

اس یونٹ کو مکمل کرنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- ◀ مجموعی تعددی جدول اور مجموعی تعددی کثیر الاضلاع یا ترسیم کو تشکیل دے سکیں۔
- ◀ مجموعی تعددی خط سے وسطانیہ، چہارمی حصہ، دسواں حصہ، سوواں حصہ اور اندرونی چہارمی حصہ کی وضاحت کر سکیں۔
- ◀ باکس اور وسکر پلاٹ کی وضاحت اور تجزیہ کر سکیں۔
- ◀ انتشاری خاکہ سے مواد کی وضاحت اور تجزیہ کر سکیں اور موزوں ترین خطوط بھی کھینچ سکیں۔
- ◀ انتشاری خاکہ کا استعمال کرتے ہوئے ارتباط کی پیمائش کر سکیں۔
- ◀ گروہی مواد کے لیے سعت، معیاری انحراف اور تغیریت معلوم کر سکیں۔
- ◀ دو سہول کے مواد کا موازنہ کرنے کے لیے اوسط اور معیاری انحراف کا استعمال کر سکیں۔
- ◀ گروہی مواد کے تغیریت اور معیاری انحراف سے حقیقی زندگی کے سوالات کو حل کر سکیں۔
- ◀ انتشاری پیمائشوں کے تصورات سے حقیقی زندگی کے سوالات حل کرنے کے لیے (جیسے مواد کی مستقل مزاجی کا تعین کرنا، پیش گوئی میں تفسیر کی جانچ کرنا، مینوفیکچرنگ، مالیات اور معاشیات) لاگو کر سکیں۔

### 11.1 مجموعی تعددات کی تشکیل (Construction of Cumulative Frequencies)

مجموعی تعدد، تعددات کا مسلسل بڑھتا ہوا مجموعہ ہوتا ہے، جہاں ہر تعدد کو اس سے پہلے کے تمام تعددات کے مجموعہ میں شامل کیا جاتا ہے۔ مجموعی تعددات کا جدول جسے مجموعی تعددی تقسیم بھی کہا جاتا ہے، ہر مواد کے نقطہ یا جماعتی وقفہ کے لیے معلوم تعددات کا بڑھتا ہوا مجموعہ دیتا ہے۔ جو ظاہر کرتا ہے کہ ایک مخصوص قدر یا اس سے کم کتنی قدریں پائی گئی۔

مثال 1: کالج کے 50 طلبہ کے 100 میں سے حاصل کردہ مارکس نیچے دئے گئے ہیں۔ مجموعی تعددی جدول بنائیے۔

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 85 | 66 | 76 | 45 | 66 | 91 | 77 | 64 | 71 | 74 |
| 47 | 78 | 76 | 42 | 70 | 58 | 71 | 67 | 80 | 78 |
| 73 | 48 | 68 | 87 | 81 | 72 | 65 | 69 | 78 | 84 |
| 75 | 53 | 58 | 87 | 56 | 72 | 62 | 92 | 73 | 83 |
| 97 | 81 | 51 | 61 | 58 | 72 | 62 | 79 | 88 | 74 |

حل: سب سے زیادہ مارکس = 97، سب سے کم مارکس = 42

انہیں 50 طلبہ کا تعددی تقسیم کا جدول بنایا گیا ہے۔

#### مجموعی تعددی جدول

| جماعتی وقفے | نمائی نشان | تعددات (f) | مجموعی تعددات |
|-------------|------------|------------|---------------|
| 40 - 44     | φ          | 1          | 1             |
| 45 - 49     |            | 3          | 1 + 3 = 4     |

|          |          |                   |                |
|----------|----------|-------------------|----------------|
| 50 - 54  | II       | 2                 | $4 + 2 = 6$    |
| 55 - 59  | IIII     | 4                 | $6 + 4 = 10$   |
| 60 - 64  | IIII     | 4                 | $10 + 4 = 14$  |
| 65 - 69  | IIII I   | 6                 | $14 + 6 = 20$  |
| 70 - 74  | IIII II  | 10                | $20 + 10 = 30$ |
| 75 - 79  | IIII III | 8                 | $30 + 8 = 38$  |
| 80 - 84  | IIII     | 5                 | $38 + 5 = 43$  |
| 85 - 89  | IIII     | 4                 | $43 + 4 = 47$  |
| 90 - 94  | II       | 2                 | $47 + 2 = 49$  |
| 95 - 99  | I        | 1                 | $49 + 1 = 50$  |
| کل تعداد |          | $n = \sum f = 50$ |                |

### مجموعی تعددی کثیر الاضلاع یا ترسیم (Cumulative Frequency Polygon or Ogive)

ایک مجموعی تعددی کثیر الاضلاع جسے ترسیم بھی کہا جاتا ہے، ایک تریسبی اظہار ہے کسی تعددی تقسیم میں ہر حقیقی جماعتی حد کی مجموعی تعدادات کو ظاہر کرتا ہے۔

مرحلہ I:  $x$  محور پر جماعتی حدود کو ظاہر کیجیے۔

مرحلہ II:  $y$  محور پر  $x$  کے طریقہ کے لیے  $x$  محور پر جماعتی حدود کو ظاہر کیجیے۔ زیادہ کے طریقہ کے لیے  $x$  محور پر زیریں جماعتی حدود کو ظاہر کیجیے۔

مرحلہ III:  $y$  محور پر متعلقہ مجموعی تعدادات کو ظاہر کیجیے۔

مرحلہ IV:  $x$  محور پر متعلقہ بالائی جماعتی حدود یا زیریں جماعتی حدود کے ہر نقطے اور  $y$  محور پر اس کے مجموعی تعداد کو ظاہر کیجیے۔

مرحلہ V: ظاہر کیے گئے نقاط کو خط کی مدد سے جوڑیں یا مجموعی تعددی کثیر الاضلاع یا ترسیم کو بنانے کے لیے خط مستقیم کے قطعوں کا استعمال کیجیے۔

### اہم تعریفیں (Important Definition)

#### وسطانیہ (Median)

وسطانیہ مواد کے سیٹ میں درمیانی قدر ہوتی ہے جب قدروں کو ترتیب صعودی یا نزولی میں ترتیب دیا گیا ہو۔ یہ مواد کو دو برابر نصف حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔

#### چہاری حصہ (Quartiles)

چہاری حصہ ایک ترتیب شدہ مواد کے سیٹ کو چار برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے، ہر ایک میں 25% مواد شامل ہوتا ہے۔

$Q_1$  (پہلا چہاری حصہ)

25% مواد اس قدر سے نیچے ہوتا ہے۔

$Q_2$  (دوسرا چہاری حصہ)

50% مواد اس قدر (اسے وسطانیہ بھی کہتے ہیں) سے نیچے ہوتا ہے۔

$Q_3$  (تیسرا چہاری حصہ)

75% مواد اس قدر سے نیچے ہوتا ہے۔

یاد رکھیے!

$Q_1$  زیریں چہاری حصہ،  $Q_2$  وسطانیہ اور  $Q_3$

بالائی چہاری حصہ ہے۔

یاد رکھیے!

