512y^3$ (vi)

حل: $27 - 512y^3$

$= (3)^3 - (8y)^3$

$= (3-8y)[(3)^2 + (3)(8y) + (8y)^2]$

$= (3-8y)(9 + 24y + 64y^2)$

مشق 4.3

-1 عادا عظم بذریعہ تجزی معلوم کریں۔

$21x^2y, 35xy^2$ (i)

حل:

$21x^2y = 3 \cdot 7 \cdot x \cdot x \cdot y$

$35xy^2 = 5 \cdot 7 \cdot x \cdot y \cdot y$

عادا عظم $= 7xy$

$4x^2 - 9y^2, 2x62 - 3xy$ (ii)

حل: $4x^2 - 9y^2, 2x^2 - 3xy$

$= (2x)^2 - (3y)^2 = x(2x - 3y)$

$= (2x-3y)(2x+3y)$

مشترک اجزائے ضربی $= 2x - 3y$

عادا عظم $= 2x - 3y$

$x^2 + x + 1x^2 - 1$ (iii)

حل: $x^2 + x + 1x^2 - 1$

www.ilmkidunya.com

$= (x-1)[(x)^2 + (x)(1) + (1)^2]$

$= (x-1)(x^2 + x + 1)$

مشترک اجزائے ضربی $= x^2 + x + 1$

عادا عظم $= x^2 + x + 1$

$a^3 - 2a^2 - 3a, 2a^3 + 5a^2 - 3a$ (iv)

حل: $a^3 - 2a^2 - 3a, 2a^3 + 5a^2 - 3a$

$= a(a^2 + 2a - 3), a[2a^2 + 5a - 3]$

$= a[a^2 + 3a - a - 3]$, $= a[2a(a+3) - 1(a+3)]$

$= [a(a+3) - 1(a+3)]$, $= (a+3)(2a-1)$

$= a(a+3)(a-1)$

مشترک اجزائے ضربی $= a(a+3)$

عادا عظم $= a(a+3)$

$t^3 - 3t - 4, t^2 + 5t + 4, t^2 - 1$ (v)

حل: $= t^3 - 3t - 4, t^2 + 4t + t + 4, t^2 - 1$

$= t^2 - 4t + t - 4$, $= t(t+4) + 1(t+4)$, $= (t)^2 - (1)^2$

$= t(t-4) + 1(t-4)$

$= (t+4)(t+1)$, $= (t-1)(t+1)$

$= (t-4)(t+1)$

مشترک اجزائے ضربی $= (t+1)$

عادا عظم $= (t+1)$

$x^2 + 15 + 5b, x^2 + 5x - 24, x^2 + 8x$ (vi)

حل: $x^2 + 8x\ x^2 + 15 + 5b, x^2 + 5x - 24,$

www.ilmkidunya.com

$= x^2 + 8x + 7x + 56, x^2 + 8x - 3x - 24 = x(x+8)$

$= x(x+8) + 7(x+8), = x(x+8) - 3(x+8)$

$= (x+8)(x+7) = (x+8)(x-3)$

مشترک اجزائے ضربی $= (x+8)$

عاداعظم $= (x+8)$

-2 درج ذیل جملوں کا عاداعظم بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

(i) $27x^3 + 9x^2 - 3x - 10, 3x - 2$

حل:

$$\begin{array}{r} 9x^2 + 9x + 5 \\ 3x-2 \overline{)\ 27x^3 + 9x^2 - 3x - 10} \\ \underline{-27x^3 \mp 18x^2} \\ 27x^2 - 3x - 10 \\ \underline{27x^2 - 18x} \\ \mp \\ 15x - 10 \\ \underline{-15x \mp 10} \\ \mp \end{array}$$

