www.ilmkidunya.com

مشق 12.1

-1 کیمسٹری کے طلبہ کے ایک گروپ نے کیمیائی لیبارٹری میں درج ذیل نمبر حاصل کیے۔

سکورز	24-28	29-33	34-38	39-43	44-48	49-53	Total
طلباء کی تعداد	3	6	12	23	15	6	65

درج ذیل سوالات کے جوابات دیں۔

(i) آخری جماعت کی بالائی حد کیا ہے؟

حل: آخری جماعت کی بالائی حد 53 ہے۔

(ii) جماعتی حد (43 – 39) میں زیریں جماعتی حد کیا ہے؟

حل: 39

(iii) جماعتی حد (38 – 34) کا درمیانی نقطہ کیا ہے؟

حل: درمیانی نقطہ $= \frac{34+38}{2} + \frac{72}{2} = 36$ درمیانی نقطہ

(iv) (33 – 29) اور (48 – 44) کے جماعتی تعدد کیا ہیں؟

حل: (33–29) اور (48–44) کے جماعتی تعدد 15 ہے۔

(v) مندرجہ بالا تعددی تقسیم میں جماعتی حدود کی جسامت کیا ہے؟

حل: 5

(vi) کس جماعت یا گروہ میں طلبہ کی تعداد سب سے کم ہے؟

حل: جماعت (28–24) ہیں۔

(vii) اس جماعتی حد کی زیریں جماعتی حد کیا ہے، جس کا جماعتی تعدد 15 ہے۔

حل: 44

(viii) اُن طلبہ کی تعداد بتائیں جنھوں نے 24 اور 43 کے درمیان نمبر حاصل کیے۔

حل: $3 + 6 + 12 + 23 = 44$

2- سکول کے سٹاف کے لیے کرسیوں کی مرمت پر درج ذیل اخراجات (سینکڑوں روپوں میں) کی ضرورت ہے۔

145, 152, 153, 156, 158, 160, 146, 152, 155, 159, 161, 163, 165, 147, 148, 151, 156, 158, 160, 144, 167, 151, 150, 152, 149, 145, 153, 152, 155

جماعتوں کی تعداد 8 لے کر ٹیلی نشان کے طریقہ سے ایک تعددی تقسیم کا جدول بنائیں اور آخری تین جماعتوں کے تعددات لکھیں۔

حل:

جماعتی حدود	ٹیلی نشان	(f)
144–146	𝍸	4
147–149	𝍸	3
150–152	𝍸 II	7
153–155	𝍸	5
156–158	𝍸	4
159–161	𝍸	4
162–164	I	1
165–167	II	2
Total		$\Sigma f = 30$

www.ilmkidunya.com

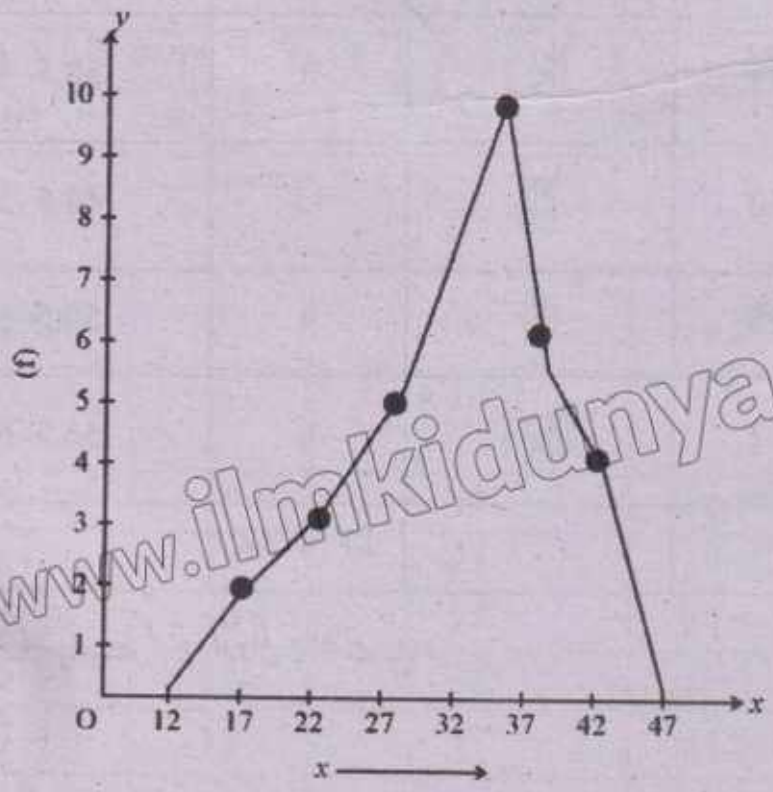
3- درج ذیل ایک ہائی سکول کے 30 طلبہ کے اوزان کلوگرام میں دیے گئے ہیں۔

30, 33, 24, 21, 15, 39, 37, 44, 42, 33, 33, 28, 29, 32, 31, 28, 26, 32, 34, 35, 38, 36, 41, 30, 35, 41, 23, 26, 18, 34

جماعتوں کی تعداد 5 لے کر ایک تعددی تقسیم کا جدول بنائیں اور ایک تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

جماعتی حدود	ٹیلی نشان	(f)	درمیانی نقطہ (x)
15–19	||	2	$\frac{15+19}{2}=17$
20–24	|||	3	22
25–29	𝍸	5	27
30–34	𝍸 𝍸	10	32
35–39	𝍸 |	6	37
40–44	||||	4	42
Total		$\Sigma f = 30$	

کثیر الاضلاع:



www.ilmkidunya.com

4- دسویں جماعت کے طلبہ کے ایک گروپ نے انگریزی کے مضمون میں (100 میں سے) درج ذیل نمبر حاصل کیے۔

58, 59, 58, 33, 40, 58, 45, 46, 43, 45, 45, 50, 52, 49, 50, 57, 52, 55, 49, 50, 62, 49, 48, 44, 42, 47, 46, 47, 46, 53, 40, 44

جماعتوں کی تعداد 5 لے کر مواد کی ایک تعددی تقسیم کا جدول بنائیں۔ نیز سب سے کم تعدد والی جماعتی حد معلوم کریں اور اس کا مواد کا کالمی نقشہ بھی بنائیں۔

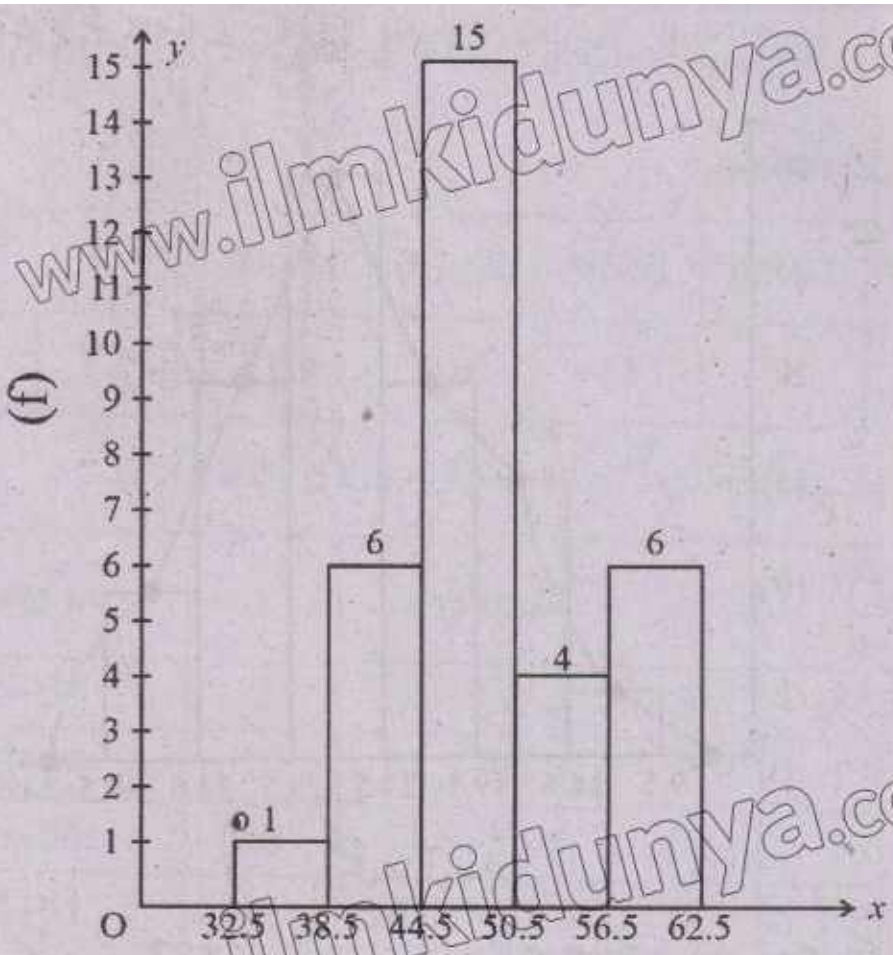
حل: تعددی تقسیم کا جدول

جماعتی حدود	ٹیلی نشان	(f)	حقیقی جماعتی حدود (x)
33–38	|	1	32.5–38.5
39–44	𝍸 |	6	38.5–44.5
45–50	𝍸	15	44.5–50.5
51–56	||||	4	50.5–56.5
57–62	𝍸 |	6	56.5–62.5
Total		$\Sigma f = 32$	