دسواں حصہ (Deciles)

دسواں حصہ ایک ترتیب شدہ مواد کے سیٹ کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے، ہر حصہ 10% مواد کو ظاہر کرتا ہے۔ دوسرے الفاظ میں،  $D_1$  سے  $D_9$  تک نو مساوی قدریں ہوتی ہیں۔

مثال کے طور پر،  $D_3$  وہ قدر ہے جس سے 30% مواد نیچے ہوتا ہے اور  $D_7$  وہ قدر ہے جس سے 70% مواد نیچے ہوتا ہے۔

سواں حصہ (Percentiles)

سواں حصہ ایک ترتیب شدہ مواد کے سیٹ کو 100 برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ ہر حصہ 1% مواد پر مشتمل ہوتا ہے۔  $P_1$  سے  $P_{99}$  تک ننانوے سوویں قدریں ہوتی ہیں۔

اندرونی چہارمی حصہ کی سعت (Interquartile Range)

اندرونی چہارمی حصہ کی سعت ایک ایسا پھیلاؤ کا پیمانہ ہے جو پہلے چہارمی حصہ ( $Q_1$ ) اور تیسرے چہارمی حصہ ( $Q_3$ ) کے درمیان فاصلے کو ظاہر کرتا ہے۔ اس کو اس طرح معلوم کیا جاتا ہے:

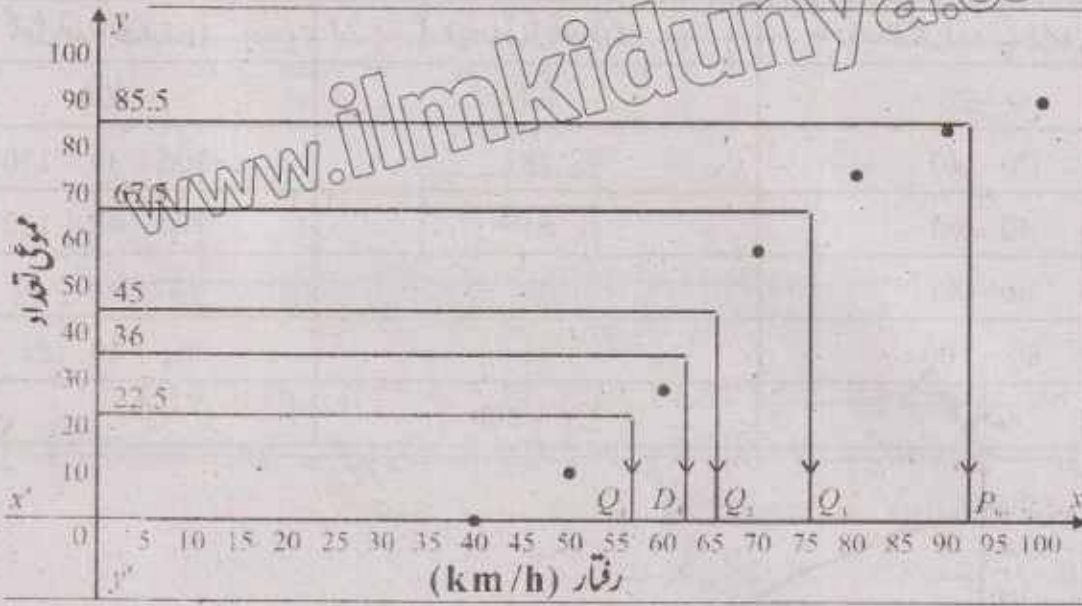
اندرونی چہارمی حصہ کی سعت (IQR)

مثال 2: جدول ایک سپیڈ چیک پوائنٹ سے گزرنے والی 90 گاڑیوں کی رفتار (کلومیٹر فی گھنٹہ میں) کے بارے میں معلومات فراہم کرتا ہے۔ کسی کے طریقہ سے مجموعی تعددی کثیرالاضلاع کی تشکیل کریں اور وسطانیہ،  $Q_1$ ،  $Q_3$ ،  $D_4$ ،  $P_{95}$  اور اندرونی چہارمی حصہ کی سعت (IQR) کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

| 90 - 100- | 80 - 90 | 70 - 80 | 60 - 70 | 50 - 60 | 40 - 50 | رفتار (کلومیٹر فی گھنٹہ) |
|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|--------------------------|
| 6         | 9       | 17      | 30      | 18      | 10      | f                        |

حل:

| رفتار (کلومیٹر فی گھنٹہ) | تعدادات (f)       | مجموعی تعدادات (f) |
|--------------------------|-------------------|--------------------|
| 40 - 50                  | 10                | 10                 |
| 50 - 60                  | 18                | 10 + 18 = 28       |
| 60 - 70                  | 30                | 28 + 30 = 58       |
| 70 - 80                  | 17                | 58 + 17 = 75       |
| 80 - 90                  | 9                 | 75 + 9 = 84        |
| 90 - 100                 | 6                 | 84 + 6 = 90        |
|                          | $n = \sum f = 90$ |                    |



شکل 11.1

دوسرا نمونہ:  $y$  - محور پر 45 سے ایک افقی خط کھینچیں جو کہ منحنی خط تک ملے۔ اور پھر اس نقطہ سے  $x$  - محور پر

عمود کھینچیں۔ اب  $x$  - محور پر اس قدر کو نوٹ کیجیے جہاں عمودی خط  $y$  - محور کو قطع کیا ہے۔

وسطانیہ = 65.7

لہذا،

اس طرح ہم  $Q_1$ ,  $Q_3$ ,  $D_4$ ,  $P_{95}$  اور اندرونی چہارم حصہ کی سمت معلوم کر سکتے ہیں۔

$Q_1$  کی پوزیشن  $\frac{n}{4} = \frac{90}{4} = 22.5$  لہذا، منحنی خط سے  $Q_1 = 56.9$  ہے۔

$Q_3$  کی پوزیشن  $\frac{3n}{4} = \frac{3(90)}{4} = 67.5$  لہذا، منحنی خط سے  $Q_3 = 75.6$  ہے۔

$D_4$  کی پوزیشن  $\frac{4}{10} = \frac{4(90)}{10} = 36$  لہذا، منحنی خط سے  $D_4 = 62.7$  ہے۔

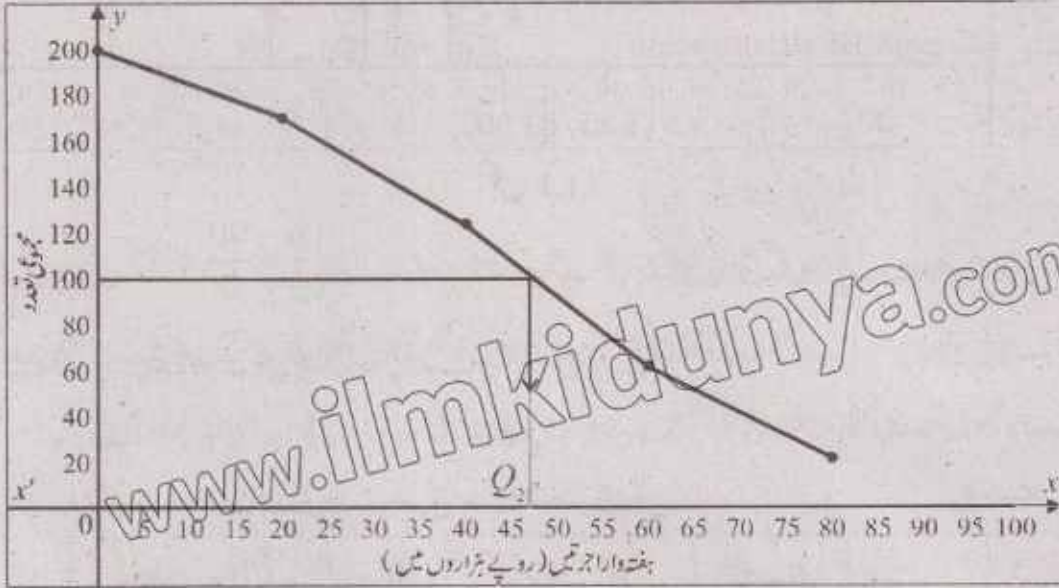
$P_{95}$  کی پوزیشن  $\frac{95n}{100} = \frac{95(90)}{100} = 85.5$  لہذا، منحنی خط سے  $P_{95} = 92.5$  ہے۔