پس، عاداعظم $= 3x - 2$

(ii) $x^3 - 9x^2 + 23x - 15, x^2 - 4x + 3$

حل: $x^3 - 9x^2 + 23x - 15, x^2 - 4x + 3$

$$\begin{array}{r} x - 5 \\ x^2-4x+3 \overline{)\ x^3 - 9x^2 + 23x - 15} \\ \underline{x^3 \mp 4x^2 \pm 3x} \\ \mp \\ -5x^2 + 20x - 15 \\ \underline{-5x^2 + 20x - 15} \\ \mp \end{array}$$

پس، عاداعظم $= x^2 - 4x + 3$

www.ilmkidunya.com

(iii) $2x^3 + 2x^2 + 2x + 2 , 5x^3 + 12x^2 + 6x + 12$

حل:

$$2x^3 + 2x^2 + 2x + 2 \overline{)\ 6x^3 + 12x^2 + 6x + 12\ (\ 3}$$
$$\underline{-\ 6x^3 \pm 6x^2 \pm 6x \pm 6}$$
$$6x^2 + 6$$
$$30\,(2x^2 + 2)$$

$$2x^2 + 2 \overline{)\ 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2\ (\ x + 1}$$
$$\underline{-\ 2x^3 \pm 2x}$$
$$2x^2 + 2$$
$$\underline{-\ 2x^2 \pm 2}$$
$$0$$

پس، عادا عظم $= 2x^2 + 2$

$$= 2(x^2 + 1)$$

(iv) $3x^2 - 6x \quad 2x^3 - 4x^2 - 16x , x^3 - 4x ,$

حل:

$$x^3 - 4x \overline{)\ 2x^3 - 4x^2 - 16x\ (\ 2}$$
$$\underline{-\ 2x^3 \quad + 8x}$$
$$-4x^2 - 8x$$
$$-4\,(x^2 + 2x)$$

www.ilmkidunya.com

$$
\begin{array}{r}
x-2 \\
x^2+2x \overline{)\,x^3-4x} \\
\underline{-x^3 \pm 2x^2} \\
-2x^2+4x \\
\underline{\mp 2x^2 \mp 4x} \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
3 \\
x^2+2x \overline{)\,3x^2-6x} \\
\underline{-3x^2 \pm 6x} \\
-12x \mid 2
\end{array}
$$

12 – مشترک اجزائے ضربی نہیں، اِس لیے ہم اِسے نظر انداز کرتے ہیں۔

$$
\begin{array}{r}
x+2 \\
x \overline{)\,x^2+2x} \\
\underline{-x^2} \\
2x \\
\underline{-2x} \\
0
\end{array}
$$

پس، x = عادِ اعظم

www.ilmkidunya.com

3۔ درج ذیل جملوں کا ذواضعاف اقل بذریعہ تجزی معلوم کریں۔

(i) $2a^2b, 4ab^2, 6ab$

حل:

$$2a^2b = 2 \cdot a \cdot a \cdot b$$
$$4ab^2 = 2 \cdot 2 \cdot a \cdot b \cdot b$$
$$6ab = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot b$$

مشترک اجزائے ضربی

$$= 2.a.b = 2ab$$

غیر مشترک اجزائے ضربی

$$= 2.3.a.b$$
$$= 6ab$$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

$$= 2ab \times 6ab$$
$$= 12a^2b^2$$

(ii) $x^2 + x, x^3 + x^2$

حل: $x^2 + x, x^2(x+1)$

$$= x(x+1) = (x.x(x+1)$$

مشترک اجزائے ضربی

$$= x(x+1)$$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= x$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

www.ilmkidunya.com

$= x(x+1) \times x$

$= x^2(x+1)$

(iii) $a^2 - 4a + 4 \ , \ a^2 - 2a$

حل: $a^2 - 4a + 4 \ , \ a^2 - 2a$

$= (a)^2 - 2(a)(2) + (2)^2$

$= a(a-2)$

$= (a-2)^2$

$= (a-2)(a-2)$

مشترک اجزائے ضربی $= (a-2)$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= (a-2)$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