(33–48) سب سے کم تعداد والی جماعت ہے۔

کالمی نقشہ:

www.ilmkidunya.com



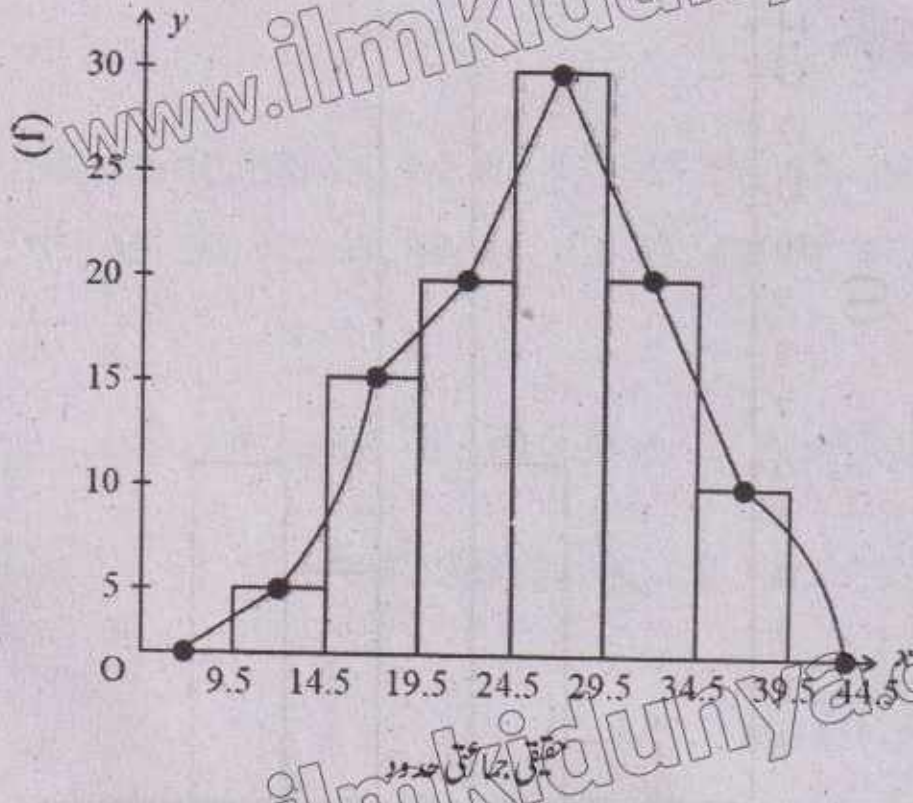
5- نیچے دیے گئے تعدی تقسیم کے جدول سے کالمی نقشہ پر تعدی کثیر الاضلاع بنائیں۔

Weight (kg)	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
Frequency (f)	06	17	23	30	22	13

حل:

وزن (kg)	f	x	حقیقی جماعتی حدود
10–14	6	$\frac{10+14}{2} = 12$	9.5–14.5
15–19	17	17	14.5–19.5
20–24	23	22	19.5–24.5
25–29	30	27	24.5–29.5
30–34	22	32	29.5–34.5
35–39	13	37	34.5–39.5
Total		$\Sigma f = 32$	

www.ilmkidunya.com



6- درج ذیل میں 5 سکّوں کو اچھالنے سے 50 سیٹوں کے ایک تجربے میں ہیڈ آنے کی تعداد دی گئی ہے۔ اس معلومات سے ایک غیر مسلسل تعددی تقسیم کا جدول بنائیں۔

حل:

جماعتی حدود	حقیقی جماعتی حدود	f
0	𝍸	5
1	𝍸 II	7
2	𝍸 IIII	9
3	𝍸 𝍸 IIII	14
4	𝍸 IIII	9
5	𝍸 I	6
Total		$\Sigma f = 50$

www.ilmkidunya.com

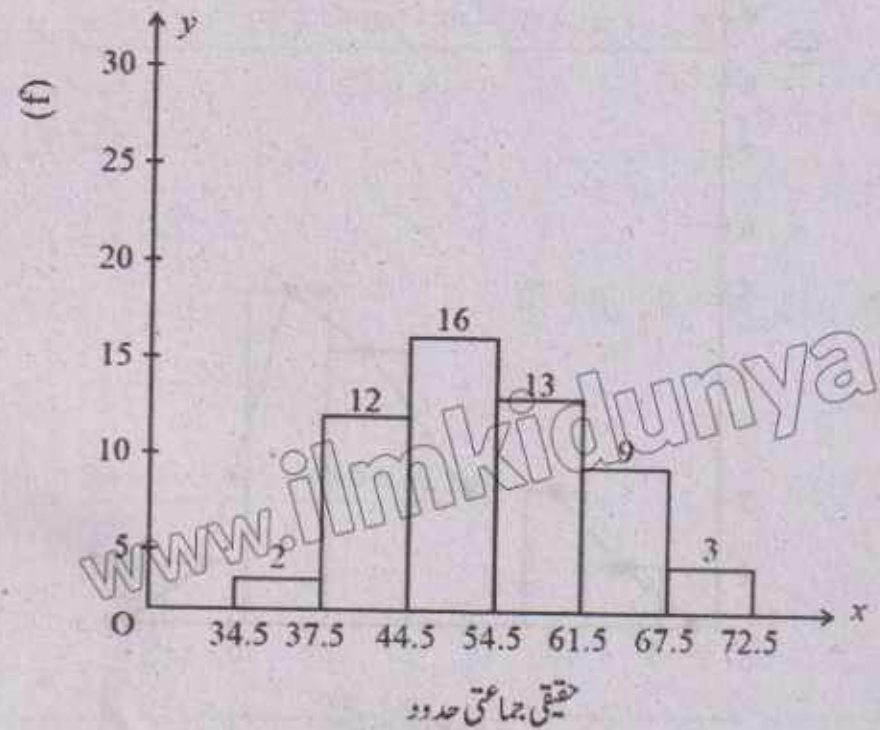
7۔ دسویں جماعت کے طلبہ کے ریاضی میں حاصل کردہ نمبروں کی تعددی تقسیم درج ذیل جدول میں دی گئی ہے۔

نشان	35-37	38-44	45-54	55-61	62-67	68-72
تعدد	2	12	16	13	9	3

اوپر دیے گیے تعددی تقسیم کے جدول کو بذریعہ کالمی نقشہ ظاہر کریں۔

جماعتی حدود	f	حقیقی جماعتی حدود	h	$\frac{f}{h}$
35–37	2	34.5–37.5	3	0.67
38–44	12	37.5–44.5	7	1.7
45–54	16	44.5–54.5	10	1.6
55–61	13	54.5–61.5	7	1.86
62–67	9	61.5–67.5	6	1.5
68–72	3	67.5–72.5	5	0.6