$(IQR) = Q_3 - Q_1 = 75.6 - 56.9 = 18.7$  اندرونی چہارم حصہ کی سمت

مثال 3: درج ذیل تعددی تقسیم کے لیے مجموعی تعددی کثیر الاضلاع کو زیادہ کے طریقے سے کھینچیں۔ جو مزدوروں کی تعداد کی ہفتہ وار اجرتیں (روپے ہزاروں میں) ظاہر کرتا ہے اور اسی گراف کی مدد سے  $Q_1$  بھی معلوم کریں۔

| 0 - 20 | 20 - 40 | 40 - 60 | 60 - 80 | 80 - 100 | ہفتہ وار اجرتیں (روپے ہزاروں میں) |
|--------|---------|---------|---------|----------|-----------------------------------|
| 30     | 48      | 61      | 40      | 21       | مزدوروں کی تعداد                  |

| مجموعی تعددات (c.f.) | مزدوروں کی تعداد (f) | ہفتہ وار اجرتیں (روپے ہزاروں میں) |
|----------------------|----------------------|-----------------------------------|
| 200                  | 30                   | 0 - 20                            |
| 200 - 30 = 170       | 48                   | 20 - 40                           |
| 170 - 48 = 122       | 61                   | 40 - 60                           |
| 122 - 61 = 61        | 40                   | 60 - 80                           |
| 61 - 40 = 21         | 21                   | 80 - 100                          |
|                      | $\Sigma f = 200$     | کل تعداد                          |

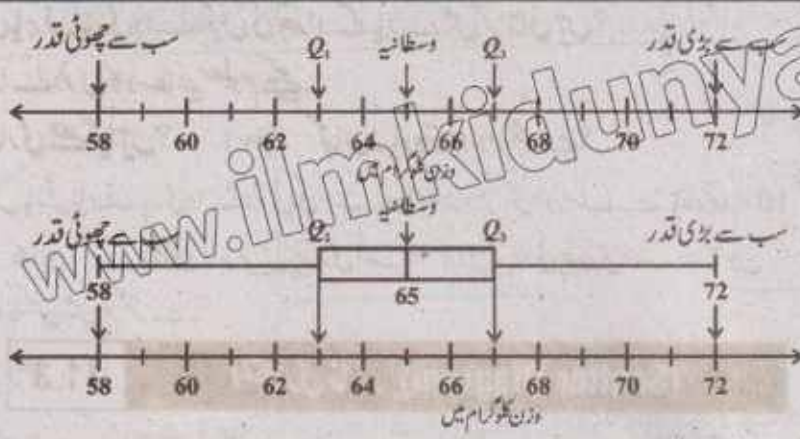


$Q_2$  کی پوزیشن  $100 = \frac{n}{2} = \frac{200}{2}$  ہے۔ لہذا، منحنی خط سے  $Q_2 = 47.2$  ہے۔

### 11.2 باکس اور و سکر پلاٹ (Complex Numbers)

باکس اور و سکر پلاٹ یا باکس پلاٹ مواد کے سیٹ کے پانچ عادی خلاصوں (سب سے چھوٹا عدد، پہلا چہارمی حصہ، وسطانیہ، تیسرا چہارمی حصہ اور سب سے بڑا عدد) کو گراف کے ذریعے ظاہر کرتا ہے۔ یہ مواد کی تقسیم کا مشاہدہ اور مواد کے سیٹوں کا موازنہ کرنے کے لیے کارآمد ہے۔ باکس پلاٹ کے کلیدی اجزاء درج ذیل ہیں:

- باکس: یہ اندرونی چہارمی حصہ کی سعت کو ظاہر کرتا ہے۔ جو 50% مواد پر مشتمل ہے۔ جسے باکس کے کناروں پر پہلے چہارمی حصہ ( $Q_1$ ) اور تیسرے چہارمی حصہ ( $Q_3$ ) سے ظاہر کرتے ہیں۔
- وسطانیہ: باکس کے اندر ایک خط جو دوسرے چہارمی حصہ کے مواد کے سیٹ کے درمیانی حصے کو ظاہر کرتا ہے۔
- و سکر: باکس سے سب سے چھوٹی اور سب سے بڑی قدروں تک پہنچنے والے خطوط، جو مواد کے مجموعی پھیلاؤ کو ظاہر کرتے ہیں۔
- ہم ان معلومات کو باکس اور و سکر پلاٹ پر دکھا سکتے ہیں۔ آغاز میں ہم ایک مناسب سکال کا انتخاب کرتے ہوئے ایک افقی خط کھینچتے ہیں عددی خط پر سب سے چھوٹی قدر، سب سے بڑی قدر اور چہارمی حصوں پر نشان لگاتے ہیں جیسا کہ نیچے دی گئی شکل میں دکھایا گیا ہے۔



مثال 4: مواد کے دیے گئے سیٹ کے لیے: 2, 10, 3, 16, 14, 13, 4, 7, 11, 5, 17, 14, 18

- (i) مواد کا وسطانیہ کیا ہے؟ (ii) زیریں اور بالائی چہارمی حصے کیا ہیں؟ (iii) مواد کی انتہائی قدریں کیا ہیں؟ (iv) مواد کو ظاہر کرنے کے لیے اور وسکر پلاٹ بنائیے۔

حل: (i) دیے گئے مواد کو ترتیب صعودی میں لکھتے ہیں

2, 3, 4, 5, 7, 10, 11, 13, 14, 14, 16, 17, 18

یہاں،  $n = 13$

$$\text{وسطانیہ} = \left( \frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} = \left( \frac{13+1}{2} \right)^{\text{th}} = 7^{\text{th}} \text{ ویں قدر}$$

$$(ii) \quad 3.5 \text{ ویں قدر} = \left( \frac{n+1}{4} \right)^{\text{th}} = \left( \frac{13+1}{4} \right)^{\text{th}} = 4^{\text{th}} \text{ ویں قدر} = 4 \quad \text{اور} \quad 4.5 \text{ ویں قدر} = \left( \frac{n+1}{4} \right)^{\text{th}} = \left( \frac{13+1}{4} \right)^{\text{th}} = 5^{\text{th}} \text{ ویں قدر} = 5$$