$= (a-2) \times a(a-2)$

$= (a(a-2)^2$

(iv) $x^4 - 16 \ , \ x^3 - 4x$

حل: $x^4 - 16 \ , \ x^3 - 4x$

$= (x^2)^2 - (4)^2$ $= x(x^2-4)$

$= (x^2-4)(x^2+4)$

مشترک اجزائے ضربی $= (x^2-4)$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= x(x^2-4)$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

$= (x^2-4) \times (x^2+4)$

$= x(x^2-4)x^2+4)$

$= x(x^4-16)$

www.ilmkidunya.com

(v) $16-4x^2,\ x^2+x-6,4-x^2$

حل: $16-4x^2,\ x^2+x-6,4-x^2$

$=4(4-x^2),=x^2+3x-2x-6=2^2-x^2$

$=4[(2)^2-(x)^2]$

$=4(2-x)(2+x)=(x+3)(x-2),$

$=-(x+3)(2-x)$

مشترک اجزائے ضربی $=(2-x)$

غیر مشترک اجزائے ضربی

$=-4(x+2)(x+3)$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

$=(2-x)\times -4(x+4)(x+3)$

$=4(x-2)(x+2)(x+3)$

$=4(x^2-4)(x+3)$

4- دو کثیر رقمی جملوں کا عادا عظم $y-7$ اور ذواضعاف اقل $y^3-10y^2+11y+70$ ہے۔ اگر ایک کثیر رقمی جملہ $y^2-5y-14$ ہو تو دوسرا کثیر رقمی جملہ معلوم کریں۔

حل:

عادا عظم $=y-7$

ذواضعاف اقل $=y^3-10y^2+11y+70$

$P(y)=y^2-5y-14$

$q(x)=?$

www.ilmkidunya.com

$$p(y) \times q(x) = \text{عاد اعظم} \times \text{ذواضعاف اقل}$$

$$q(y) = \frac{\text{ذواضعاف اقل} \times \text{عاد اعظم}}{p(y)}$$

$$q(y) = \frac{(y-7)(y^3-10y^2+11y+70)}{y^2-5y-14}$$

$$= (y-y)(y-5)$$

$$\begin{array}{r|l} & y-5 \\ \hline y^2-5y+14 & y^3-10y^2+11y+70 \\ & -y^3 \mp 5y^2 \mp 14y \\ \hline & -5y^2+25y-70 \\ & 5y^2+25y+70 \\ & \mp \quad \mp \\ \hline \end{array}$$

$$q(p) = y^2 - 5y - 7y + 35$$

$$= y^2 - 12y + 35$$

5- دو کثیر رقمی جملوں $p(x)$ اور $q(x)$ کا ذواضعاف اقل عاد اعظم بالترتیب $36x^3(x+a)(x^3-a^3)$ اور $x^2(x-a)$ ہے۔ اگر $p(x) = 4x^2(x^2-a^2)$ ہو تو $q(x)$ معلوم کریں۔

حل:

$$\text{ذواضعاف اقل} = 36x^3(x+a)(x^3-a^3)$$

$$\text{عاد اعظم} = x^2(x-a)$$

$$p(x) = 4x^2(x^2-a^2)$$

$$q(x) = ?$$

www.ilmkidunya.com

$p(x) \times q(x) =$ عادا عظم $\times$ ذواضعاف اقل

$$q(x) = \frac{\text{عادا عظم} \times \text{ذواضعاف اقل}}{p(x)}$$

$$= \frac{36x^3(x+0(x^3-a^3)\times x^2(x-a)}{4x^2(x^2-a^2)}$$

$$= \frac{\cancel{36}^{9}\, x^3(x^3-a^3)(\cancel{x^2-a^2})\times \cancel{x^2}}{\cancel{4}\, \cancel{x^2}\,(\cancel{x^2-a^2})}$$

$$= 9x^3(x^3-a^3)$$

6- دو کثیر رقمی جملوں کا عادا عظم اور ذواضعاف اقل بالترتیب $(x+a)$ اور $12x^2(x+a)(x^2-a^2)$ ہو تو دونوں جملوں کی حاصل ضرب معلوم کریں۔