کالمی نقشہ:



www.ilmkidunya.com

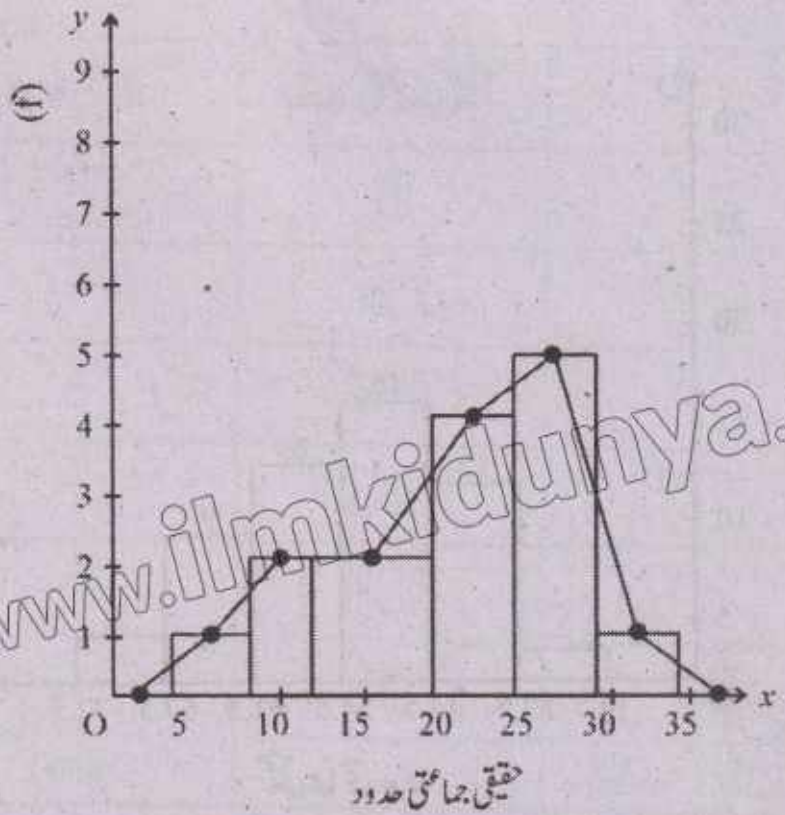
8- نیچے دیے گئے گروہی مواد سے کالمی نقشہ پر تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

جماعتی عدد	5-8	8-12	12-20	20-25	25-27	27-32
تعدد (f)	2	12	25	32	14	5

حل:

جماعتی حدود	f	x	h	$\frac{f}{h}$
5–8	2	6.5	3	0.67
8–12	12	10	4	3
12–20	25	16	8	3.1
20–25	32	22.5	5	6.4
25–27	14	26	2	7
27–32	5	29.5	5	1

کالمی نقشہ پر تعددی کثیر الاضلاع



حقیقی جماعتی حدود

www.ilmkidunya.com

مشق 12.2

-1 درج ذیل میں ہر ایک حسابی اوسط معلوم کریں۔

(i) 4, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 28, 30.

حل: حسابی اوسط $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$

$$\bar{x} = \frac{4+6+10+12+15+20+25+28+30}{9}$$

$$\bar{x} = \frac{150}{9}$$

$$\bar{x} = 16.67$$

(ii) 12, 18 19,0,-19,-18,-12

حل: $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$

$$= \frac{12+18+19+0+(-19)+(-18)+(-12)}{7}$$

$$\bar{x} = \frac{0}{7} = 0$$

(iii) 6.5, 11, 12.3, 9, 8.1, 16, 18, 20.5, 25

حل: $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$

$$\bar{x} = \frac{6.5+11+12.3+9+8.1+16+18+20.5+25}{9}$$

$$\bar{x} = \frac{126.4}{9}$$

$$\bar{x} = 14.04$$

(iv) 8, 10, 12, 14, 16, 20, 22

حل: $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$

$$\bar{x} = \frac{8+10+12+14+16+20+22}{7}$$

$$\bar{x} = \frac{102}{7}$$

$$\bar{x} = 14.57$$

www.ilmkidunya.com

2- درج ذیل میں 12 طلبہ کے (قد انچوں میں) ہیں۔ وسطانی قد معلوم کریں۔

55, 53, 54, 58, 60, 61, 62, 56, 57, 52, 51, 63.

حل:

ترتیب صعودی = 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 63,

اعداد کی تعداد $= n = 12$ (even)

وسطانیہ $= \tilde{x} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{n}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر} + \left(\frac{n+2}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{12}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر} + \left(\frac{12+2}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[6^{th} \text{ ویں قدر} + 7^{th} \text{ ویں قدر}\right]$

$= \frac{1}{2}\ [56 + 57]$

$\tilde{x} = \frac{1}{2}(113)$

$\tilde{x} = 56.5$

3- درج ذیل میں 10 مزدوروں کی اُجرتیں (روپوں میں) ہیں۔

88, 70, 72, 125, 115, 95, 81, 90, 95, 90

(i) حسابی اوسط (ii) وسطانیہ (iii) عادم

(i) حسابی اوسط:

حل: حسابی اوسط $= \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$

$\bar{x} = \frac{88+70+72+125+115+95+81+90+95+90}{10}$

$\bar{x} = \frac{921}{10}$

$\bar{x} = 92.1$

www.ilmkidunya.com

(ii) وسطانیہ

حل:

ترتیب صعودی میں = 70, 72, 81, 88, 90, 90, 95, 95, 115, 125

اعداد کی تعداد = 10 (even)

وسطانیہ $= \tilde{x} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{n}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر} + \left(\frac{x+2}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{10}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر} + \left(\frac{10+2}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر}\right]$

$= \frac{1}{2}[5^{th} + 6^{th}]$

$= \frac{1}{2}[90 + 90]$

$\tilde{x} = \frac{180}{2}$

$\tilde{x} = 90$

(iii) عادہ

حل:

ترتیب صعودی میں = 70, 72, 81, 90, 90, 95, 95, 115, 125

چونکہ مواد میں 90 اور 95 زیادہ مرتبہ آیا ہے۔ لہٰذا 90 اور 95 ہی مواد ہیں۔

4- درج ذیل انگریزی مضمون میں طلبہ کے حاصل کردہ نمبر دیے گئے ہیں:

حاصل کردہ نمبر	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
تعدد	9	18	35	17	5

معلوم:

(i) اِن نمبروں کا حسابی اوسط (براہ راست اور مختصر طریقہ سے)

حل: حسابی اوسط براہ راست

www.ilmkidunya.com

حاصل کردہ نمبرز	f	درمیانی نقطہ (x)	fx
15–19	9	17	153
20–24	18	22	396
25–29	35	27	945
30–34	17	32	544
35–39	5	37	185
	$\Sigma f = 84$		$\Sigma fx = 2223$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{2223}{84}$$

$$\bar{x} = 26.46$$

حسابی اوسط براہِ مختصر کلیہ

حاصل کردہ نمبرز	f	x	$A = 27$ $D = x - A$	fD
15–19	9	17	17–27=–10	–90
20–24	18	22	22–27=–5	–90
25–29	35	27	27–27=0	0
30–34	17	32	32–27=5	85
35–39	5	37	37–27=10	50
	$\Sigma f = 84$			$\Sigma fD = -45$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$$

$$= 27 + \left(\frac{-45}{85}\right)$$

$$= 27 - 0.54$$

$$\bar{x} = 26.46$$

(ii) اِن نمبروں کا وسطانیہ معلوم کریں۔

حل: وسطانیہ

www.ilmkidunya.com

حاصل کردہ نمبرز	f	$C.B$	$C.f$
15–19	9	14.5–19.5	9
20–24	18	19.5–24.5	C = 27
25–29	$f = 35$	ℓ =24.5–29.5	62
30–34	17	29.5–34.5	79
35–39	5	34.5–39.5	n = 84
	$\Sigma f = 84$		

وسطانیہ گروپ

$\ell = 24.5, h = 5, f = 35, c = 27$

وسطانیہ $= \ell + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - C\right)$

$= 24.5 + \frac{5}{35}\left(\frac{84}{2} - 27\right)$

$= 24.5 + \frac{5}{35}(15)$

$= 24.5 + 2.14$

$\tilde{x} = 26.64$

5۔ درج ذیل تعددی تقسیم دی گئی ہے اس تعددی تقسیم کا عادہ معلوم کریں۔

جماعتی وقفے	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29
تعدد	1	8	18	11	2

حل:

جماعتی حدود	f	$C.B$
5–9	1	4.5–9.5
10–14	$f_1 = 8$	9.5–14.5
15–19	$f_m = 18$	ℓ =14.5–19.5

عادہ گروپ

www.ilmkidunya.com

20–24	$f_2 = 11$	19.5–24.5
25–29	2	24.5–29.5
	$\Sigma f = 40$	

$\ell = 14.5, h = 5, f_m = 18, f_1 = 8, f_2 = 11$

عادہ $= \ell + \frac{(f_m - f_1)}{2f_m - f_1 - f_2} \times h$

عادہ $= 14.5 + \frac{(18-8)}{2(18)-8-11} \times 5$

$= 14.5 + \frac{10}{36-19} \times 5$

$= 14.5 + \frac{10}{17} \times 5$

$= 14.5 + \frac{50}{17}$

$= 14.5 + 2.94$

عادہ $= 17.44$

-6 10 نوجوان لڑکے ایک پٹرول پمپ سٹیشن پر کام کرتے ہیں۔ اِن کی ہفتہ وار اُجرتیں درج ذیل ہیں۔

