## مشق 1.1

-1 درج ذیل میں سے ہر ایک کو ناطق یا غیر ناطق اعداد کے طور پر شناخت کریں۔

(i) $2.353535$

حل: ناطق عدد

(ii) $0.\overline{6}$

حل: ناطق عدد

(iii) $2.236067.....$

حل: غیر ناطق عدد

(iv) $\sqrt{7}$

حل: غیر ناطق عدد

(v) $e$

حل: غیر ناطق عدد

(vi) $\pi$

حل: غیر ناطق عدد

(vii) $5+\sqrt{11}$

حل: غیر ناطق عدد

(viii) $\sqrt{3}+\sqrt{13}$

حل: غیر ناطق عدد

www.ilmkidunya.com

(ix) $\frac{15}{4}$

حل: غیر ناطق عدد

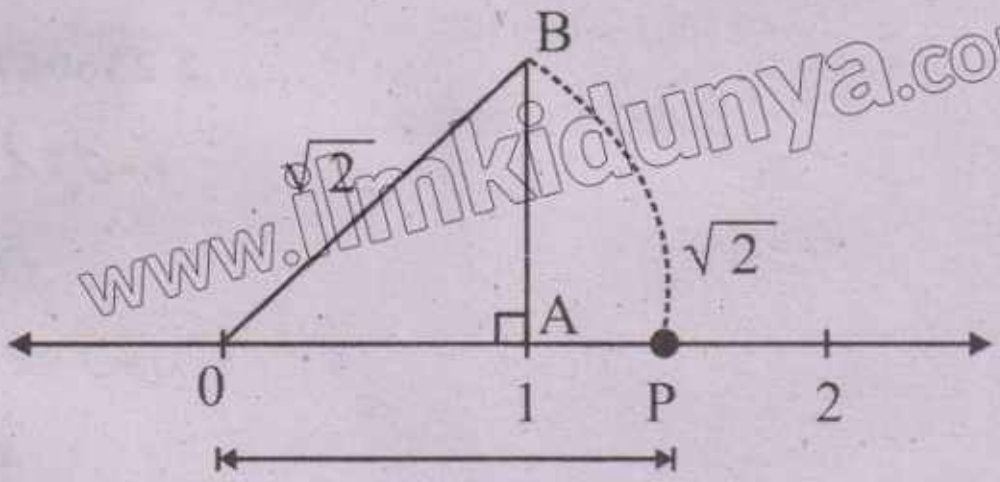
(x) $(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})$

حل: غیر ناطق عدد

2- درج ذیل اعداد کو عددی خط پر ظاہر کریں:

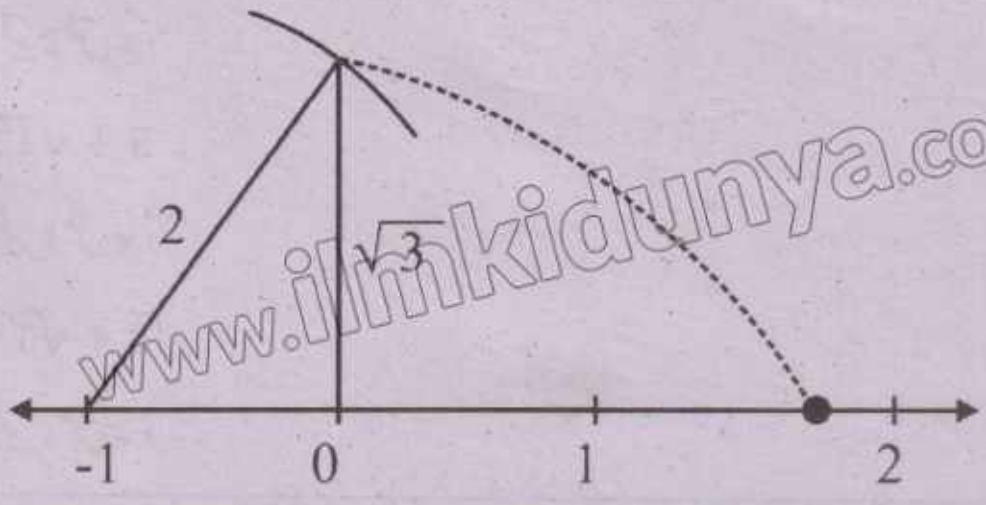
(i) $\sqrt{2}$

حل:




(ii) $\sqrt{3}$

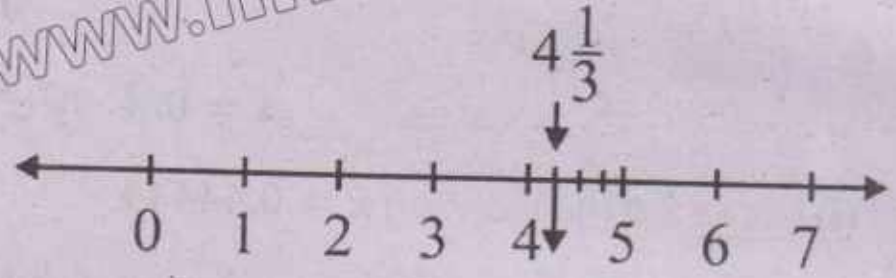
حل:




www.ilmkidunya.com

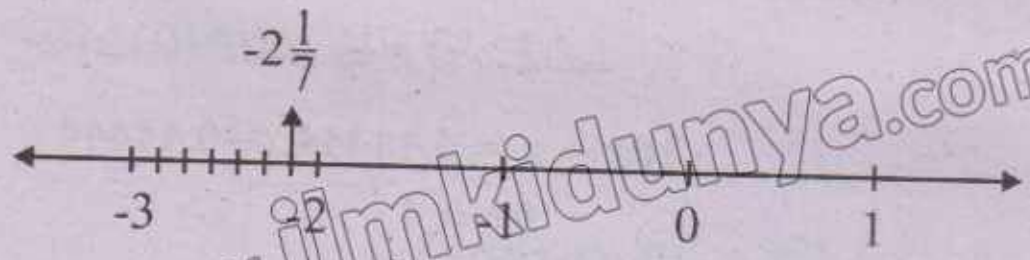
(iii) $4\frac{1}{3}$

حل:



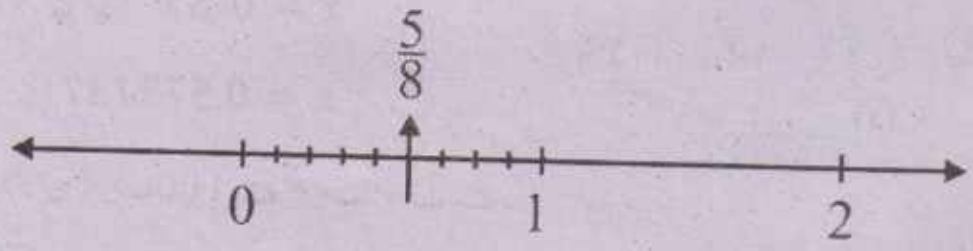

(iv) $-2\frac{1}{7}$

حل:



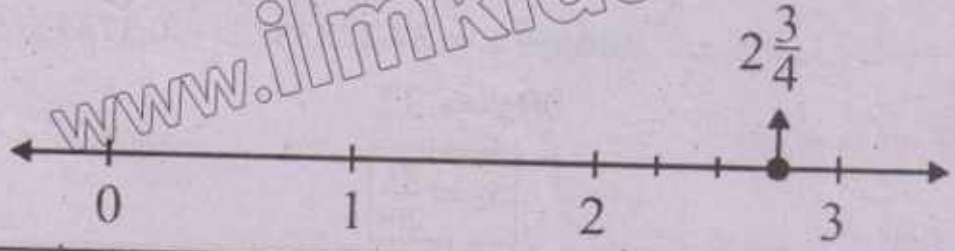

(v) $\frac{5}{8}$

حل:




(vi) $2\frac{3}{4}$

حل:




www.ilmkidunya.com

3- درج ذیل متوالی کسور اعشایہ کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کریں جب کہ $p$ اور $q$ صحیح اعداد ہیں اور $q$ ایک غیر صفر عدد ہے۔

(i) $0.\overline{4}$

حل: فرض کیا: $x = 0.\overline{4}$

(i) _____ $\ldots\ldots x = 0.44444$

دونوں طرف 10 سے ضرب دینے سے

$10x = 10(0.44444 \ldots\ldots)$

(ii) _____ $10x = 4.44444 \ldots\ldots$

مساوات (i) کو (ii) میں سے تفریق کرنے سے۔

$10x - x = 4.44444\ldots - 0.44444$

$9x = 4$

$$\boxed{x = \frac{4}{9}}$$

(ii) $0.\overline{37}$

حل: فرض کیا: $x = 0.\overline{37}$

(i) _____ $x = 0.373737 \ldots$

دونوں طرف 100 سے ضرب کرنے سے۔

$100x = 100(0.373737 \ldots)$

(ii) _____ $100x = 37.373737 \ldots$

مساوات (i) کو (ii) میں سے تفریق کرنے سے

$100x - x = 37.373737 \ldots - 0.373737 \ldots$

$99x = 37$

$$\boxed{x = \frac{37}{99}}$$

www.ilmkidunya.com

(iii) $0.\overline{21}$

حل: فرض کیا: $x = 0.\overline{21}$

$$x = 0.212121 \ldots \quad \text{(i)}$$

دونوں طرف 100 سے ضرب کرنے سے۔

$$100x = 100(0.212121 \ldots)$$

$$100x = 21.212121 \ldots \quad \text{(ii)}$$

مساوات (i) کو (ii) میں سے تفریق کرنے سے

$$100x - x = 21.212121 \ldots - 0.212121 \ldots$$

$$99x = 21$$

$$\boxed{x = \frac{21}{99}}$$

4- درج ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت کا نام بتائیں۔

(i) $(a + 4) + b = a + (4 + b)$

حل: خاصیت تلازم بلحاظ جمع

(ii) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

حل: خاصیت مبادلہ بلحاظ جمع

(iii) $x - x = 0$

حل: جمعی معکوس

(iv) $a(b + c) = ab + ac$

حل: ضرب کی بائیں خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع

(v) $16 + 0 = 16$

حل: جمعی ذاتی عنصر۔

www.ilmkidunya.com

(vi) $100 \times 1 = 100$

حل: ضربی ذاتی عنصر۔

(vii) $4 \times (5 \times 8) = (4 \times 5) \times 8$

حل: خاصیت تلازم بلحاظ ضرب۔

(viii) $ab = ba$

حل: خاصیت مبادلہ بلحاظ ضرب۔

5- درج ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت کا نام بتائیں۔

(i) $-3 < -1 \Rightarrow 0 < 2$

حل: جمعی خاصیت۔

(ii) اگر $a < b$ تو $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

حل: معکوس خاصیت۔

(iii) اگر $a < b$ تو $a + c < b + c$

حل: نابرابری کی جمعی خاصیت۔

(iv) اگر $ac < bc$ اور $a < b$ تو $c > 0$

حل: تنسیخی خاصیت بلحاظ ضرب۔

(v) اگر $ac < bc$ اور $a < b$ تو $c < 0$

حل: تنسیخی خاصیت بلحاظ ضرب۔

(vi) $a < b$ یا $a = b$ یا $a > b$

حل: ثلاثی خاصیت۔

www.ilmkidunya.com

-6 درج ذیل کے درمیان دو ناطق اعداد معلوم کریں:

(i) $\frac{1}{3}$ and $\frac{11}{43}$

حل: $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

ان میں سے ہم صرف دو معلوم کریں گے۔

پہلا ناطق عدد: $= \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right) \div 2$

$= \left(\frac{4+3}{12}\right) \times \frac{1}{2}$

$= \frac{7}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{24}$

دوسرا ناطق عدد: $= \left(\frac{7}{24}+\frac{1}{4}\right) \div 2$

$= \left(\frac{7+6}{24}\right) \times \frac{1}{2}$

$= \frac{13}{24} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{13}{48}$

لہٰذا $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ کے درمیان ناطق اعداد $\frac{7}{24}$ اور $\frac{13}{48}$ ہیں۔