حل:

عادا عظم $= (x+a)$

ذواضعاف اقل $= 12x^2(x+a)(x^2-a^2)$

دونوں جملوں کا حاصل ضرب $= ?$

دو کثیر رقمی جملوں کا حاصل ضرب = عادا عظم $\times$ ذواضعاف اقل

$$= (x+a) \times 12x^2(x+a)(x^2-a^2)$$

$$= 12x^2(x^2-a^2)(x+a)^2$$

$$= 12x^2(x-a)(x+a)^3$$

www.ilmkidunya.com

مشق 4.4

-1 درج ذیل جملوں کا جذرالمربع بذریعہ تجزی معلوم کریں:

(i) $x^2 - 8x + 16$

حل: $x^2 - 8x + 16 = (x)^2 - 2(x)(4) + (4)^2$

$= (x - 4)^2$

طرفین کا جذرالمربع لینے سے

$\sqrt{x^2 - 8x + 16} = \sqrt{(x - 4)^2}$

$= \pm(x - 4)$

(ii) $9x^2 + 12x + 4$

حل: $9x^2 + 12x + 4$

$= (3x)^2 + 2(3x)(2) + (2)^2$

$= (3x + 2)^2$

طرفین کا جذرالمربع لینے سے

$\sqrt{9x^2 + 12x + 4} = \sqrt{(3x + 2)^2}$

$= \pm(3x + 2)$

(iii) $36a^2 + 84a + 4a$

حل: $36a^2 + 84a + 4a$

$= (6a)^2 + 2(6a)(7) + (7)^2$

$= (6a + 7)^2$

طرفین کا جذرالمربع لینے سے

$\sqrt{36a^2 + 84a + 4a} = \sqrt{(6a + 7)^2}$

$= \pm(6a + 7)$

www.ilmkidunya.com

(iv) $64y^2 - 32y + 4$

حل: $64y^2 - 32y + 4$

$= (8y)^2 - 2(8y)(2) + (2)^2$

$= (8y - 2)^2$

طرفین کا جذر المربع لینے سے

$\sqrt{64y^2 - 32y + 4} = \sqrt{(8y - 2)^2}$

$= \pm(8y - 2)$

(v) $200t^2 - 120t + 18$

حل: $200t^2 - 120t + 18$

$= 2[100t^2 - 60t + 9]$

$= 2[(10t)^2 - 2(10t)(3) + (3)^2]$

$= 2(10t - 3)^2$

طرفین کا جذر المربع لینے سے

$\sqrt{200t^2 - 120t + 18}$

$= \sqrt{2(10t - 3)^2}$

$= \pm\sqrt{2}\,(10t - 3)$

(vi) $40x^2 - 120x + 90$

حل: $40x^2 - 120x + 90$

$= 10[4x^2 - 12x + 9]$

$= 10[(2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2]$

$= 10(2x - 3)^2$

www.ilmkidunya.com

طرفین کا جذرالمربع لینے سے

$$\sqrt{40x^2 - 120x + 90}$$

$$= \sqrt{10(2x+3)^2}$$

$$= \pm\sqrt{10}\,(2x+3)$$

2- درج ذیل جملوں کا جذرالمربع بذریعہ تقسیم معلوم کریں:

(i) $4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9$

حل:

$$2x^2 - 7x - 3$$

$$2x^2 \quad \overline{)\ 4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9}$$

$$-4x^4$$

$$-28x^3 + 37x^2$$

$$4x^2 - 7x$$

$$\mp 28x^3 \pm 49x^2$$

$$4x^2 - 14x - 3 \qquad -12x^2 + 42x + 9$$

$$-12x^2 \pm 42x \pm 9$$

پس،

$$\sqrt{4^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9}$$

$$= \pm(2x^2 - 7x - 3)$$

www.ilmkidunya.com

$121x^4 - 198x^3 - 183x62 + 216x + 144$ (ii)