اُجرتیں (روپوں میں):

4250, 4350, 4400, 4250, 4350, 4410, 4500, 4300, 4500, 4390

اُجرتوں کا حسابی اوسط مختصر کلیے سے، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

حل: (الف) حسابی اوسط بذریعہ مختصر کلیہ

فرض کریں: $A = 4350$

x	$D = x - A$
4250	−100
4350	0

www.ilmkidunya.com

4400	50
4250	–100
4350	0
4410	60
4500	150
4300	–50
4500	150
4390	40
	$\Sigma D = 200$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma D}{n}$$

$$= 4350 + \frac{200}{10}$$

$$= 4350 + 20$$

$$= 4370$$

(ب) وسطانیہ

ترتیب صعودی میں = 4250, 4250, 4300, 4350, 4390, 4400, 4410, 4500, 4500

اعداد کی تعداد $= n = 10$ (even)

وسطانیہ $= \tilde{x} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{n}{2}\right)^{th} \text{ویں قدر} + \left(\frac{n+2}{2}\right)^{th} \text{ویں قدر}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{10}{2}\right)^{th} \text{ویں قدر} + \left(\frac{10+2}{2}\right)^{th} \text{ویں قدر}\right]$

$= \frac{1}{2}[5^{th} + 6^{th}]$

$= \frac{1}{2}[4350 + 4390]$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{1}{2}(8740)$$

$$\tilde{x} = 4370$$

(ج) عادہ

لہٰذا 4500, 4250 اور 4350 بار بار آنے والی رقمیں ہیں

عادہ $= 4250, 4350$ اور 4500

7- 45 مدات کا حسابی اوسط 80 ہے۔ اِن کا مجموعہ معلوم کریں۔

حل: $n = 45, \bar{x} = 80, \Sigma x = ?$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\Rightarrow \quad \Sigma x = \bar{x} \times n$$

$$= 80 \times 45$$

$$\Sigma x = 3600$$

8- پانچ مدات اِس طرح ہیں: $1, 4, 0, 7, 9$ اِن کا حسابی اوسط، وسطانیے اور عادہ معلوم کریں۔

حل: حسابی اوسط

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{b}$$

$$= \frac{1+4+0+7+9}{5}$$

$$= \frac{21}{5} = 4.2$$

وسطانیہ:

ترتیب صعودی میں $= 0, 1, 4, 7, 9$

اعداد کی تعداد $= n = 5$ (طاق)

وسطانیہ $= \tilde{x} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ ویں قدر

www.ilmkidunya.com

$= \left(\frac{5+1}{2}\right)^{th}$ ویں قدر

$= \left(\frac{6}{2}\right)^{th}$ ویں قدر

$= 3rd$ ویں قدر

وسطانیہ $= 4$

9- مواد کے ایک سیٹ میں درج ذیل قیمتیں ہیں۔

148, 145, 160, 157, 156, 160

ثابت کریں کہ حسابی اوسط > وسطانیہ > عادہ

حل: حسابی اوسط:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{148+145+160+157+156+160}{6}$$

$$= \frac{926}{6}$$

$$\bar{x} = 154.3$$

وسطانیہ:

ترتیب صعودی میں $= 145, 148, 156, 157, 160\ 160$

اعداد کی تعداد $= n = 6$ (even)

وسطانیہ $= \tilde{x} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{n}{2}\right)^{th}$ ویں قدر $+ \left(\frac{n+2}{2}\right)^{th}$ ویں قدر$\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{6}{2}\right)^{th}$ ویں قدر $+ \left(\frac{6+2}{2}\right)^{th}$ ویں قدر$\right]$

$= \frac{1}{2}[3^{th} + 4^{th}]$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{1}{2}[156 + 157]$$

$$= \frac{1}{2}(313)$$

$$= 156.5$$

عادہ:

زیادہ بار آنے والی رقم 160 ہے لہٰذا

عادہ $= 160$

لہٰذا، حسابی اوسط < وسطانیہ < عادہ

10۔ ایک ہوسٹل میں 10 طلبہ کے دوپہر کے کھانے کی ماہانہ حاضریوں کا ریکارڈ کچھ اِس طرح ہے۔

21, 15, 16, 18, 14, 17, 15, 12, 13, 11

حاضریوں کا وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں اگر $D = A - 20$ فرض کریں تو حسابی اوسط بھی معلوم کریں۔

حل: وسطانیہ:

ترتیب صعودی میں $= 11, 12, 13, 14, 15, 15, 16, 17, 18, 21$

اعداد کی تعداد $= n = 10$ (جفت)

وسطانیہ $= \tilde{x} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{n}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر} + \left(\frac{n+2}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر}\right]$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{10}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر} + \left(\frac{10+2}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر}\right]$$

$$= \frac{1}{2}[5^{th} + 6^{th}]$$

$$\tilde{x} = \frac{1}{2}[15 + 15]$$

$$\tilde{x} = \frac{1}{2}(30) = 15$$

www.ilmkidunya.com

عادہ

زیادہ بار آنے والی رقم ہے۔ لہٰذا

عادہ $= 15$

حسابی اوسط بذریعہ مختصر طریقہ:

x	$D = x - 20$
21	1
15	–5
16	–4
18	–2
14	–6
17	–3
15	–5
12	–8
13	–7
11	–9
	$\Sigma D = -48$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma D}{n}$$

$$= 20 + \left(\frac{-48}{10}\right)$$

$$= 20 - 4.8$$

$$= 15.2$$

11- تقسیم انعامات کے دِن 50 طلبہ کے لائے ہوئے جیب خرچ کی تفصیل درج ذیل جدول میں دی گئی ہے۔

Rupees	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
Frequency (f)	12	9	18	7	4

www.ilmkidunya.com

(i) درج بالا مواد کا وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

حل: وسطانیہ:

روپے	f	مجموعی تعداد
5–10	12	12
10–15	9	C = 21
ℓ= 15–20	$f = 18$	39
20–25	7	46
25–30	4	$n = 50$
	$\Sigma f = 50$	

وسطانیہ گروپ

$$\tilde{x} = \ell + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - C\right)$$

$$= 15 + \frac{5}{18}\left(\frac{50}{2} - 21\right)$$

$$= 15 + \frac{5}{18}(25 - 21)$$

$$= 15 + \frac{5}{18}(4)$$

$$= 15 + \frac{20}{18}$$

$$= 15 + 1.11$$

$$\tilde{x} = 16.11$$

عادہ:

روپے	f
5–10	12
10–15	$f_1 = 9$
ℓ= 15–20	$f_m = 18$
20–25	7
25–30	4

عادہ گروپ

www.ilmkidunya.com

$\ell = 15, h = 5, f_m = 18, f_1 = 9, f_2 = 7$

عادہ $= \ell + \frac{(f_m - f_1)}{(2f_m - f_1 - f_2)} \times h$

$= 15 + \frac{(18-9)}{(2\times18-9-7)} \times 5$

$= 15 + \frac{9}{36-16} \times 5$

$= 15 + \frac{45}{20}$

$= 15 + 2.25$

عادہ $= 17.25$

(ii) دیے گئے مواد کا حسابی اوسط مختصر طریقہ سے معلوم کریں۔

حل: حسابی اوسط بذریعہ مختصر طریقہ

رقم	f	x	$U = \frac{x - A}{h}$ $h = 5,$ A=17.5	$f.U$
5-10	12	7.5	–2	–24
10–15	9	12.5	–1	–9
15–20	18	17.5 = A	0	0
20–25	7	22.5	1	7
25–30	4	27.5	2	8
	$\Sigma f = 50$			$\Sigma fU = -18$

$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fU}{\Sigma f} \times h$

$= 17.5 + \frac{(-18)}{50} \times 5$

$= 17.5 - \frac{90}{50}$

$= 17.5 - 1.8$

$\bar{x} = 15.7$

www.ilmkidunya.com

12۔ 20 لڑکوں کی عمروں کا حسابی اوسط 13 سال 4 ماہ اور 5 دِن ہے۔ اِن کی عمروں کا مجموعہ معلوم کریں۔