(ii) 3 اور 4

حل: 3 اور 4 درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

ہم ان میں سے صرف دو معلوم کریں گے۔

پہلا ناطق عدد: $= \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2}$

دوسرا ناطق عدد: $= \left(\frac{7}{2}+4\right) \div 2$

$= \left(\frac{7+8}{2}\right) \times \frac{1}{2}$

$= \frac{15}{4}$

www.ilmkidunya.com

لہٰذا $\frac{7}{2}$ اور $\frac{15}{4}$ دو ناطق اعداد ہیں۔

(iii) $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{5}$

حل: $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{5}$ کے درمیان لامتناہی اعداد ہیں۔

پہلا ناطق عدد $= \left(\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\right) \div 2$

$= \left(\frac{3+4}{5}\right) \times \frac{1}{2}$

$= \frac{7}{5} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{7}{10}$

دوسرا ناطق عدد $= \left(\frac{7}{10}+\frac{4}{5}\right) \div 2$

$= \left(\frac{7+8}{10}\right) = \times \frac{1}{2}$

$= \frac{15}{10} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{20}_{4}} = \frac{3}{4}$

لہٰذا $\frac{7}{10}$ اور $\frac{3}{4}$ دو ناطق اعداد ہیں۔

## مشق 1.2

-1 درج ذیل کے مخرج کو ناطق بنائیں۔

(i) $\frac{13}{4+\sqrt{3}}$

حل: $\frac{13}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{13(4-\sqrt{3})}{(4)^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{13(4-\sqrt{3})}{16-3}$$

$$= \frac{13\left(4-\sqrt{3}\right)}{13}$$

$$= 4-\sqrt{3}$$

(ii) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

حل: $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$$= \frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{15}}{3}$$

(iii) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}}$

حل: $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$$= \frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{5}$$

(iv) $\frac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}}$

حل: $\frac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}} \times \frac{6-4\sqrt{2}}{6-4\sqrt{2}}$

$$= \frac{(6-4\sqrt{2})^2}{(6)^2-(4\sqrt{2})^2}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{(6)^2+(4\sqrt{2})^2-2(6)(4\sqrt{2})}{36-16(2)}$$

$$= \frac{36+16(2)-48\sqrt{2}}{36-32}$$

$$= \frac{36+32-48\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{68-48\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{4\left(17-12\sqrt{2}\right)}{4}$$

$$= 17-12\sqrt{2}$$

(v) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

حل:

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})(\sqrt{2})}{3-2}$$

$$= \frac{3+2-2\sqrt{6}}{1}$$

$$= 5-2\sqrt{6}$$

(vi) $\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

حل:

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{4(\sqrt{21}-\sqrt{15})}{7-5}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{{}^{2}\cancel{4}\left(\sqrt{21}-\sqrt{15}\right)}{\cancel{2}}$$

$$= 2\left(\sqrt{21}-\sqrt{15}\right)$$

2- درج ذیل کو مختصر کیجیے:

(i) $\left(\frac{81}{16}\right)^{-3/4}$

حل: $\left(\frac{81}{16}\right)^{-3/4}$

$$= \left(\frac{3^4}{2^4}\right)^{-3/4}$$

$$= \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{4}\right]^{3/4}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{3}$$

$$= \frac{8}{27}$$

(ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{9}\right)^{3} \times \frac{16}{27}$

حل: $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{9}\right)^{3} \times \frac{16}{27}$

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{4}{9}\right)^{3} \times \frac{4^2}{3^3}$$

$$= \frac{4^2}{3^2} \times \frac{(3^2)^3}{(4)^3} \times \frac{4^2}{3^3}$$

$$= \frac{4^2 \times 4^2 \times (3)^6}{3^{2+3} \times 4^3}$$

$$= \frac{4^{2+2} \times (3)^6}{3^5 \times 44^3}$$

$$= 4^{4-3} \times 3^{6-5}$$

www.ilmkidunya.com

$= 4^1 \times 3^1$

$= 12$

**(iii)** $(0.027)^{-1/3}$

**حل:** $(0.027)^{-1/3}$

$= \left(\frac{27}{1000}\right)^{-1/3}$

$= \left(\frac{1000}{27}\right)^{1/3}$

$= \left(\frac{10\times10\times10}{3\times3\times3}\right)^{1/3}$

$= \left[\left(\frac{10}{3}\right)^{3}\right]^{1/3}$

$= \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

**(iv)** $\sqrt[7]{\frac{x^{14}\times y^{21}+z^{35}}{y^{14}z^{7}}}$

**حل:** $\sqrt[7]{\frac{x^{14}\times y^{21}+z^{35}}{y^{14}z^{7}}}$

$= (x^{14} \quad y^{21-14} \quad z^{35-7})^{1/7}$

$= \left(x^{14^2}\right)^{1/7} \times \left(y^{7}\right)^{1/7} \times \left(x^{28^4}\right)^{1/7}$

$= x^2 \quad y \quad z^4$

**(v)** $\frac{5\cdot(25)^{n+1}-25\cdot(5)^{2n}}{5\cdot(5)^{2n+3}-(25)^{n+1}}$

**حل:** $\frac{5\cdot(25)^{n+1}-25\cdot(5)^{2n}}{5\cdot(5)^{2n+3}-(25)^{n+1}}$

$= \frac{5\cdot(5^2)^{n+1}-5^2(5)^{2n}}{5\cdot(5)^{2n+3}-(5^2)^{n+1}}$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{5 \cdot 5^{2n} \cdot 5^2 - 5^2 (5)^{2n}}{5 \cdot 5^{2n} \cdot 5^3 - 5^{2n} \cdot 5^2}$$