حل:

$11x^2 - 9x - 3$

$11x^2$ | $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$

$-121x^4$

$22x^2 - 9x$ | $-198x^3 - 183x^2$

$\mp 198x^3 \pm 81x^2$

$22x^2 - 18x - 12$ | $-264x^2 + 216x + 144$

$\mp 264x^2 \pm 216x \pm 144$

پس،

$$121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$$
$$= \pm(11x^2 - 9x - 12)$$

$x^4 - 10x^3y + 27x^2y^2 - 10xy^3 + y^4$ (iii)

حل:

$x^2 - 5xy + y^2$

x^2 | $x^4 - 10x^3y + 27x^2y^2 - 10xy^3 + y^4$

$-x^4$

$2x^2 - 9x$ | $-10x^3y + 27x^2y^2$

$-10x^3y + 25x^2y^2$

$2x^2 - 10xy + y^2$ | $-2x^2y^2 - 10xy^3 + y^4$

$-2x^2y^2 \mp 10xy^3 \pm y^4$

www.ilmkidunya.com

پس،

$$\sqrt{x^4 - 10x^3y + 27x^2y^2 + 10xy^3 + y^4}$$
$$= \pm(2x^2 - 7x - 3)$$

$4x^4 - 12x^3 + 37x^2 - 42x + 49$ (iv)

حل:

$2x^2 - 3x + 7$

$2x^2$ | $4x^4 - 12x^3 + 37x^2 - 42x + 49$

$-4x^4$

$4x^2 - 3x$ | $-12x^3 + 37x^2$

$+12x^3 \mp 9x^2$

$4x^2 - 6x + 7$ | $28x^2 - 42x + 49$

$-28x^2 \mp 42x \pm 49$

پس،

$$\sqrt{4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + 49}$$
$$= \pm(2x^2 - 3x +$$

3- x ہزار روپے کی سرمایہ کاری کے بعد ایک سرمایہ کار کی واپسی $R(x)$ روپے میں دو درجی جملہ دیا گیا ہے:

$$R(x) = x^2 + 6x - 8$$

تجزی کریں اور سرمایہ کاری کی سطحیں معلوم کریں جس کے نتیجے میں صفر کی واپسی ہوتی ہو۔

حل: سرمایہ کار کی واپسی $= R(x)$

www.ilmkidunya.com

$$R(x) = -x^2 + 6x - 8$$

$$= -x^2 + 4x + 2x - 8$$

$$= x(x-4) + 2(x-4)$$

$$= (-x+2)(x-4)$$

$$R(x) = 0$$

$$= 0 = (-x+2)(x-4)$$

$-x + 2 = 0$	$x - 4 = 0$
$-x = -2$	$x = 4$
$x = 2$	
$x = 20, 4$	

4- کسی شے کی x اکائیاں فروخت کرنے سے روپوں میں کمپنی کا منافع $P(x)$ سہ درجی جملہ کے ذریعہ دیا گیا ہے:

$$P(x) = x^3 - 15x^2 + 75x - 125$$

مساوی نقطہ معلوم کریں جہاں منافع صفر ہو۔

حل: $p(x) = x^3 - 15x^2 + 75x - 125$

$$p(x) = (x)^3 - 3(x)^2(5) + 3(x)(5)^2 - (5)^3$$

$$p(x) = (x-5)^3$$

دی ہوئی شرط کے مطابق

اگر منافع صفر ہو تو $p(x) = 0$

$$0 = (x-5)^3$$

$$\Rightarrow \quad x - 5 = 0$$

$$\boxed{x = 5}$$

www.ilmkidunya.com

5- برقی میدان میں پوٹینشل توانائی $V(x)$ فاصلہ x کے سہ درجہ تفاعل کے طور پر مختلف ہوتی ہے:

$$V(x) = 2x^3 - 6x^2 + 4x$$

معلوم کریں کہ پوٹینشل توانائی کہاں صفر ہے۔

حل: $V(x) = 2x^3 - 6x^2 + 4x$

$$= 2x[x^2 - 3x + 2]$$
$$= 2x[(x)^2 - 2x - x + 2]$$
$$= 2x[x(x-2) - 1(x-2)]$$
$$= 2x(x-2)(x-1)$$