اگر ان میں سے ایک لڑکے کی عمر 15 سال ہو تو باقی لڑکوں کی اوسط عمر کیا ہے؟

www.ilmkidunya.com

حل:

لڑکوں کی تعداد $= n = 20$

حسابی اوسط $= 13$ سال, 4 مہینے, 5 دن

$= \left(13 + \frac{4}{12} + \frac{5}{365}\right)$ سال

$= (13 + 0.33 + 0.014)$ سال

$= 13.347$ سال

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\Rightarrow \quad \Sigma x = \bar{x} \times n$$

$$= 13.347 \times 20$$

$$\Sigma x = 266.94 \text{ سال}$$

لہذا 20 لڑکوں کی عمروں کا $= 266.94$ سال

ایک لڑکے کی عمر $= 15$ سال

باقی 19 لڑکوں کی عمر 19 سال

$$= 266.94 - 15$$

$$= 251.94 \text{ سال}$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{251.94}{19}$$

$$\bar{x} = 13.26 \text{ سال}$$

19 لڑکوں کی اوسط عمر

$$= 13.26 \text{ سال}$$

$$= 13\,y + 0.26 \times 12\,m$$

$$= 13\,y + 3.12\,m$$

$$= 13y + 3m + 0.12 \times 30$$

$$= 13y + 3m + 3.6d$$

$$= 13y + 3m + 4d$$

$$= 13 \text{ سال}, 3 \text{ مہینے}, 4 \text{ دن}$$

13- درج ذیل معلومات حسابی اوسط معلوم کریں۔

(i) اگر $D = X - 140$ ، $\Sigma D = 500$ اور $n = 10$ ہو۔

حل:

$D = X - 140, \Sigma D = 500$ اور $n = 10$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma D}{n}$$

$$= 140 + \frac{500}{10}$$

$$= 140 + 50$$

$$= 190$$

(ii) اگر $U = \frac{x-130}{6}$ ، $\Sigma U = -150$ اور $n = 15$ ہو۔

حل:

$U = \frac{x-130}{6}, \Sigma U = -150$ اور $n = 15$

www.ilmkidunya.com

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma U}{n} \times h$$

$$= 130 + \frac{(-150)}{15} \times 6$$

$$= 130 - \frac{900}{15}$$

$$= 130 - 60$$

$$= 70$$

(iii) اگر $D = X - 25$، $\Sigma fD = 300$ اور $\Sigma f = 20$ ہو۔

حل:

$D = \bar{x} - 25, \Sigma fD = 300$ اور $\Sigma f = 20$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$$

$$= 25 + \frac{300}{20}$$

$$= 25 + 15$$

$$\bar{x} = 40$$

(iv) اگر $U = \frac{x-120}{5}$، $\Sigma fU = 60$ اور $\Sigma f = 100$ ہو۔

حل:

$U = \frac{U-120}{5}, \Sigma fU = 60$ اور $\Sigma f = 100$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fU}{\Sigma f} \times h$$

$$= 120 + \frac{60}{100} \times 5$$

$$= 120 + \frac{300}{100}$$

$$= 120 + 3$$

$$\bar{x} = 123$$

www.ilmkidunya.com

14- سکول میں اساتذہ کے ایک گروپ نے ایک کرکٹ میچ منعقد کیا جس میں تین بچوں حارث، ماہم اور منال نے درج ذیل دوڑیں بنائیں۔

حارث کی دوڑیں	50	55	70	85	90
ماہم کی دوڑیں	75	60	60	45	53
منال کی دوڑیں	80	77	66	42	48

یہ فیصلہ کیا گیا ہے کہ جو بچہ سب سے زیادہ اوسطاً دوڑیں بنائے گا اُسے 1000 روپے انعام میں دیے جائیں گے۔ انعام کی رقم کون حاصل کرے گا؟

حل:

$$\bar{x}_1 = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{50+55+70+85+90}{5} = \frac{350}{5} = 70$$

حارث کی اوسط $= 70$

$$\bar{x}_2 = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{75+60+60+45+53}{5}$$

$$= \frac{293}{5} = 58.6$$

ماہم کی اوسط $= 58.6$

$$\bar{x}_3 = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{80+77+66+42+48}{5}$$

$$= \frac{313}{5} = 62.6$$

منال کی اوسط $= 62.6$

لہٰذا، حارث انعام حاصل کرتا ہے = 100 روپے

www.ilmkidunya.com

15- نیچے دیا گیا ایک تعددی تقسیم کا جدول ہے۔ جسے انحرافات $D = X - 20$ سے بنایا گیا ہے۔ اِس مواد سے حسابی اوسط معلوم کریں۔

D	−6	−4	−2	0	2	4	6
f	1	3	6	20	26	12	2

حل:

D	f	fD
−6	1	−6
−4	3	−12
−2	6	−12
0	20	0
2	26	52
4	12	48
6	2	12
	$\Sigma f = 70$	$\Sigma fD = 82$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$$
$$= 20 + \frac{82}{70}$$
$$= 20 + 1.17$$
$$= 21.17$$

16- ایک معلومات عامہ کے پروگرام میں دو ساتھیوں حفصہ اور فاطمہ نے حصّہ لیا اور انہوں نے درج ذیل پوائنٹس حاصل کیے:

45, 51, 58, 61, 74, 48, 46, 50

اوسط پوائنٹس بذریعہ انحراف $D = x - 58$ معلوم کریں۔

حل:

$$D = x - 58$$
$$\Rightarrow \quad A = 58$$

www.ilmkidunya.com

X	45	51	58	61	74	48	46	50
D = X − A	−13	−7	0	3	16	−10	−12	−8

$$\Sigma D = -50 + 19 = -31, A = 58, n = 8$$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma D}{n} = 58 + \frac{(-31)}{8}$$

$$= 58 - 3.875$$

$$\bar{x} = 54.125$$

17- ایک شخص نے درج ذیل کھانے کی اشیاء خریدیں:

کھانے کی اشیاء	مقدار (کلوگرام میں)	لاگت فی کلوگرام (روپوں میں)
چاول	10	96
آٹا	12	48
گھی	4	19
چینی	3	49
گوشت	2	650

کھانے والی اشیاء کا اوزانی اوسط کلوگرام کیا ہے؟

حل:

کھانے کی اشیاء	مقدار (کلوگرام میں)	لاگت فی کلوگرام (روپوں میں)	WX
چاول	10	96	960
آٹا	12	48	576
گھی	4	190	760
چینی	3	49	147

www.ilmkidunya.com

گوشت	2	650	1300
	$\Sigma W = 31$		

$$\bar{x} = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$$

$$\bar{x} = \frac{3743}{31}$$

$$\bar{x} = 120.74$$

قیمت فی کلو گرام $= 120.74$ روپے

18- نیچے دیے گئے مواد کا اوزانی اوسط معلوم کریں۔

اشیاء	مقدار	اشیا کی لاگت (ہزاروں میں)
واشنگ مشین	5	35
ہیٹر	3	5
چولہا	2	13
ڈسپنسر	6	18

حل:

اشیاء	w	x	wx
واشنگ مشین	5	35	175
ہیٹر	3	5	15
چولہا	2	13	26
ڈسپنسر	6	18	108
	$\Sigma W = 16$		$\Sigma W = 324$

$$\bar{x}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{324}{16}$$

$$= Rs.\ 20.25$$

www.ilmkidunya.com

19- ایک کمپنی اپنے اگلے سال کے مارکیٹنگ بجٹ کی منصوبہ بندی پانچ سالوں میں کر رہی ہے۔ سالانہ بجٹ (ملین میں) 5, 7, 8, 6, 7 ہیں۔ اگلے سال کا اوسط بجٹ معلوم کیجیے۔

حل: $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$

$$\bar{x} = \frac{5+7+8+6+7}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{33}{5} = 6.6$$

اوسط بجٹ = 6.6 (ملین میں)

20- احمد نے ایک مخصوص امتحان میں درج ذیل نمبر حاصل کیے۔

اگر مضامین کو بالترتیب 4, 2, 3, 2, 4, 5 وزن دیا گیا ہو تو ان کا اوزانی اوسط معلوم کریں۔

کمپیوٹر	اسلامیات	ریاضی	سائنس	انگلش	اُردو
72	85	90	80	65	78

حل:

مضامین	اوزان (w)	نمبرز (x)	wx
اُردو	5	78	390
انگلش	4	65	260
سائنس	2	80	160
ریاضی	3	90	270
اسلامیات	2	85	170
کمپیوٹر	4	72	288
	$\Sigma w = 20$		$\Sigma wx = 1538$

$$\bar{x}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{1538}{20}$$

$$\bar{x}_w = 76.9 \text{ marks}$$

www.ilmkidunya.com

جائزہ مشق 12

-1 ہر بیان کے نیچے چار جواب دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) کون سا مواد صرف مخصوص اقدار لیتا ہے؟

(a) مسلسل مواد (b) غیر مسلسل مواد (c) گروہی مواد (d) غیر گروہی مواد

(ii) مواد میں کسی قدر کے وقوع پذیر ہونے کی تعداد کو کہا جاتا ہے۔

(a) تعدد (b) متوقع تعدد (c) جماعتی حد (d) حقیقی جماعتی حد

(iii) درمیانی نقطہ جانا جاتا ہے۔

(a) حسابی اوسط (b) وسطانیہ (c) جماعتی حد (d) جماعتی نشان

(iv) تعددی کثیر الاضلاع کو استعمال کرتے ہوئے بنایا جاتا ہے:

(a) کالمی نقشہ (b) بار گراف

(c) حقیقی جماعتی حدود (d) سعت

(v) سب سے بڑی مد اور سب سے چھوٹی مد کے درمیان فرق کو کہا جاتا ہے۔

(a) جماعتی حدود (b) درمیانی نقطہ (c) نسبتی تعدد (d) سعت

(vi) مرکزی رجحان کی پیمائش معلوم کرنے کے لیے استعمال کیا ہو گی؟

(a) حقیقی جماعتی حدود (b) مجموعی تعداد (c) درمیانی قدر (d) تعدد

(vii) اگر 9, 8, 7, 5 اور x کا حسابی اوسط 7.5 ہو تو x کی قدر کیا ہو گی:

(a) 10 (b) 8 (c) 8.5 (d) 5.8

(viii) دیے گئے مواد کا عادہ معلوم کریں: 10, 7, 3, 1, 0, 9, 8, 5, 2

(a) 5 (b) 7 (c) 0 (d) کوئی عادہ نہیں

(ix) کسی سلسلہ یا مواد میں وہ قیمت جو سب سے زیادہ مرتبہ آئے کہلاتی ہے:

(a) حسابی اوسط (b) عادہ (c) وسطانیہ (d) اوزانی اوسط

(x) دیے گئے مواد کا وسطانیہ معلوم کریں: 110, 125, 122, 130, 124, 127, 120

(a) 124 (b) 120 (c) 125 (d) 127

جوابات

i	b	ii	a	iii	d	iv	a	v	d
vi	c	vii	c	viii	d	ix	b	x	a

2- مندرجہ ذیل کی وضاحت کریں۔

(i) تعددی تقسیم

حل: ایک جدول میں مساوات کی اس تعداد کو جو کسی جماعتی حد یا گروپ کے بالمقابل آئی ہو اُسے تعددی تقسیم کہا جاتا ہے۔

(ii) کالمی نقشہ (غیر مساوی جماعتی حدود کے لیے)

حل: غیر مساوی طبقاتی وقفوں کے ساتھ ہسٹوگرام ایک گراف ہے۔ جو مختلف چوڑائیوں کے مواد مستطیل دکھاتا ہے۔ یہ اس وقت ہوتا ہے۔ جب ڈیٹا (مواد) میں کلاسز یا مرے برابر سائز کے نہیں ہوتے ہیں۔

(iii) حسابی اوسط

حل: اس کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ متغیر کی وہ قیمت جو تمام مواد کے مجموعہ کو مدات کی تعداد سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔

www.ilmkidunya.com

(iv) وسطانیہ

حل: وسطانیہ ترتیب شدہ مواد کی بالکل درمیانی قدر ہوتی ہے۔ وسطانیہ وہ قدر ہے جو مواد کو دو برابر حصوں میں تقسیم کر دے۔ یعنی مواد 50٪ وسطانی قدر ہے پہلے اور 50٪ وسطانی قدر کے بعد ہوتا ہے۔ وسطانیہ کو $\tilde{x}$ سے ظاہر کرتے ہیں

3- درج ذیل میں 40 طلبہ کے اوزان تقریباً (پونڈ میں) ریکارڈ کیے گئے ہیں۔

138, 164, 150, 132, 144, 125, 149, 157, 146, 158, 140, 147, 136, 148, 152, 144, 168, 126, 138, 176, 163, 119, 154, 165, 146, 173, 142, 147, 135, 153, 140, 135, 161, 145, 135, 142, 150, 156, 145, 125.

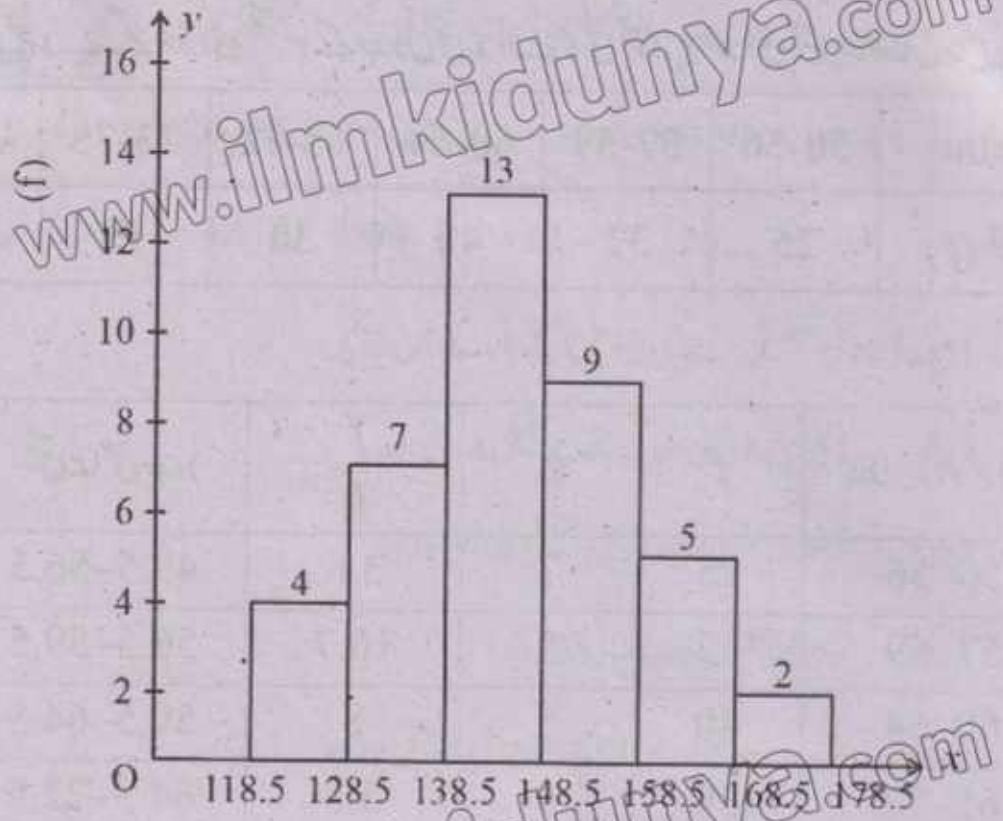
(الف) جماعتوں کی تعداد 6 لے کر ایک تعددی تقسیم کا جدول بنائیں۔

جماعتی حدود	ٹیلی نشان	f	$C.B$	x
119–128	𝍸	4	118.5–128.5	123.5
129–138	𝍸 II	7	128.5–138.5	133.5
139–148	𝍸 𝍸 III	13	138.5–148.5	143.5
149–158	𝍸 IIII	9	148.5–158.5	153.5
159–168	𝍸	5	158.5–168.5	163.5
169–178	II	2	168.5–178.5	173.5