$$= \frac{5^{2n} \cdot 5^2 (5-1)}{5^{2n} \cdot 5^2 (5^2-1)}$$

$$= \frac{4}{25-1}$$

$$= \frac{4^1}{24_6}$$

$$= \frac{1}{6}$$

(vi) $\dfrac{(16)^{x+1}+20(4^{2x})}{2^{x-3} \times 8^{x+2}}$

حل: $\dfrac{(16)^{x+1}+20(4^{2x})}{2^{x-3} \times 8^{x+2}}$

$$= \frac{(2^4)^{x+1} + 5 \times 2^2 (2^2)^{2x}}{2^{x-3} \times (2^3)^{x+2}}$$

$$= \frac{2^{4x+4} + 5 \times 2^2 (2)^{4x}}{2^{x-3} \times (2)^{3x+6}}$$

$$= \frac{2^{4x} \cdot 2^4 + 5 \times 2^2 (2)^{4x}}{2^{x+3x} \times 2^{6-3}}$$

$$= \frac{2^{4x} \cdot 2^2 (2^2+5)}{2^{4x} \times 2^2 \cdot 2^1}$$

$$= \frac{4+5}{2}$$

$$= \frac{9}{2}$$

$$= 4\frac{1}{2}$$

(vii) $(64)^{-2/3} \div (9)^{-3/2}$

حل: $(64)^{-2/3} \div (9)^{-3/2}$

$$= \frac{(64)^{-2/3}}{(9)^{-3/2}}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{(4^3)^{-2/3}}{(3^2)^{-1/2}}$$

$$= \frac{(4)^{-2}}{3^{-3}}$$

$$= \frac{3^3}{4^2}$$

$$= \frac{27}{16}$$

$$= 1\frac{11}{16}$$

**(viii)** $\dfrac{3^n \times 9^{n+1}}{3^{n-1} \times 9^{n-1}}$

**حل:** $\dfrac{3^n \times 9^{n+1}}{3^{n-1} \times 9^{n-1}}$

$$= \frac{3^n \times (3^2)^{n+1}}{3^n \cdot 3^{-1} \times (3^2)^{n-1}}$$

$$= \frac{3^n \times 3^{2n} \times 3^2}{3^n \cdot 3^{-1} \times 3^{2n} \times 3^{-2}}$$

$$= 3^2 \times 3^1 \times 3^2$$

$$= 3^{2+1+2} = 3^5 = 343$$

**(ix)** $\dfrac{5^{n+3} - 6 \cdot 5^{n+1}}{9 \times 5^n - 4 \times 5^n}$

**حل:** $\dfrac{5^{n+3} - 6 \cdot 5^{n+1}}{9 \times 5^n - 4 \times 5^n}$

$$= \frac{5^n \cdot 5^3 - 6 \cdot 5^n \cdot 5^1}{9 \times 5^n - 4 \times 5^n}$$

$$= \frac{5^n (5^3 - 6 \cdot 5^1)}{5^n (9 - 4)}$$

$$= \frac{5^n (5^2 - 6)}{5}$$

$$= 25 - 6$$

$$= 19$$

www.ilmkidunya.com

-3 اگر $x = 3 + \sqrt{8}$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کیجیے:

(i) $x + \frac{1}{x}$

حل: $x = 3 + \sqrt{8}$

(i) _____

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{3+\sqrt{8}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{3+\sqrt{8}} \times \frac{3-\sqrt{8}}{3-\sqrt{8}}$$

$$= \frac{3-\sqrt{8}}{(3)^2 - (\sqrt{8})^2}$$

$$= \frac{3-\sqrt{8}}{9-8}$$

(ii) _____ $\frac{1}{x} = 3 - \sqrt{8}$

مساوات (i) اور مساوات (ii) کو جمع کرنے سے

$$x + \frac{1}{x} = 3 - \sqrt{8} + 3 + \sqrt{8}$$

(iii) _____ $\boxed{x + \frac{1}{x} = 6}$

(ii) $x - \frac{1}{x} = ?$

حل: $x = 3 + \sqrt{8}$

(i) _____ (i) میں پہلے سے معلوم کیا ہے۔

(ii) _____ $\frac{1}{x} = 3 - \sqrt{8}$

مساوات (i) کو (ii) کو تفریق کرنے سے

$$x - \frac{1}{x} = (3 + \sqrt{8}) - (3 - \sqrt{8})$$

$$= 3 + \sqrt{8} - 3 + \sqrt{8}$$

(iii) _____ $x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{8}$

www.ilmkidunya.com

(iii) $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

**حل:** (i) میں پہلے سے معلوم کر چکے ہیں۔

$$x + \frac{1}{x} = 6$$

طرفین کا مربع لینے سے

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (6)^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) = 36$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 36 - 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$$

(iv) $x^2 - \frac{1}{x^2} = ?$

**حل:** (i) اور (ii) پہلے سے معلوم کر لیا ہے۔

$$x + \frac{1}{x} = 6 \quad \text{___(i)} \quad , \quad x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{8} \quad \text{___(ii)}$$

مساوات (i) اور مساوات (ii) کو ضرب کرنے سے

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = (6)(2\sqrt{8})$$

$$(x)^2 - \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 12\sqrt{8}$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = 12\sqrt{8}$$

(v) $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

**حل:** (iii) میں پہلے سے معلوم کر چکے ہیں۔

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$$

www.ilmkidunya.com

طرفین کا دوبارہ مربع لینے سے

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=(34)^2$$

$$(x^2)^2+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2+2(x^2)\left(\frac{1}{x^2}\right)=1156$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}=1156-2$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}=1154$$

(vi) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$

حل: (ii) میں پہلے سے معلوم کر چکے ہیں۔

$$x-\frac{1}{x}=2\sqrt{8}$$

طرفین کا مربع لینے سے

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=(2\sqrt{8})^2$$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=4(8)$$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=32$$

-4 اگر $p+q\sqrt{2}=\frac{8-3\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}}$ ہو تو ناطق اور معلوم کریں۔