اگر پوٹینشل توانائی صفر ہو تو $V(x) =$

$$2x(x-2)(x-1) = 0$$

$2x = 0$	$x - 2 = 0$	$x - 1 = 0$
$x = 0$	$x = 2$	$x = 1$

$x = 0$ or 1 or 2

6- ساختی انجینئرنگ میں شہتیر کا انحراف $Y(x)$ دیا گیا ہے:

$$y(x) = 2x^2 - 8x + 6$$

یہ مساوات شہتیر کے ساتھ کسی بھی نقطہ x پر عمودی انحراف دیتی ہے۔ صفر انحراف کے نقاط معلوم کریں۔

حل: $y(x) = 2x^2 - 8x + 6$

$$y(x) = 2x^2 - 6x - 2x + 6$$
$$= 2x(x-3) - 2(x-3)$$
$$= (x-3)(2x-2)$$

www.ilmkidunya.com

اگر صفر انحراف ہے تو نقاط

$x - 3 = 0$ | $2x - 2 = 0$

$x = 3$ | $2x = 2$

$x = 1$

جائزہ مشق 4

-1 ہر بیان کے نیچے چار جواب دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) $12x + 36$ کی تجزی ہے:

(a) $12(x + 3)$ (b) $12(3x)$

(c) $12(3x + 1)$ (d) $x(12 + 36x)$

(ii) $4x^2 - 12x + 9$ کے اجزائے ضربی ہیں:

(a) $(2x + 3)^2$ (b) $(2x - 3)^2$

(c) $(2x - 3)(2x + 3)$ (d) $(2 + 3x)(2 - 3x)^2$

(iii) a^3b^3 اور ab^2 کا عاد اعظم ہے:

(a) a^3b^3 (b) ab^2 (c) a^4b^5 (d) a^2b

(iv) $16x^2$، $4x$ اور $30xy$ کا ذواضعاف اقل ہے:

(a) $480x^3y$ (b) $240xy$ (c) $240x^2y$ (d) $120x^4y$

(v) دو کثیر رقمی جملوں کا _____ = ذواضعاف اقل اور عاد اعظم کا حاصل ضرب

(a) مجموعہ (b) فرق (c) حاصل ضرب (d) حاصل تقسیم

(vi) $x^2 - 6x + 9$ کا جذر المربع ہے:

(a) $\pm(x - 3)$ (b) $\pm(x + 3)$ (c) $x = 3$ (d) $x + 3$

www.ilmkidunya.com

(vii) $(a-b)^2$ اور $(a-b)^4$ کا ذواضعاف اقل ہے:

(a) $(a-b)^2$ (b) $(a-b)^3$

(c) $(a-b)^4$ (d) $(a-b)^6$

(viii) x^3+3x^2+3x+1 کی تجزی ہے:

(a) $(x+1)^3$ (b) $(x-1)^3$

(c) $(x+1)(x^2+x+1)$ (d) $(x-1)(x^2-x+1)$

(ix) سہ درجی کثیر رقمی جملے کا درجہ ہوتا ہے:

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(x) x^3-27 کا ایک جزو ضربی ہے:

(a) $x-3$ (b) $x+3$ (c) $x^2 3x+9$ (d) a اور c دونوں

جوابات

i	a	ii	b	iii	b	iv	c	v	c
vi	a	vii	c	viii	a	ix	c	x	a

2- درج ذیل جملوں کی تجزی کریں:

(i) $4x^3+18x^2-12x$

حل: $4x^3+18x^2-12x$

$=2x[2x^2+9x-6]$

$=2x(2x^2+9x-6)$

(ii) x^3+64y^3

حل: x^3+64y^3

$=(x)^3+(4y)^3$

$=(x+4y)[(x^2)-(x)(4y)+(4y)^2]$

www.ilmkidunya.com

$= (x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)$

(iii) $x^3y^3 - 8$

حل: $x^3y^3 - 8$

$= (xy)^3 - (2)^3$

$= (xy - 2)[(xy)^2 + (xy)(2) + (2)^3]$

$= (xy - 2)(x^2y^2 + 2xy + 4)$

(iv) $-x^2 - 23x - 60$

حل: $-x^2 - 23x - 60$

$= -[x^2 + 23x + 60]$

$= -[x^2 + 20x + 3x + 60]$

$= -[x(x + 20) + 3(x + 20)]$

$= -(x + 20)(x + 3)$

(v) $2x^2 + 7x + 3$

حل: $2x^2 + 7x + 3$

$= 2x^2 + 6x + x + 3$

$= 2x(x + 3) + 1(x + 3)$

$= (x + 3)(2x + 1)$

(vi) $x^4 + 64$

حل: $x^4 + 64$

$= (x^2)^2 + (8)^2 + 2(x^2)(8) - 16x^2$

$= (x^2 + 8)^2 - (4x)^2$

$= (x^2 + 8 - 4x)(x^2 + 8 + 4x)$

$= x^2 - 4x + 8)(x^2 + 4x + 8)$

www.ilmkidunya.com

(vii) $x^4 - 2x^2 + 9$

حل: $x^4 - 2x^2 + 9$

$= (x^2)^2 + (3)^2 + 2(x^2)(3) - 6x^2 + 2x^2$

$= (x^2 + 3)^2 - 4x^2$

$= (x^2 + 3)^2 - ((2x)^2$

$= (x^2 + 3 - 2x)(x^2 + 3 + 2x)$

$= (x^2 - 2x + 3)(x^2 + 2x + 3)$

(viii) $(x + 3)(x + 4)(x + 5)(x + 6) - 360$

حل: $(x + 3)(x + 4)(x + 5)(x + 6) - 360$

$= (x + 3)(x + 6)(x + 4)(x + 4) - 360$

$= (x^2 + 6x + 3x + 18)(x^2 + 5x + 4x + 20) - 360$

$= (x^2 + 9x + 18)(x^2 + 9x + 20) - 360$

فرض کیا: $x^2 - 9x = ?$

$= (y + 18)(y + 20) - 360$

$= y^2 + 20y + 18y + \cancel{360} + \cancel{360}$

$= y^2 + 38y$

$= y(y + 38)$

$= (x^2 + 9x)(x^2 + 9x + 38)$

$= x(x + 9)(x^2 + 9x + 38)$

(ix) $(x^2 + 6x + 3)(x^2 + 6x - 9) + 36$

حل: $(x^2 + 6x + 3)(x^2 + 6x - 9) + 36$

فرض کیا: $x^2 + 6x = ?$

$= (y + 3)(y - 9) + 36$

www.ilmkidunya.com

$$= y^2 - 9y + 3y - 27 + 36$$
$$= y^2 - 6y + 9$$
$$= (y)^2 - 2(y)(3) + (3)^2$$
$$= (y-3)^2$$
$$= (x^2 + 6x - 3)^2$$

3- ذواضعاف اقل اور عاد اعظم معلوم کریں۔

(i) $4x^3, 12x^2, 8x^2 + 16x$

حل: $4x^3, 12x^2, 8x^2 + 16x$

$$= 4x^2(x+3), = 8x(x+2)$$
$$= 4 \cdot x \cdot x(x+3), = 2 \cdot 4 \cdot x(x+2)$$

مشترک اجزائے ضربی $= 4 \cdot x$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= 2 \cdot x(x+2)(x+3)$