قدر ہے، اس لیے ہم تیسری اور چوتھی قدر کا اوسط لیتے ہیں۔

$$\text{زیریں چہارمی حصہ} = \frac{4+5}{2} = 4.5$$

$$(iii) \quad 10.5 \text{ ویں قدر} = \left( \frac{n+1}{4} \right)^{\text{th}} = \left( \frac{13+1}{4} \right)^{\text{th}} = 3^{\text{th}} \text{ ویں قدر} = 7 \quad \text{اور} \quad 11 \text{ ویں قدر} = \left( \frac{n+1}{4} \right)^{\text{th}} = \left( \frac{13+1}{4} \right)^{\text{th}} = 4^{\text{th}} \text{ ویں قدر} = 10$$

وین قدر ہے، اس لیے 10 ویں اور 11 ویں قدر کا اوسط لیتے ہیں۔

$$\text{بالائی چہارمی حصہ} = \frac{10+11}{2} = 10.5$$

$$(iv) \quad \text{بکس اور وسکر پلاٹ نیچے بنایا گیا ہے۔} \quad (iii) \quad \text{سب سے چھوٹی قدر} = 2, \text{ سب سے بڑی قدر} = 18$$

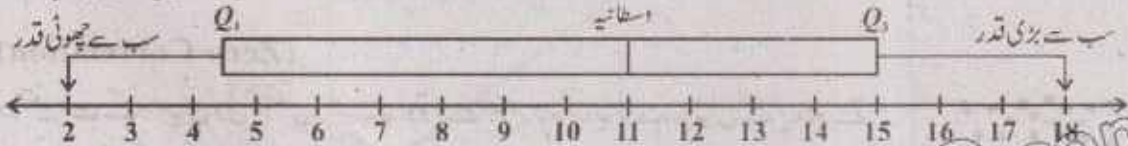
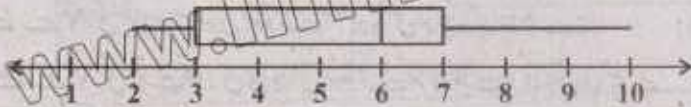


Fig. 11.4

مثال 5: کرن نے پچھلے سال کے دوران ہر ماہ بارش یا برف باری والے دنوں کی تعداد ریکارڈ کی۔ درج ذیل باکس اور وسکر پلاٹ اس کے مواد کو ظاہر کرتا ہے۔



(i) انتہائی قدریں بارش یا برف باری والے دنوں کی تعداد کے بارے میں کیا بتاتی ہیں؟

(ii) بارش یا برف باری والے دنوں کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

(iii) زیریں اور بالائی چہاری حصے کیا ہیں؟

(iv) کہاں زیادہ تر مواد مرکوز ہے؟

حل: (i) ایک مینے میں بارش یا برف باری والے دنوں کی سب سے کم تعداد 2 تھی اور سب سے زیادہ تعداد 10 تھی۔

(ii) وسطانیہ = 6 دن (iii) زیریں چہاری حصہ = 3 دن، بالائی چہاری حصہ = 7 دن

(iv) زیادہ تر مواد باکس میں مرکوز ہے۔

### انتشاری خاکہ (Scatter Diagram)

11.3

انتشاری خاکہ (یا انتشاری پلاٹ) ایک گرافیکل طریقہ ہے جو دو عددی متغیرات کے درمیان تعلق کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ گراف پر ہر نقطہ دونوں کے ایک جوڑے کو ظاہر کرتا ہے۔ ایک متغیر کو افقی محور اور دوسرے کو عمودی محور پر مرکب کیا جاتا ہے۔

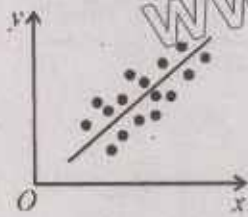
موزوں ترین خط (A Line of Best Fit)

موزوں ترین خط (رجن کا خط بھی کہا جاتا ہے) ایک خط مستقیم ہے جو انتشاری خاکے کے ذریعے کھینچا جاتا ہے جو مواد کے رجحان کی سمت کو بہترین طریقے سے ظاہر کرتا ہے۔ اسے اندازاً موزوں ترین خط کہا جاتا ہے کیونکہ یہ سب سے زیادہ مواد کے مجموعی رجحان کی بہترین نمائندگی کرنے کے لیے عام رہنما اصولوں کی بنیاد پر کھینچا جاتا ہے۔ مثال طور یہ خط اسے اوپر اور نیچے نقاط کی تعداد پر ہونی چاہیے۔

ارتباط (Correlation)

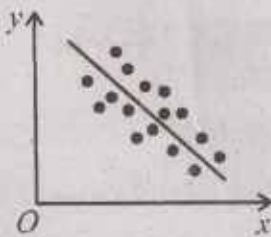
یہ دو متغیرات کے درمیان تعلق ہے، جہاں ایک متغیر میں تبدیلی دوسرے میں تبدیلی سے وابستہ ہوتی ہے۔ ارتباط کے مطابق انتشاری خاکے کو درج ذیل تین اقسام میں تقسیم کیا گیا ہے:

مثبت ارتباط (Positive Correlation)



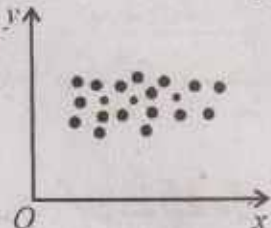
اگر ایک متغیر بڑھنے سے دوسرا بھی بڑھے، تو اسے مثبت ارتباط کہا جاتا ہے۔ اگر آپ مواد کے نقاط کے ساتھ ایک خط مستقیم کھینچیں تو خط کی ڈھلوان اوپر کی طرف جائے گی۔ مثال کے طور پر، قد اور وزن۔

منفی ارتباط (Negative Correlation)



اگر ایک متغیر بڑھنے سے دوسرا بھی کم ہو تو اسے منفی ارتباط کہا جاتا ہے۔ اگر آپ مواد کے نقاط کے ساتھ ایک خط مستقیم کھینچیں تو خط کی ڈھلوان نیچے کی طرف جائے گی۔ مثال کے طور پر، رفتار اور سفری وقت۔

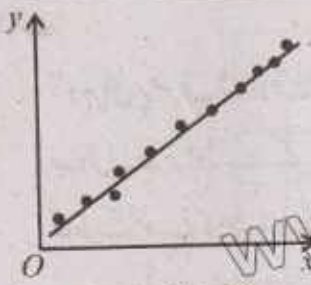
صفر ارتباط (Zero Correlation)



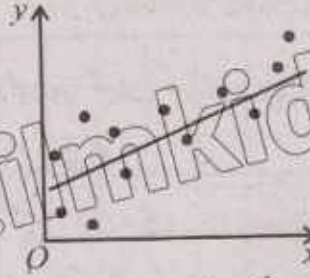
اگر دو متغیرات کے درمیان کوئی مستقل ترتیب نہ ہو تو اسے صفر ارتباط کہا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر، جوڑے کا سائز اور نمیت میں حاصل کردہ نمبر۔

انتشاری خاکے کا ارتباطی نمونہ (Correlation Pattern of Scatters Diagram)

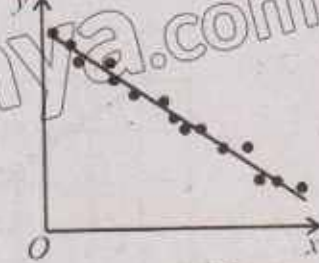
- جب X کی قیمت بڑھنے سے Y کی قیمت بڑھتی ہو تو اسے مضبوط مثبت ارتباط کہا جاتا ہے۔
- جب X کی قیمت بڑھنے سے Y کی قیمت کم ہوتی ہو تو اسے مضبوط منفی ارتباط کہا جاتا ہے۔
- جب X کی قیمت بڑھنے سے Y کی قیمت تھوڑی سی بڑھتی ہو تو اسے کمزور مثبت ارتباط کہا جاتا ہے۔