حل: $p+q\sqrt{2}=\frac{8-3\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}}$

$$=\frac{8-3\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}}\times\frac{4-3\sqrt{2}}{4-3\sqrt{2}}$$

$$p+q\sqrt{2}=\frac{32-24\sqrt{2}-12\sqrt{2}+(3\sqrt{2})^2}{(4)^2-(3\sqrt{2})^2}$$

$$=\frac{32-36\sqrt{2}+9(2)}{16-9\sqrt{2}}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{32-36\sqrt{2}+18}{16-18}$$

$$= \frac{50-36\sqrt{2}}{-2}$$

$$= \frac{\cancel{50}^{25}}{\cancel{-2}_{1}} - \frac{\cancel{36}^{18}\sqrt{2}}{\cancel{-2}_{1}}$$

$$p + q\sqrt{2} = -25 + 18\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \quad p = 25 \ , \ \ q = 18$$

-5 درج ذیل کو مختصر کیجیے:

(i) $\dfrac{(25)^{3/2} \times (243)^{3/5}}{(16)^{5/4} \times (8)^{4/3}}$

حل: $\dfrac{(25)^{3/2} \times (243)^{3/5}}{(16)^{5/4} \times (8)^{4/3}}$

$$= \frac{(5^2)^{3/2} \times (3^5)^{3/5}}{(2^4)^{5/4} \times (2^3)^{4/3}}$$

$$= \frac{5^3 \times 3^3}{2^5 \times 2^4} = \frac{(5\times 3)^3}{2^{5+4}}$$

$$= \frac{(15)^3}{2^9} = \frac{3375}{512}$$

(ii) $\dfrac{54 \times \sqrt[3]{(27)^{2x}}}{9^{x+1} + 216\,(3^{2x-1})}$

حل: $\dfrac{54 \times \sqrt[3]{(27)^{2x}}}{9^{x+1} + 216\,(3^{2x-1})}$

$$= \frac{54 \times \left[(3^3)^{2x}\right]^{1/3}}{9^x \cdot 9^1 + 9 \times 24\,(3^{2x} \cdot 3^{-1})}$$

$$= \frac{\cancel{54}^{6} \times (3^{2x})^{\frac{1}{3}}}{\cancel{9}\,(9^x + 24 \cdot (3^2)^x \cdot 3^{-1})}$$

$$= \frac{6 \times 3^{2x}}{9^x + 8 \times 3 \times (9)^x \cdot 3^{-1}}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{6 \times (3^2)^x}{9^x (1+8 \cdot 3^{1-1})}$$

$$= \frac{6 \times 9^x}{9^x \times (9)} = \frac{6^2}{9_3}$$

$$= \frac{2}{3}$$

(iii) $$\sqrt{\frac{(216)^{2/3} \times (25)^{1/2}}{(0.04)^{-3/2}}}$$

حل: $$\sqrt{\frac{(6^3)^{2/3} \times (5^2)^{1/2}}{\left(\frac{4}{100}\right)^{-3/2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{6^2 \times 5}{\left(\frac{100}{4}\right)^{3/2}}} = \sqrt{\frac{6^2 \times 5}{(25)^{3/2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{6^2 \times 5}{(5^2)^{3/2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{6^2 \times 5}{5^3}}$$

$$= \sqrt{\frac{6^2}{5^{3-1}}}$$

$$= \sqrt{\frac{6^2}{5^2}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2}$$

$$= \frac{6}{5}$$

www.ilmkidunya.com

(iv) $\left(a^{1/3}+b^{2/3}\right)\times\left(a^{2/3}-a^{1/3}b^{2/3}+b^{4/3}\right)$

حل: $\left(a^{1/3}+b^{2/3}\right)\times\left(a^{2/3}-a^{1/3}b^{2/3}+b^{4/3}\right)$

$$=\left(a^{1/3}+b^{2/3}\right)\times\left(\left(a^{1/3}\right)^2-\left(a^{1/3}\right)\left(b^{2/3}\right)+\left(b^{2/3}\right)^2\right)$$

$$=(a^{1/3})^3+(b^{2/3})^3$$

$$a+b^2$$

## مشق 1.3

1- تین مسلسل صحیح اعداد کا مجموعہ 42 ہو تو اعداد معلوم کریں۔

حل: فرض کیا: $x-1, x, x+1$ تین مسلسل صحیح اعداد ہیں

$$(x-1)+x+(x-1)=42$$

$$x-1+x+x+1=42$$

$$3x=42$$

$$x=\frac{42^{14}}{3_1}$$

$$x=14$$

پہلا صحیح عدد $=x-1=14-1=13$

دوسرا صحیح عدد $=x=14$

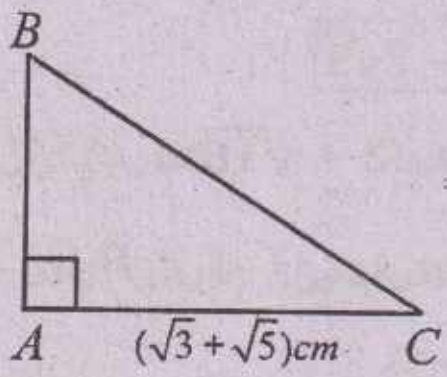
تیسرا صحیح عدد $=x+1=14+1=15$

تین مسلسل صحیح اعداد $=13, 14, 15$

www.ilmkidunya.com

2- شکل میں قائمۃ الزاویہ $\Delta ABC$ دکھائی گئی ہے جس میں $\overline{AC}$ کی لمبائی $(\sqrt{3}+\sqrt{5})cm$، $\Delta ABC$ کا رقبہ $(1+\sqrt{15})cm^2$ ہے۔ ضلع $\overline{AB}$ کی لمبائی کو $(a\sqrt{3}+b\sqrt{5})cm$ کی صورت میں معلوم کریں، جہاں $a$ اور $b$ صحیح اعداد ہیں۔

حل:




حل: $m\overline{AC} = (\sqrt{3}+\sqrt{5})cm$

Area at $\Delta ABC = (1+\sqrt{5})cm^2$

$m\overline{AB} = ?$

مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ (اونچائی × قاعدہ)

مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2}(m\overline{AC} \times m\overline{AB})$

$1+\sqrt{5} = \frac{1}{2}[(\sqrt{3}+\sqrt{5}) \times m\overline{AB}$

$\frac{2(1+\sqrt{15})}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = m\overline{AB}$