عاد اعظم $= 4x$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

$$= 4x \times 2x(x+2)(x+3)$$
$$= 8x^2(x+2)(x+3)$$

(ii) $x^3 + 3x^2 - 4x, x^2 - 4x + 3$

حل: $x^3 + 3x^2 - 4x, x^2 - 4x + 3$

$$= x(x^2 + 3x - 4), = x^2 - 3x - x - 3$$
$$= x[x^2 + 4x - x - 4],$$
$$= x(x-3) - 1(x-3)$$
$$= x[x(x+4) - 1(x+4)]$$

www.ilmkidunya.com

$= (x-3)(x-1)$

$= x(x+4)(x-1)$

مشترک اجزائے ضربی $= (x-1)$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= x(x+4)(x-3)$

عاد اعظم $= (x-1)$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

$= (x-1) \times x(x+4)(x-3)$

$= x(x-1)(x-3)(x+4)$

(iii) $x^2+8x+16$, x^2-16

حل: $x^2+8x+16$, x^2-16

$= x^2+4x+4x+16$

$= x^2-4^2$

$= x(x+4)+4(x+4)$

$= (x+4)(x-4)$

$= (x+4)(x+4)$

مشترک اجزائے ضربی $= (x+4)$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= (x+4)(x-4)$

عاد اعظم $= x+4$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

$= (x+4) \times (x+4)(x-4)$

$= (x+4)^2(x-4)$

www.ilmkidunya.com

(iv) $x^3 - 9x \quad , \quad x^2 - x - 6$

حل: $x^3 - 9x \quad , \quad x^2 - x - 6$

$= x(x^2 - 9) \quad = x^2 - 3x + 2x + 6$

$= x(x^2 - 3^2) = x(x-3) + 2(x-3)$

$= x(x+3)(x-3)$

$= (x-3)(x+2)$

مشترک اجزائے ضربی $= (x-3)$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= x(x+3)(x+2)$

عاد اعظم $= (x-3)$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

$= (x-3) \times x(x+3)(x+2)$

$= x(x-3)(x+3)(x+2)$

$= x(x^2 - 9)(x+2)$

4- $16x^4 + 8x^2 + 1$ کا جذرالمربع بذریعہ تجزی اور بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل: $16x^4 + 8x^2 + 1$

a) بذریعہ تجزی

$16x^4 + 8x^2 + 1$

$= (4x^2)^2 + 2(4x^2)(1) + (1)62$

$= (4x^2 + 1)^2$

www.ilmkidunya.com

طرفین کی جذر المربع لینے سے

$$\sqrt{16x^4 + 8x^2 + 1} = \sqrt{(4x^2 + 1)^2}$$

$$= \pm(4x62 + 1)$$

b) بذریعہ تقسیم

$$\begin{array}{r|l} & 4x^2 + 1 \\ \hline 4x^2 & 16x^4 + 8x^2 + 1 \\ & \underline{16x^4} \\ \hline 8x^2 - 1 & 8x^2 + 1 \\ & \underline{-\ 8x^2 \pm 1} \\ & \end{array}$$

پس،

$$\sqrt{16x^4 - 8x^2 + 1x^2} = \pm(4x^2 + 1)$$

5- حوریہ اپنے قرض کی کل لاگت کا تجزیہ کر رہی ہے، جس کا ماڈل $C(x) = x^2 - 8x + 15$ ہے جہاں x سالوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔ حوریہ کے قرض کی ادائیگی کی بہترین مدت کیا ہے؟

حل: $C(x) = x^2 - 8x + 15$

$$= x^2 - 5x - 3x + 15$$

www.ilmkidunya.com

$$= x(x-5) - 3(x-5)$$

$$= (x-5)(x-3)$$

قرض کی لاگت صفر ہے $C(x) = 0$

$$0 = (x-5)(x-3)$$

$$\Rightarrow \quad x-5=0 \quad \Big| \quad x-3=0$$

$$x = 5 \quad \Big| \quad x = 3$$

سال 5 یا 3 = ادائیگی کی بہترین مدت

www.ilmkidunya.com
www.ilmkidunya.com
www.ilmkidunya.com