مضبوط مثبت ارتباط

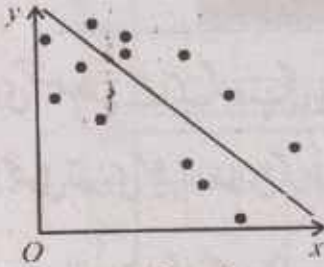


کمزور مثبت ارتباط

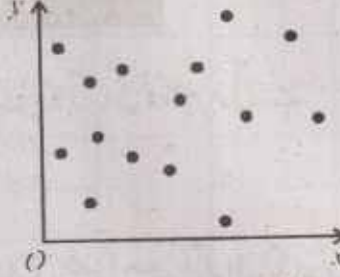


مضبوط منفی ارتباط

- جب X کی قیمت بڑھنے سے Y کی قیمت تھوڑی سی کم ہوتی ہو تو اسے کمزور منفی ارتباط کہا جاتا ہے۔
- جب دو متغیرات کے درمیان کوئی تعلق نہ ہو، تو اسے صفر ارتباط کہا جاتا ہے۔



کمزور منفی ارتباط



صفر ارتباط

مثال 6: نیچے دیا گیا جدول دس طلبہ کے دہرائی میں صرف شدہ وقت اور اس کے متعلقہ ٹیسٹ سکور کو ظاہر کرتا ہے۔

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |                                        |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----------------------------------------|
| 9  | 8  | 5  | 7  | 3  | 2  | 6  | 4  | 1  | 0.5 | دہرائی پر صرف کیا گیا وقت (گھنٹوں میں) |
| 90 | 86 | 60 | 70 | 46 | 30 | 68 | 62 | 38 | 22  | ٹیسٹ سکور (%)                          |

- انتشاری خاکہ بنائیں اور موزوں ترین خط کھینچیں۔
- انتشاری خاکے میں دکھائی گئی ارتباط کی وضاحت کیجیے۔
- سلیم نے دہرائی ٹیسٹ پر 5.5 گھنٹے صرف کیے۔ موزوں ترین خط کا استعمال کرتے ہوئے ٹیسٹ سکور معلوم کیجیے۔

حل:

(i)

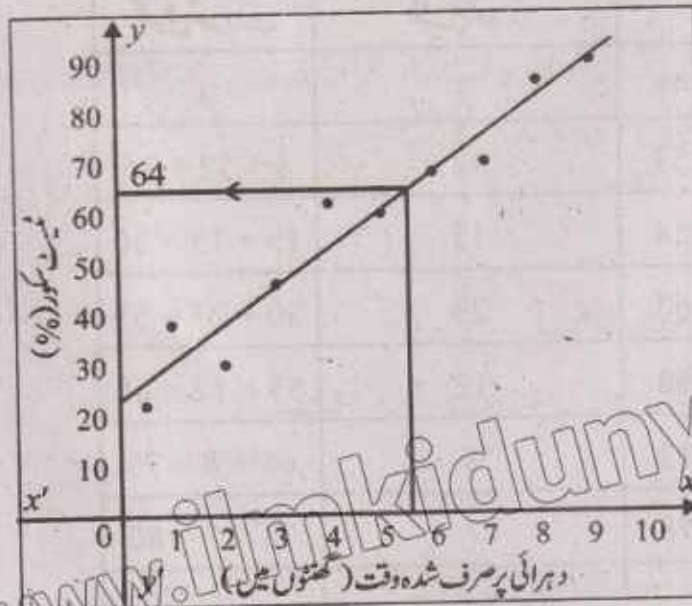


Fig. 11.5

- ”دہرائی پر صرف شدہ وقت کے لیے 11.1 محاورہ کا ٹیسٹ سکور کے لیے لا۔ محور کھینچیں۔
- جدول سے ہر جوڑے کے لیے، گراف پر ایک نقطہ لگائیں۔
- نقاط کے نمونے کا مشاہدہ کیجیے اور ایک خط کھینچیں جو تمام نقاط کے زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔
- (ii) جب دہرائی پر صرف کیا وقت بڑھتا ہے تو ٹیسٹ سکور بھی بڑھتا ہے۔ اس لیے، دو متغیرات کے دو میان مضبوط مثبت ارتباط ہے۔
- (iii) 5.5 گھنٹوں میں، سلیم کا ٹیسٹ سکور 64% ہوگا۔

## حل مشق 11.1

1- درج ذیل تعدوی تقسیم طلبہ کے ایک گروپ کی یادداشت کے ٹیسٹ پر کارکردگی کو ظاہر کرتی ہے:

- (i) گروپ سکور کا مجموعی تعدوی کثیر الاضلاع گراف بنائیے۔
- (ii) وسطانیہ، زیریں اور بالائی چہارمی حصے،  $P_{90}$ ،  $D_3$  اور اندرونی چہارمی حصے کی سمیت گراف کی مدد سے معلوم کیجیے۔

نوٹ: تمام جوابات عملی اعداد میں لکھیں۔

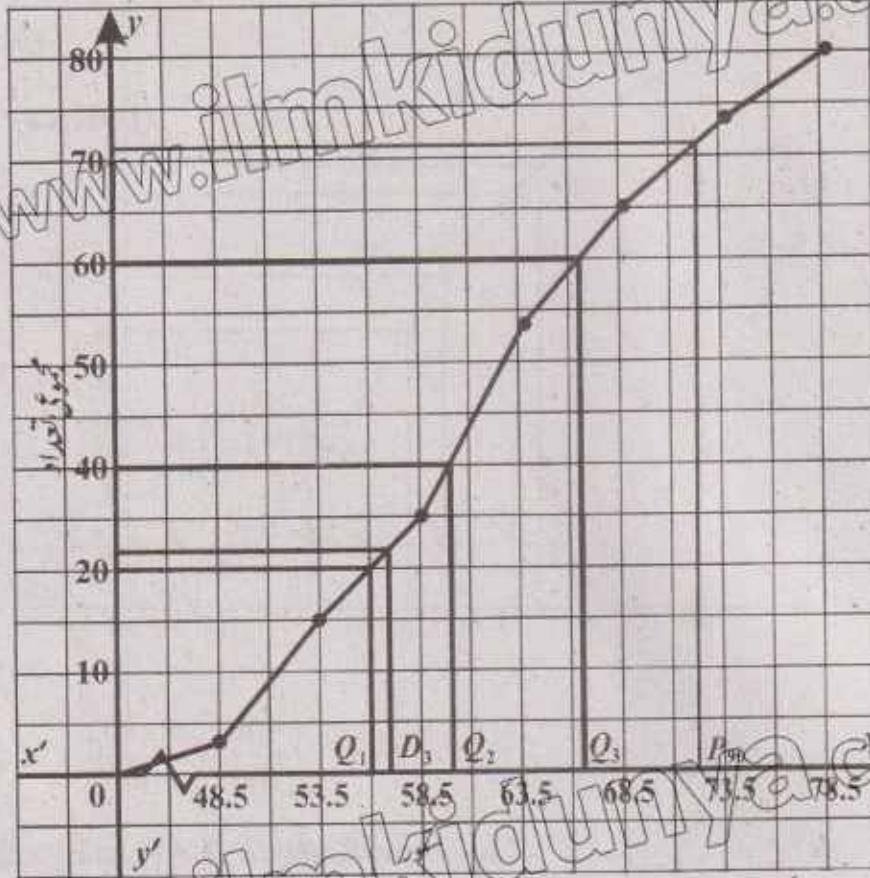
| سکور          | 44 – 48 | 49 – 53 | 54 – 58 | 59 – 63 | 64 – 68 | 69 – 73 | 74 – 78 |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| طلبہ کی تعداد | 3       | 12      | 15      | 23      | 12      | 8       | 7       |