$\frac{2(1+\sqrt{15})}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \times \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = m\overline{AB}$

$= \frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{15}\times\sqrt{3}-\sqrt{15}\times\sqrt{5})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2} = m\overline{AB}$

www.ilmkidunya.com

$$\frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{45}-\sqrt{75})}{3-5} = m\overline{AB}$$

$$\frac{\cancel{2}\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}+3\sqrt{5}-5\sqrt{3}\right)}{\cancel{-2}} = m\overline{AB}$$

$$\frac{-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}}{-1} = m\overline{AB}$$

$$4\sqrt{3}-2\sqrt{5} = m\overline{AB}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{m\overline{AB} = 4\sqrt{3}-2\sqrt{5}}$$

-3 ایک مستطیل کے اضلاع کی لمبائیاں $\left(5-\frac{4}{\sqrt{2}}\right)m$ اور $2+\sqrt{18}m$ ہیں۔ مستطیل کے رقبے کو $a+b\sqrt{2}$ کی شکل میں ظاہر کریں، جہاں $a$ اور $b$ صحیح اعداد ہیں۔

حل: فرض کریں مستطیل کی لمبائی $= (2+\sqrt{18})m$

مستطیل کی چوڑائی $= m = \left(5+\frac{4}{\sqrt{2}}\right)$

مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

$$= (2+\sqrt{18})\left(5-\frac{4}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= (2+\sqrt{9}\times 2)\left(5-\frac{2\times 2}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= (2+3\sqrt{2})(5-2\sqrt{2})$$

$$\therefore \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$= 10-4\sqrt{2}+15\sqrt{2}-6\left(\sqrt{2}\right)^2$$

$$= 10+11\sqrt{2}-6(2)$$

$$= 10+11\sqrt{2}-12$$

مستطیل کا رقبہ $= -2+11\sqrt{2}$

www.ilmkidunya.com

4- دو اعداد معلوم کریں جن کا مجموعہ 68 اور فرق 22 ہے۔

حل: فرض کریں اعداد $x$ اور $y$ ہیں۔

$$x + y = 68 \quad \text{___ (i)}$$

$$x - y = 22 \quad \text{___ (ii)}$$

مساوات (i) اور مساوات (ii) کو جمع کرنے سے

$$x + y = 68$$
$$\underline{x - y = 22}$$
$$2x = 90$$

$$x = 90^{45} \Big/ _{2}$$

$$x = 45$$

مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$45 + y = 68$$

$$y = 68 - 45$$

$$y = 23$$

لہٰذا، اعداد $= 45, 23$

5- 2024 کے موسم گرما کے دوران لاہور میں غیر معمولی طور پر گرم تھا۔ ٹی وی نیوز نے درجہ حرارت 48 ڈگری سینٹی گریڈ تک پہنچنے کی اطلاع دی۔ کلیہ $\left(°F + \frac{9}{5}°C + 32\right)$ کا استعمال کرتے ہوئے درجہ حرارت کو فارن ہائیٹ اسکیل میں معلوم کریں۔

حل: $T(C) = 48°C$

www.ilmkidunya.com

$^{\circ}F = ?$

$F = \frac{9}{5}°C + 32$

$= \frac{9}{5} \times 48 + 32$

$= 9 \times 9.6 + 32$

$= 86.4 + 32$

$\boxed{°F = 118.4}$

-6 باپ اور بیٹے کی عمر کا مجموعہ 72 سال ہے۔ چھے سال پہلے باپ کی عمر بیٹے سے دوگنا تھی۔ چھے سال پہلے بیٹے کی عمر کیا تھی؟

حل:

فرض کریں باپ کی عمر $= x$ سال

بیٹے کی عمر $= y$ سال

باپ اور بیٹے کی عمروں کا مجموعہ

$x + y = 72$ __(i)

چھ سال پہلے

باپ کی عمر $= (x - 6)$ سال

بیٹے کی عمر $= (y - 6)$ سال

باپ کی عمر = بیٹے کی عمر کا دگنا

$x - 6 = 2(y - 6)$

$x - 6 = 2y - 12$

$x = 2y - 12 + 6$

$x = 2y - 6$ __(ii)

www.ilmkidunya.com

مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$2y - 6 + y = 72$$
$$3y = 72 + 6$$
$$y = {}^{78}/_{3}$$
$$y = 26$$

مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$x = 2(26) - 6$$
$$= 52 - 6$$
$$x = 46$$

چھ سال پہلے بیٹے کی عمر $= y - 6 = 26 - 6 = 20$ سال

چھ سال پہلے باپ کی عمر $= x - 6 = 46 - 6 = 40$ سال

7- مرحانے ایک کھلونا 1,500 روپے میں خریدا اور 1,520 روپے میں فروخت کیا۔ اس کا منافع فیصد کیا تھا؟

حل: قیمت خرید = 1500 روپے

قیمت فروخت = 1520 روپے

نفع = قیمت خرید − قیمت فروخت

$= 1520 - 1500$

$= Rs.\ 20$

$$\text{نفع \%} = \%\left(100 \times \frac{\text{منافع}}{\text{قیمت خرید}}\right)$$

$$= \frac{20}{1500} \times 100\%$$

www.ilmkidunya.com

$= \frac{20}{15}\%$

نفع ٪ $= 1.33\%$

8- طیب کی سالانہ آمدنی 960,000 روپے ہے، جب کہ مستثنیٰ رقم 130,000 روپے ہے۔ 0.75٪ کی شرح سے اسے کتنا ٹیکس ادا کرنا پڑے گا۔