(ب) کالمی نقشہ بنائیں۔

حل: 40 طلبا کے اوزان کی کالمی نقشہ۔

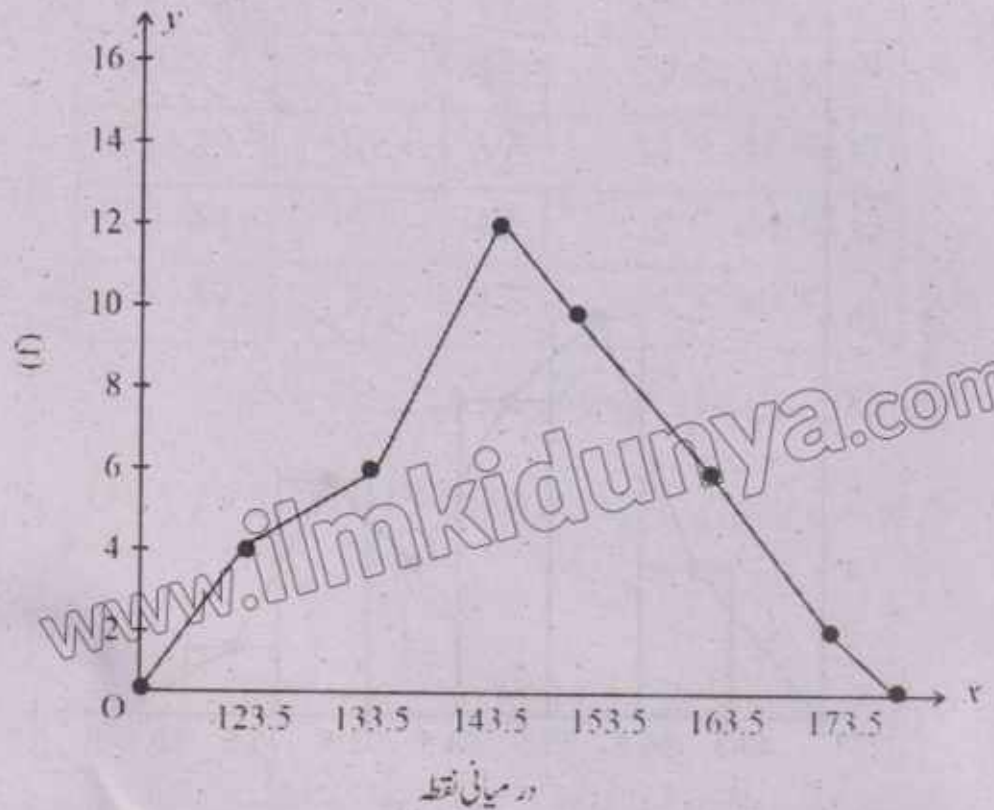
www.ilmkidunya.com



حقیقی جماعتی حدود

(ج) دیے گئے مواد کا تعددی کثیر الاضلاع بھی بنائیں۔

حل: 40 طلبا کے اوزان کی کثیر الاضلاع



درمیانی نقطہ

www.ilmkidunya.com

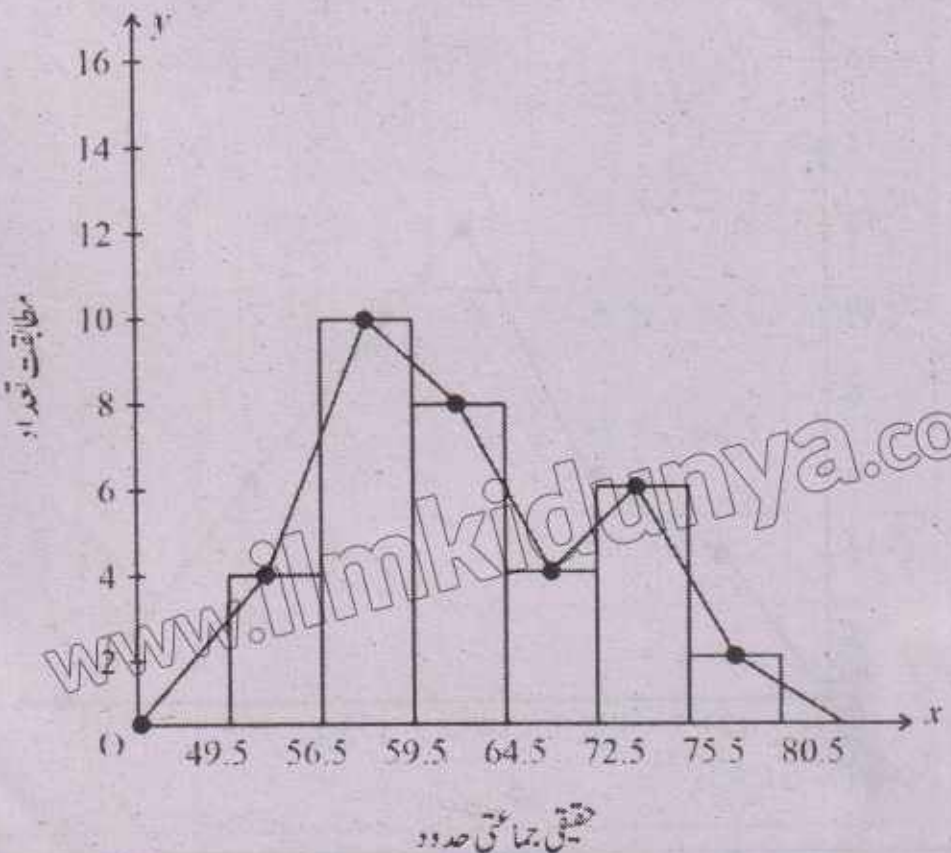
4- نیچے دیے گئے تعددی تقسیم کے جدول کی مدد سے کالمی نقشہ پر تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

اوزان	50-56	57-59	60-64	65-72	73-75	76-80
تعدد (f)	25	32	40	30	15	8

حل:

اوزان (کلوگرام)	f	h	$\frac{f}{h}$	حقیقی جماعتی حدود
50–56	25	7	3.6	49.5–56.5
57–59	32	3	10.7	56.5–59.5
60–64	40	5	8	59.5–64.5
65–72	30	8	3.8	64.5–72.5
73–75	15	3	5	72.5–75.5
76–80	8	5	1.6	75.5–80.8

کالمی نقشہ پر کثیر الاضلاع



www.ilmkidunya.com

-5 45 طلبہ نے بائیولوجی کے ماہانہ ٹیسٹ میں درج ذیل نمبر حاصل کیے۔

نمبرز	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
طلبا کی تعداد	05	08	12	15	03	02

اوپر دی ہوئی تفصیل سے درج ذیل کے بارے میں بتائیں.

(i) پانچویں جماعتی حد کی بالائی حقیقی جماعتی حد

(ii) تمام جماعتوں کی زیریں حقیقی جماعتی حدود

(iii) تمام جماعتوں کا درمیانی نقطہ

(iv) سب سے کم تعداد والی جماعت کی جماعتی حدود

حل:

نمبرز	f	x	حقیقی جماعتی حدود
20–24	5	22	19.5–24.5
25–29	8	27	24.5–29.5
30–34	12	32	29.5–34.5
35–39	15	37	34.5–39.5
40–44	3	42	39.5–44.5
45–49	2	47	44.5–49.5

(i) پانچویں جماعتی حد کی بالائی حقیقی جماعتی حد 44.5 ہے۔

(ii) تمام جماعتوں کی زیریں حقیقی جماعتی حدود 19.5، 24.5، 29.5، 34.5، 39.5 اور 44.5 بالترتیب ہیں۔