(i) گروپ سکور کا مجموعی تعدوی کثیر الاضلاع گراف بنائیے۔

جواب:

مجموعی تعدادات

| سکور    | طلبہ کی تعداد   | مجموعی تعدادات |
|---------|-----------------|----------------|
| 44 – 48 | 3               | 3              |
| 49 – 53 | 12              | 3 + 12 = 15    |
| 54 – 58 | 15              | 15 + 15 = 30   |
| 59 – 63 | 23              | 30 + 23 = 53   |
| 64 – 68 | 12              | 53 + 12 = 65   |
| 69 – 73 | 8               | 65 + 8 = 73    |
| 74 – 78 | 7               | 73 + 7 = 80    |
|         | $\Sigma f = 80$ |                |



(ii) وسطانیہ، زیریں اور بالائی چہارمی ہے،  $P_{90}$ ،  $D_3$  اور اندرونی چہارمی ہے کی سمت گراف کی مدد سے معلوم کیجیے۔

| سکور          | 44 - 48 | 49 - 53 | 54 - 58 | 59 - 63 | 64 - 68 | 69 - 73 | 74 - 78 |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| طلبہ کی تعداد | 3       | 12      | 15      | 23      | 12      | 8       | 7       |

حل: وسطانیہ کی پوزیشن  $\frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$

y-محور پر 40 سے ایک انچ نکالیں جو کہ خطی خط تک جا کر ملے۔ اور پھر اس نقطہ سے x-محور پر عمود کھینچیں۔

اب x-محور پر اس قدر کوٹ لیں جہاں عمودی خط نے x-محور کو قطع کیا ہے۔

لہذا وسطانیہ = 61

زیریں چہارمی ( $Q_1$ )

$Q_1$  کی پوزیشن  $\frac{n}{4} = \frac{80}{4} = 20$  (ویں قدر)

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں کہ y-محور پر 20 کی متعلقہ قدر x-محور پر 55 ہے۔

لہذا 55 =

$Q_3$  کی پوزیشن

$Q_3$  کی پوزیشن  $\frac{3n}{4} = \frac{3(80)}{4} = 60$  (ویں قدر)

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں کہ محور پر 60 کی متعلقہ قدر x - محور پر 66 ہے۔

$$66 = Q_1 \text{ لہذا}$$

اندرونی چہارمی حصہ کی سعت (IQR)

$$\therefore IQR = Q_2 - Q_1$$

$$= 66 - 55$$

$$= IQR = 11$$

تیسرا سوال حصہ (D<sub>3</sub>)

$$D_3 \text{ کی پوزیشن } \frac{3n}{10} = \frac{3(80)}{10} = 24$$

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں کہ محور پر 24 کی متعلقہ قدر x - محور پر 57 ہے۔

$$57 = Q_3 \text{ لہذا}$$

90<sup>th</sup> کا سوال حصہ

$$P_{90} \text{ کی پوزیشن } \frac{90n}{100} = \frac{90(80)}{100} = 72$$

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں کہ محور پر 72 کی متعلقہ قدر x - محور پر 73 ہے۔

$$P_{90} = 73 \text{ لہذا}$$

2- درج ذیل سکور کی تقسیم کے لیے ترسیم بنائیے:

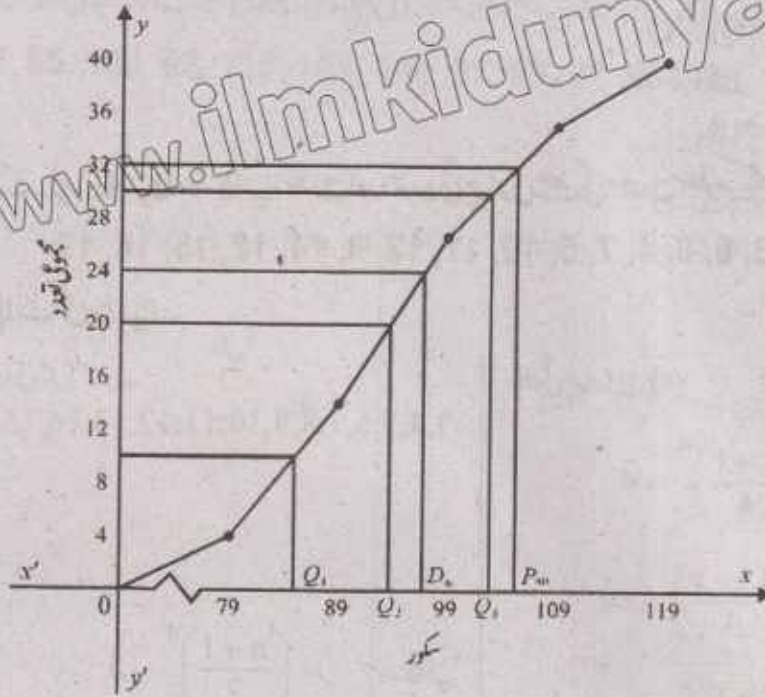
| سکور | 69 - 79 | 79 - 89 | 89 - 99 | 99 - 109 | 109 - 119 |
|------|---------|---------|---------|----------|-----------|
| f    | 4       | 10      | 13      | 8        | 5         |

وسطانیہ، زیریں اور بالائی چہارمی حصے، D<sub>5</sub>، P<sub>80</sub> اور اندرونی چہارمی حصہ کی سعت گراف کی مدد سے معلوم کیجیے۔

حل:

| سکور      | f           | cf           |
|-----------|-------------|--------------|
| 69 - 79   | 4           | 4            |
| 79 - 89   | 10          | 4 + 10 = 14  |
| 89 - 99   | 13          | 14 + 13 = 27 |
| 99 - 109  | 8           | 27 + 8 = 35  |
| 109 - 119 | 5           | 35 + 5 = 40  |
| کل        | n = Σf = 40 |              |

# مجموعی تعددی کثیر الاضلاع



وسطانیہ: وسطانیہ کی پوزیشن  $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$  (20 ویں قدر)  
 - محور پر 20 سے ایک افقی خط کھینچیں جو کہ منحنی خط نمک سے ملے اور پھر x-محور پر عمود کھینچیں۔ اب x-محور پر اس قدر کو نوٹ کیجیے جہاں خط نے x-محور کو قدر کیا ہے۔ لہذا۔

وسطانیہ = 94

زیریں چہارم حصہ  $(Q_1)$ : کی پوزیشن  $\frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$  (10 ویں قدر)