حل: سالانہ آمدنی $= 960,000$ روپے

مستثنیٰ رقم $= 0.75$ فیصد

قابل ٹیکس آمدنی = سالانہ آمدنی − مستثنیٰ رقم

$= 960,000 - 130,000$

$= 830,000$ روپے

ٹیکس کی رقم = 0.75 فیصد کا قابل ٹیکس آمدنی

$= \frac{0.75}{100} \times 830000$

$= \frac{75}{10000} \times 830,000$

$= 75 \times 83$

$= Rs.\ 6,225$

9- 375,000 روپے پر ایک سال کے لیے 14٪ کی شرح سے سالانہ منافع معلوم کریں۔

حل: اصل رقم $= P = Rs.\ 3,75,000$

وقت $= R = 14\%$

مارک اپ $= ?$

www.ilmkidunya.com

$$= 375,000 \times \frac{14}{100} \times 1$$

$$= 3750 \times 14$$

$$= Rs.\ 52,500$$

## جائزہ مشق 1

-1 ہر بیان کے نیچے چار جواب دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) $\sqrt{7}$ ہے:

(a) صحیح عدد (b) ناطق عدد (c) غیر ناطق عدد (d) قدرتی عدد

(ii) $\pi$ اور $e$ ہیں:

(a) قدرتی اعداد (b) صحیح اعداد (c) ناطق اعداد (d) غیر ناطق اعداد

(iii) اگر $n$ ایک مکمل مربع نہیں ہے، تو $\sqrt{n}$ ہے:

(a) ناطق عدد (b) قدرتی عدد (c) صحیح عدد (d) غیر ناطق عدد

(iv) $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ ہے:

(a) مکمل عدد (b) صحیح عدد (c) ناطق عدد (d) غیر ناطق عدد

(v) $\forall x \in R, x = x$ خاصیت کہلاتی ہے:

(a) عکسی خاصیت (b) متعدیت خاصیت (c) تشاکل خاصیت (d) ثلاثی خاصیت

(vi) فرض کریں $a, b, c \in R$ اگر $a > b$ تو $a > c$ یہ خاصیت _____ کہلاتی ہے۔

(a) ثلاثی (b) متعدیت (c) جمعی (d) ضربی

www.ilmkidunya.com

(vii) $2^x + 8^x = 64$ ہو تو $x$ برابر ہے:

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{2}{3}$

(viii) فرض کریں $a, b \in R$ تو $a = b$ اور $b = a$ خاصیت _____ کہلاتی ہے۔

(a) عکسی (b) تشاکل (c) متعدیت (d) جمعی

(ix) $\sqrt{75} + \sqrt{27} =$ _____

(a) $\sqrt{102}$ (b) $9\sqrt{3}$ (c) $5\sqrt{3}$ (d) $8\sqrt{3}$

(x) $(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})$ کا حاصل ضرب ہے:

(a) مفرد عدد (b) طاق عدد (c) غیر ناطق عدد (d) ناطق عدد

جوابات

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| i | c | ii | d | iii | d | iv | d | v | a |
| vi | b | vii | a | viii | b | ix | d | x | d |

-2 اگر $a = \frac{3}{2}$، $b = \frac{5}{3}$ اور $c = \frac{7}{5}$ ہو تو ثابت کیجیے۔

(i) $a(b+c) = ab + ac$ (ii) $(a+b)c = ac + bc$

(i) $a(b+c) = ab + ac$

حل: بائیں طرف سے $= a(b+c)$

$$= \frac{3}{2}\left(\frac{5}{3} + \frac{7}{5}\right)$$

$$= \frac{3}{2}\left(\frac{25+21}{15}\right)$$

$$= \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{2}_{1}}\left(\frac{\cancel{46}^{23}}{\cancel{15}_{5}}\right)$$

$$= \frac{23}{5}$$

www.ilmkidunya.com

$= ab + ac$ دائیں طرف سے

$= \frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{5}{\cancel{3}} + \frac{3}{2} \times \frac{7}{5}$

$= \frac{5}{2} + \frac{21}{10}$

$= \frac{25+21}{10}$

$= \frac{\cancel{46}^{23}}{\cancel{10}_{5}}$

$= \frac{23}{5}$

پس، ثابت ہوا، دائیں طرف = بائیں طرف

(ii) $(a+b)c = ac + bc$

حل: بائیں طرف سے

$= (a+b)c$

$= \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{3}\right) \times \frac{7}{5}$

$= \left(\frac{9+10}{6}\right) \times \frac{7}{5}$

$= \frac{19}{6} \times \frac{7}{5}$

$= \frac{133}{30}$

$= ac + bc$ دائیں طرف سے

$= \frac{3}{2} \times \frac{7}{5} + \frac{\cancel{5}}{3} \times \frac{7}{\cancel{5}}$

$= \frac{21}{10} + \frac{7}{3}$

$= \frac{63+70}{30}$

$= \frac{133}{30}$

پس، ثابت ہوا، دائیں طرف = بائیں طرف

www.ilmkidunya.com

-3 اگر $a = \frac{4}{3}$، $b = \frac{5}{2}$ اور $c = \frac{7}{4}$ ہو تو حقیقی اعداد کی خاصیت تلازم بلحاظ جمع اور ضرب کو ثابت کیجیے۔

www.ilmkidunya.com

(i) خاصیت تلازم بلحاظ جمع

حل: $(a+b)+c = a+(b+c)$

بائیں طرف سے $= (a+b)+c$

$$= \left(\frac{4}{3}+\frac{5}{2}\right)+\frac{7}{4}$$

$$= \left(\frac{8-15}{6}\right)+\frac{7}{4}$$

$$= \frac{23}{6}+\frac{7}{4}$$

$$= \frac{46+21}{12}$$

$$= \frac{67}{12}$$

دائیں طرف سے $= a+(b+c)$

$$= \frac{4}{3}+\left(\frac{5}{2}+\frac{7}{4}\right)$$

$$= \frac{4}{3}+\left(\frac{10+7}{4}\right)$$

$$= \frac{4}{3}+\frac{17}{4}$$

$$= \frac{16+51}{12}$$

$$= \frac{67}{12}$$

پس، ثابت ہوا، بائیں طرف سے = دائیں طرف سے

(ii) خاصیت تلازم بلحاظ ضرب

حل: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

بائیں طرف سے $= (a \times b) \times c$

$$= \left(\frac{4^{2}}{3} \times \frac{5}{2_{1}}\right) \times \frac{7}{4}$$

$$= \frac{10^{5}}{3} \times \frac{7}{4_{2}}$$

$$= \frac{35}{6}$$

دائیں طرف سے $= a \times (b \times 4)$

$$= \frac{4}{3} \times \left(\frac{5}{2} \times \frac{7}{4}\right)$$

$$= \frac{4^{1}}{3} \times \frac{35}{8_{2}}$$

$$= \frac{35}{6}$$

4- کیا صفر (0) ایک ناطق عدد ہے؟ وضاحت کریں۔

حل: جی 0 ایک ناطق عدد ہے۔

وضاحت:

0 کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں اس طرح $\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}, \ldots$

یہاں $0 \in Z$ اور $1, 2, 3 \in Z$، لہٰذا ہم کہہ سکتے ہیں ایک ناطق عدد ہے۔

www.ilmkidunya.com

5- حقیقی اعداد کی ثلاثی خاصیت بیان کریں۔

حل: تمام $a, b \in R$

یا تو $a > b$ یا $a = b$ یا $a < b$

یہ ثلاثی خاصیت کہلاتی ہے۔

6- 4 اور 5 کے درمیان دو ناطق اعداد معلوم کریں۔

حل: پہلا ناطق عدد $= (4 + 5) \div 2$

$= 9 \div 2$

$= \frac{9}{2}$

دوسرا ناطق عدد $= \left(4 + \frac{9}{2}\right) \div 2$

$= \left(\frac{8+9}{2}\right) \times \frac{1}{2}$

$= \frac{17}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{17}{4}$

7- درج ذیل کو مختصر کیجیے:

(i) $\sqrt[5]{\frac{x^{15}y^{15}}{z^{20}}}$ (ii) $\sqrt[3]{(27)^{2x}}$ (iii) $\frac{6(3)^{n+2}}{3^{n+1}-3^n}$

(i) $\sqrt[5]{\frac{x^{15}y^{15}}{z^{20}}}$

حل: $= \left(\frac{x^{15}\ y^{35}}{z^{20}}\right)^{\frac{1}{5}}$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{(x^{15})^{\frac{1}{5}} \times (y^{35})^{\frac{1}{5}}}{(z^{20})^{\frac{1}{5}}}$$

$$= \frac{x^3 y^7}{z^4}$$

(ii) $\sqrt[3]{(27)^{2x}}$

حل: $\sqrt[3]{(27)^{2x}}$

$$= [(3^3)^{2x}]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left[(3^{2x})^{3}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 3^{2x}$$

(iii) $\frac{6(3)^{n+2}}{3^{n+1}-3^n}$

حل: $\frac{6(3)^{n+2}}{3^{n+1}-3^n}$

$$= \frac{6(3^n \cdot 3^2)}{3^n \cdot 3^1 - 3^n}$$

$$= \frac{6(3^n \cdot 3^2)}{3^n(3-1)}$$

$$= \frac{6^3(9)}{2} = 3(9)$$

$$= 27$$

8- تین مسلسل صحیح طاق اعداد کا مجموعہ 51 ہو تو اعداد معلوم کریں۔

حل: فرض کریں: $x-1, x+1, x+3$ تین مسلسل طاق اعداد ہیں۔

$$(x-1)+(x+1)+(x+3)=51$$

www.ilmkidunya.com

$$x-1+x+1+x+3=51$$

$$3x+3=51$$

$$3x=48$$

$$x=\frac{48^{16}}{3_1}$$

$$x=16$$

پہلا طاق عدد $= x-1=16-1=51$

دوسرا طاق عدد $= x+1=16+1=17$

تیسرا طاق عدد $= x+3=16+3=19$

9- عبداللہ نے 96 گیندیں اٹھائیں اور انہیں دو ٹوکریوں میں رکھا۔ ایک ٹوکری میں دوسری ٹوکری کے مقابلے میں 28 گیندیں زیادہ ہیں۔ ہر ٹوکری میں کتنی گیندیں تھیں؟

حل: فرض کریں $x, y$ گیندیں ہیں

$$x+y=96 \quad \text{___(i)}$$

دی ہوئی شرط کے مطابق

$$x=y+28 \quad \text{___(ii)}$$

مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$y+28+y=96$$

$$2y=96-28$$

$$y=\frac{68}{2}$$

$$y=34$$

www.ilmkidunya.com

مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$x = 34 + 28$$

$$x = 62$$

پس، پہلی ٹوکری = 62 گیندیں

دوسری ٹوکری = 34 گیندیں

-10 سلمٰی نے ایک بینک میں 350,000 روپے کی سرمایہ کاری کی جو سادہ منافع $7\frac{1}{4}\%$ سالانہ منافع کی شرح سے ادا کرتا تھا۔ 2 سال بعد اس شرح کو بڑھا کر 8% سالانہ کر دیا گیا۔ معلوم کریں کہ 7 سال کے اختتام پر اس کے پاس کتنی رقم تھی؟

حل: اصل رقم $= P = Rs.350,000$

کل وقت $= T = 7\ years$

دو سالوں کے لیے نفع کی شرح

$$= R_1 = 7\frac{1}{4}\% = 7.25\%$$

5 سالوں کے لیے نفع کی شرح

$$= R_2 = 8\%$$

2 سالوں کے لیے نفع

$$= P \times R_1 \times T$$

$$= 350,000 \times 7.25\% \times 2$$

$$= 350,000 \times \frac{7.25}{100} \times 2$$

$$= 350,000 \times \frac{725}{10000} \times 2$$

www.ilmkidunya.com

$= Rs.\ 50{,}750$ 5 سالوں کے لیے نفع

$= P \times R_2 \times T$

$= 350{,}000 \times 8\% \times 5$

$= 350{,}0\cancel{00} \times \frac{8}{1\cancel{00}} \times 5$

$= Rs.\ 140{,}000$

کل نفع $= 50{,}.750 + 140{,}000$

$= \text{Rs. } 190{,}750$

کل رقم $= 350{,}000 + 190750$

$= Rs.\ 540{,}750$

www.ilmkidunya.com
www.ilmkidunya.com
www.ilmkidunya.com