(iii) تمام جماعتوں کا درمیانہ نقطہ 22، 27، 32، 37، 42 اور 47 ہیں۔

(iv) سب سے کم تعداد والی جماعت کی جماعتی حدود (45–49) ہے۔

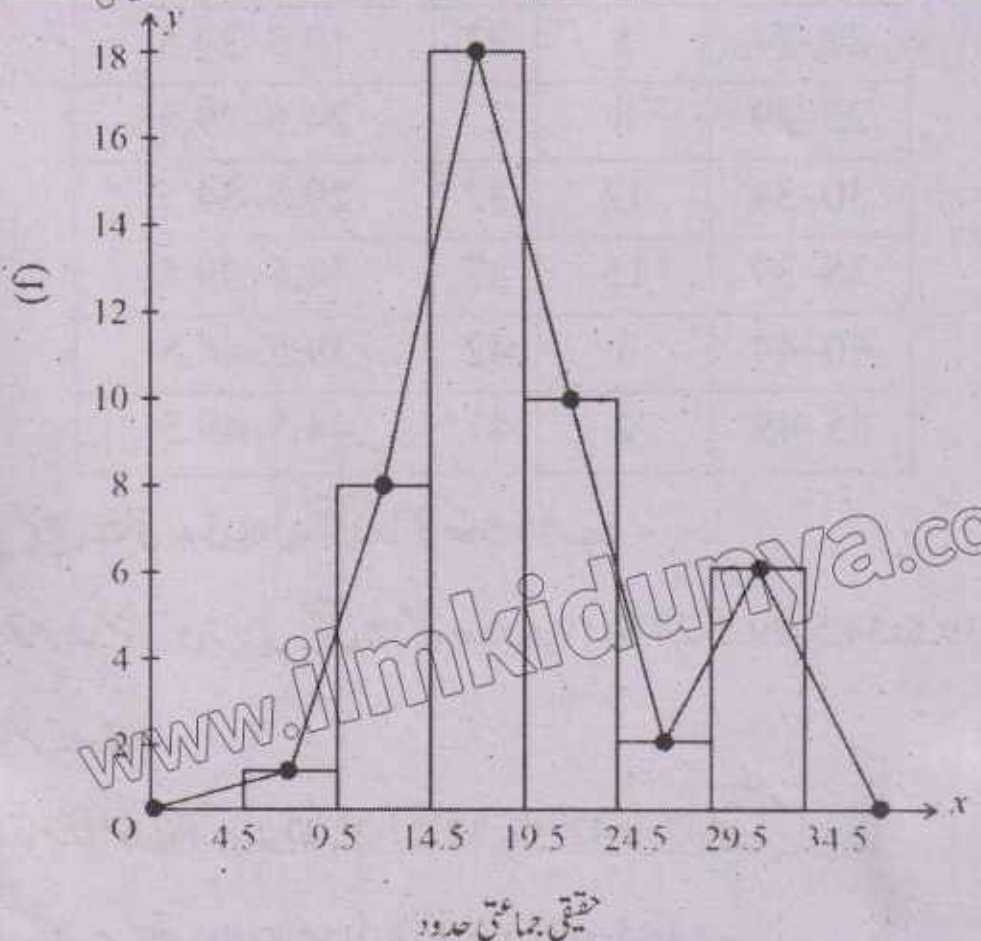
www.ilmkidunya.com

6- دیے گئے تعددی تقسیم کے جدول کا کالمی نقشہ اور تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

جماعتی حدود	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34
تعدد	1	8	18	11	2	5

حل:

جماعتی حدود	f	x	حقیقی جماعتی حدود
5–9	1	7	4.5–9.5
10–14	8	12	9.5–14.5
15–19	18	17	14.5–19.5
20–24	11	22	19.5–24.5
25–29	2	27	24.5–29.5
30–34	5	32	29.5–34.5



www.ilmkidunya.com

7- دیے گئے جدول کا اوزانی اوسط معلوم کریں۔

اشیا	مقدار	اشیا کی لاگت (روپوں میں)
کرسی	20	500
میز	20	400
تختہ سیاہ	10	750
ٹیوب لائٹ	25	230
الماری	09	950

حل:

اشیا	مقدار (w)	روپے (w)	wx
کرسی	20	500	1000
میز	20	400	8000
تختہ سیاہ	10	750	7500
ٹیوب لائٹ	25	230	5750
الماری	09	950	8550
	$\Sigma w = 84$		$\Sigma wx = 39800$

$$\bar{x}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$$

$$= \frac{39800}{84} = 473.81$$

اوسط قیمت $= 473.81$

www.ilmkidunya.com

8- ایک سکول کا پرنسپل پانچ مختلف شعبوں کے لیے 50,000 روپے کے فنڈز مختص کرتا ہے۔

(i) کرسیاں = 15000 روپے

(ii) میز = 12000 روپے

(iii) بلیک بورڈ = 6000 روپے

(iv) کمروں کی تزئین و آرائش = 10000 روپے

(iv) باغبانی = 7000 روپے

سکول کے ہر شعبہ میں فنڈز مختص کرنے کی اوسط معلوم کریں۔

حل:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{\text{کل فنڈز}}{\text{شعبوں کی تعداد}}$$

$$\bar{x} = \frac{15000+12000+6000+10000+7000}{5}$$

$$= \frac{50,000}{5}$$

$$\bar{x} = 10,000$$

مختص فنڈز کی اوسط = 10,000 روپے

9- سعد کے چھ ٹیسٹوں میں حاصل کردہ نمبر 84, 91, 72, 68, 87, 78 تھے۔ اس کے نمبروں کا حسابی اوسط معلوم کریں۔

حل:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{84+91+72+68+87+78}{6}$$

$$= \frac{480}{6}$$

$$\bar{x} = 80$$

www.ilmkidunya.com

10- ملحقہ تقسیم میں زیادہ سے زیادہ بوجھ کلوگرام میں دکھایا گیا ہے۔ جسے کچھ رسیوں کی مدد سے سہارا دیا گیا تھا۔ مختصر طریقہ کار استعمال کرتے ہوئے اوسط وزن معلوم کریں۔

زیادہ سے زیادہ بوجھ (کلوگرام میں)	93-97	98-102	103-107	108-112	113-117	118-112
رسیوں کی تعداد	2	5	8	12	6	2

حل:

بوجھ (کلوگرام میں)	f	x	$D = x - A$	fD
93–97	2	95	−15	−30
98–102	5	100	−10	−50
103–107	8	105	−5	−40
108–112	12	110 = A	0	0
113–117	6	115	5	30
118–122	2	120	10	20
	$\Sigma f = 35$			$\Sigma fD = -70$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$$

$$= 110 + \left(\frac{-70}{35}\right)$$

$$= 110 - 2$$

$$\boxed{\bar{x} = 108}$$

11- عثمان نے آٹھ مرتبہ دو ڈائس پھینکے۔ ہر دفعہ ان کے مجموعہ کو ریکارڈ کر لیا گیا 8, 5, 6, 6, 9, 4, 3, 11۔ ان کے مجموعہ کا وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

حل: (الف) وسطانیہ:

ترتیب صعود میں $= 3, 4, 5, 6, 6, 8, 9, 11$

www.ilmkidunya.com

اعداد کی تقسیم $= n = 8$ (even)

$$\tilde{x} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{n}{2}\right)^{th} \text{ویں قدر} + \left(\frac{n+2}{2}\right)^{th} \text{ویں قدر}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{8}{2}\right)^{th} \text{ویں قدر} + \left(\frac{8+2}{2}\right)^{th} \text{ویں قدر}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[4^{th} + 5^{th}\right]$$

$$= \frac{1}{2}[6+6] = \frac{12}{2}$$

$$\tilde{x} = 6$$

(ب) عادہ:

عادہ $= 6$

12- دو شراکت دار اسلم اور کلثوم ایک کمپنی چلاتے ہیں۔ درج ذیل مواد میں کمپنی میں کام کرنے والے ملازمین کی ہفتہ وار اُجرت (روپوں میں) دی گئی ہے۔

اُجرت (روپوں میں)	600-700	700-800	800-900	900-1000	1000-1100
ملازمین	3	5	7	21	11

دیے گئے جدول کا حسابی اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

حل: (الف) حسابی اوسط:

اُجرت (روپوں میں)	f	x	fx
600–700	3	650	1950
700–800	5	750	3750
800–900	7	850	5950
900–1000	21	950	19,950
1000–11000	11	1050	11,550
	$\Sigma f = 47$		$\Sigma fx = 43,150$

www.ilmkidunya.com

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{43,150}{47}$$

$$\bar{x} = 918.09$$

(ب) وسطانیہ:

اُجرت (روپوں میں)	f	$C.F$
600–700	3	3
700–800	5	8
800–900	= 7	C = 15
ℓ = 900–1000	f = 21	36
1000–11000	11	n = 47

وسطانیہ گروپ

$$\tilde{x} = \ell + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - C\right)$$

$$= 900 + \frac{100}{21}\left(\frac{47}{2} - 15\right)$$

$$= 900 + \frac{100}{21}(23.5 - 15)$$

$$= 900 + \frac{100}{21}(8.5)$$

$$= 900 + \frac{850}{21}$$

$$= 900 + 40.48$$

$$\tilde{x} = 940.48$$

(ج) عادہ:

اُجرت (روپوں میں)	f
600–700	3
700–800	5
800–900	$f_1 = 7$

www.ilmkidunya.com

$\ell = 900–100$	$f_m = 21$
1000–1100	$f_2 = 11$

عادہ گروپ

گروہی مواد کے لیے عادہ

عادہ $= \ell + \frac{(f_m - f_1)}{(2f_m - f_1 - f_2)} \times h$

$= 900 + \frac{21-7}{(2\times21-7-11)} \times 100$

$= 900 + \frac{14}{42-18} \times 100$

$= 900 + \frac{1400}{24}$

$= 900 + 58.33$

عادہ $= 958.33$

www.ilmkidunya.com
www.ilmkidunya.com
www.ilmkidunya.com