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں y-محور پر 10 کی متعلقہ قدر x-محور پر 85 ہے۔

$$Q_1 = 85$$

لہذا

بالائی چہارم حصہ  $(Q_3)$ : کی پوزیشن  $\frac{3n}{4} = \frac{3(40)}{4} = 30$  (30 ویں قدر)

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں کہ y-محور پر 30 کی متعلقہ قدر x-محور پر 103 ہے۔

$$Q_3 = 103$$

لہذا

چھٹا سوال حصہ  $(D_6)$ : کی پوزیشن  $\frac{6n}{10} = \frac{6(40)}{10} = 24$  (24 ویں قدر)

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں کہ y-محور پر 24 کی متعلقہ قدر x-محور پر 97 ہے۔

$$D_6 = 97$$

لہذا

80<sup>th</sup> کا سوال حصہ:  $P_{80}$  کی پوزیشن  $\frac{80n}{100} = \frac{80(40)}{100} = 32$  (32 ویں قدر)

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں کہ y-محور پر 32 کی متعلقہ قدر x-محور پر 105 ہے۔

$$P_{80} = 105$$

لہذا

$$\begin{aligned}\therefore \text{IQR} &= Q_3 - Q_1 \\ &= 103 - 85 \\ \text{IQR} &= 18\end{aligned}$$

3- دیے گئے مواد کے لیے  $Q_1$ ،  $Q_3$ ، وسطانیہ، سعت اور اندرونی چہاری حصے کی سعت معلوم کیجیے۔

3, 6, 8, 4, 7, 5, 10, 11, 13, 9, 14, 12, 15, 16, 17

باکس اور وسکر پلاٹ بھی بنائیے۔

حل: دیے گئے مواد کو صعودی میں لکھیں۔

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17

یہاں

کل قیمتیں  $n = 15$

وسطانیہ

$$Q_3 = 3 \left( \frac{n+1}{4} \right)^{\text{th}} \text{ قدر}$$

$$= 3 \left( \frac{15+1}{4} \right)^{\text{th}} \text{ قدر}$$

$$= 3 \left( \frac{16}{4} \right)^{\text{th}} \text{ قدر}$$

$$= [3(4)]^{\text{th}} \text{ قدر}$$

$$= 12^{\text{th}} \text{ قدر} \Rightarrow Q_3 = 14$$

سب سے چھوٹی قدر = سب سے بڑی قدر = سعت

$$\text{سعت} = 17 - 3 = 14$$

Interquartile Range (IQR)

$$\text{IQR} = Q_3 - Q_1$$

$$= 14 - 6$$

$$\text{IQR} = 8$$

$$\text{وسطانیہ} = \left( \frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ قدر}$$

$$= \left( \frac{15+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ قدر}$$

$$= \left( \frac{16}{2} \right)^{\text{th}} \text{ قدر}$$

$$= 10^{\text{th}} \text{ قدر} \Rightarrow \text{وسطانیہ} = 10$$

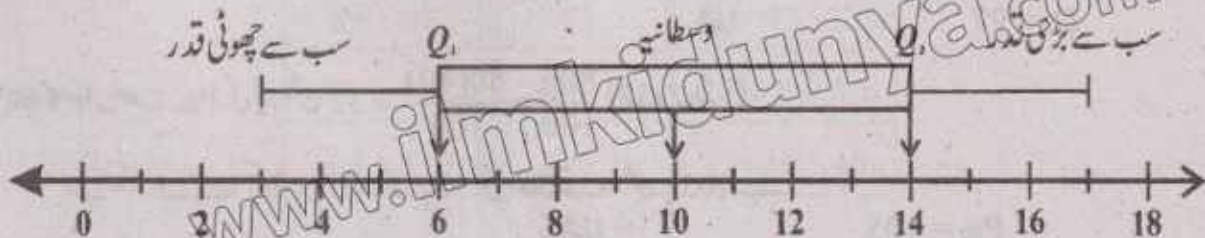
زیریں حصہ ( $Q_1$ )

$$Q_1 = \left( \frac{n+1}{4} \right)^{\text{th}} \text{ قدر}$$

$$= \left( \frac{15+1}{4} \right)^{\text{th}} \text{ قدر}$$

$$= \left( \frac{16}{4} \right)^{\text{th}} \text{ قدر}$$

$$= 4^{\text{th}} \text{ قدر} \Rightarrow Q_1 = 6$$



4- درج ذیل مواد کے لیے  $Q_1$ ،  $Q_3$ ، وسطانیہ، سعت، اندرونی چہارمی حصے کی سعت اور انتہائی قدروں کو معلوم کیجیے۔

102, 98, 95, 100, 93, 110, 108, 104, 97, 96, 92, 101, 99, 105, 107

باکس اور وسکر پلاٹ بھی بنائیے۔

حل: دیے گئے مواد کو ترتیب صعودی میں لکھیں۔

92, 93, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 104, 105, 107, 108, 110

یہاں

کل قدریں  $n=15$

وسطانیہ

$$= \left(\frac{16}{4}\right)^{th} \text{ قدر}$$

$$= \text{چوتھی قدر} \Rightarrow Q_1 = 96$$

بالائی قدر ( $Q_3$ )

$$Q_3 = 3 \left(\frac{n+1}{4}\right)^{th} \text{ قدر}$$

$$= 3 \left(\frac{15+1}{4}\right)^{th} \text{ قدر}$$

$$= 3 \left(\frac{16}{4}\right)^{th} \text{ قدر}$$

$$= [3(4)]^{th} \text{ قدر}$$

$$= 12^{th} \text{ قدر} \Rightarrow Q_3 = 105$$

سعت

سعت = بڑی قدر - چھوٹی قدر

$$92 - 110 =$$

سعت = 18

$$\text{وسطانیہ} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{th} \text{ قدر}$$

$$= \left(\frac{15+1}{2}\right)^{th} \text{ قدر}$$

$$= \left(\frac{16}{2}\right)^{th} \text{ قدر}$$

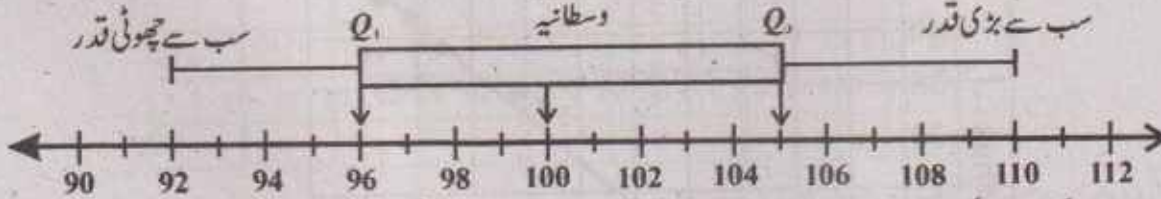
$$= 8^{th} \text{ قدر} \Rightarrow \text{وسطانیہ} = 100$$

زیریں چہارمی ( $Q_1$ )

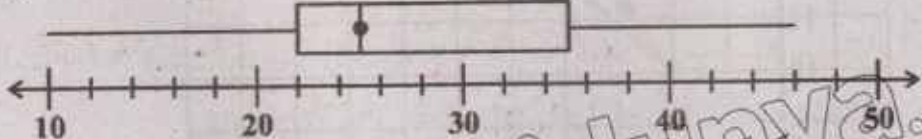
$$Q_1 = \left(\frac{n+1}{4}\right)^{th} \text{ قدر}$$

$$= \left(\frac{15+1}{4}\right)^{th} \text{ قدر}$$

باکس اور وسکر پلاٹ



5- درج ذیل باکس اور وسکر پلاٹ کے لیے  $Q_1$ ،  $Q_3$ ، وسطانیہ، سب سے چھوٹی اور سب سے بڑی قدریں معلوم کیجیے:



حل: زیریں چہارمی حصہ ( $Q_1$ ): ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ڈبہ 22 سے شروع ہوتا ہے۔ لہذا

$$Q_1 = 22$$

زیریں چہارمی حصہ ( $Q_3$ ): ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ڈبہ 35 سے ختم ہوتا ہے۔ لہذا

$$Q_3 = 35$$

وسطانیہ: بائیں کے سمت نقطے سے دکھائی گئی عمودی لکیر 25 پر ہے۔

$$25 = \text{وسطانیہ}$$

سب سے چھوٹی قدر: بائیں جانب کی وکسر بالکل 10 پر ختم ہوا ہے۔

$$10 = \text{سب سے چھوٹی قدر}$$

سب سے بڑی قدر: دائیں جانب وکسر بالکل 46 پر ختم ہوتا ہے۔

$$46 = \text{سب سے بڑی قدر}$$

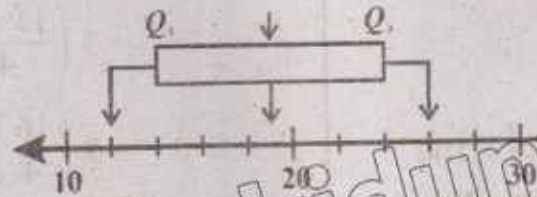
6- باکس اور وکسر پلاٹ بنائیے اگر  $12 = \text{سب سے چھوٹی قدر}$ ,  $26 = \text{سب سے بڑی قدر}$ ,  $19 = \text{وسطانیہ}$ ,  $Q_1 = 14$  اور  $Q_3 = 24$  ہوں۔

حل: دیا گیا ہے

$$26 = \text{بڑی قدر}, 12 = \text{چھوٹی قدر}$$

$$24 = Q_3, 14 = Q_1, 19 = \text{وسطانیہ}$$

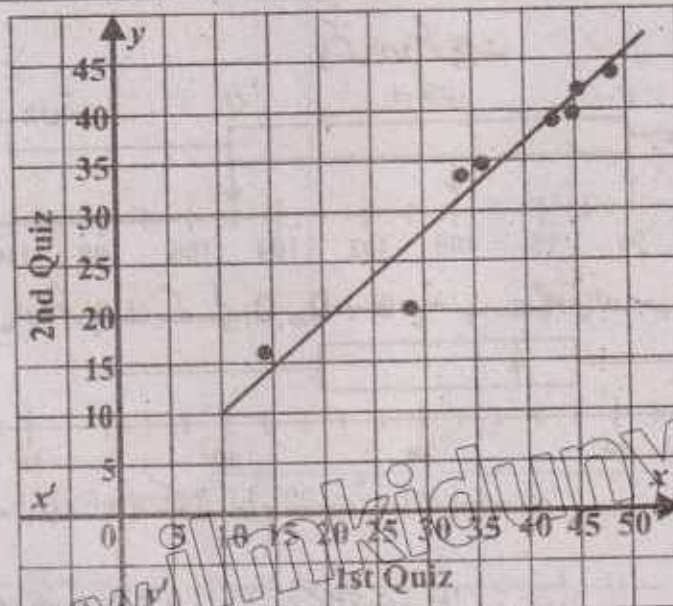
باکس اور وکسر پلاٹ



7- طلبہ کے کورس سکور کے لیے ایک استثنائی خاکہ بنائیے اور دونوں تہیں خط کشیں۔ پہلے اور دوسرے کورس کے درمیان ارتباط کی بھی وضاحت کیجیے۔

|    |    |    |    |    |    |    |    |            |
|----|----|----|----|----|----|----|----|------------|
| 49 | 46 | 45 | 43 | 36 | 34 | 28 | 14 | پہلا کورس  |
| 43 | 42 | 39 | 38 | 35 | 33 | 20 | 16 | دوسرا کورس |

حل:



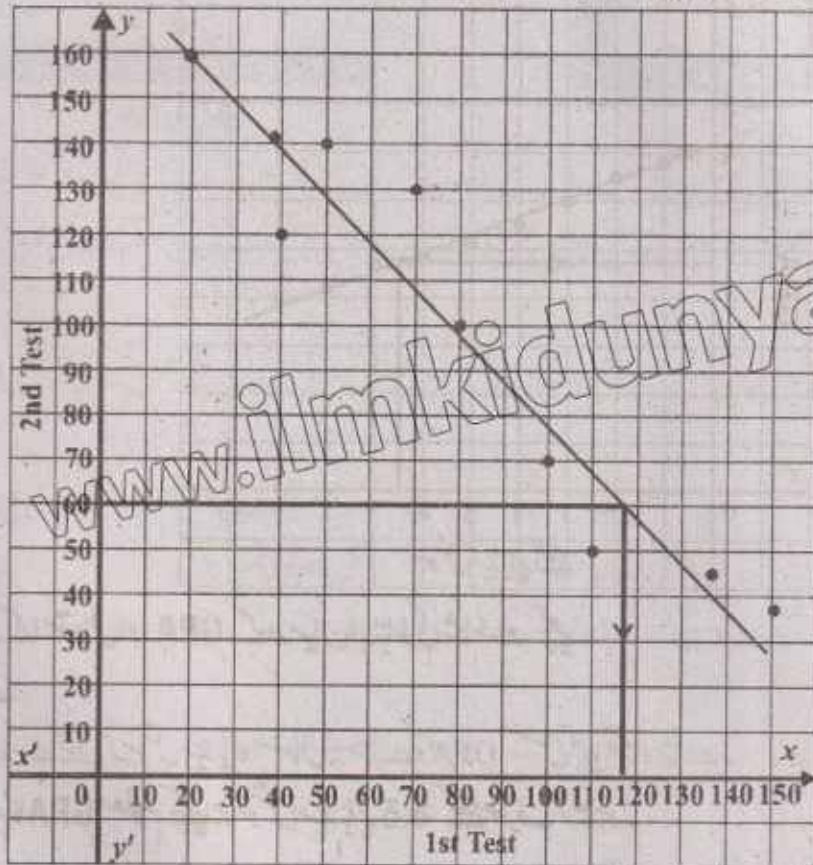
ارتباط: یہ ایک مضبوط مثبت ارتباط ہے کیونکہ جب پہلا کورس کا سکور زیادہ ہوتا ہے تو دوسری کورس کا سکور بھی زیادہ ہو جاتا ہے۔

8- درج ذیل جدول میں فٹ بال کھلاڑیوں کے 200 میں سے ٹیسٹ سکور دیے گئے ہیں (ایک رفتار کی پیمائش اور دوسرا مضبوطی کی پیمائش)

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |            |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------------|
| 80  | 150 | 136 | 50  | 110 | 100 | 40  | 70  | 38  | 20  | پہلا ٹیسٹ  |
| 100 | 36  | 44  | 140 | 50  | 170 | 120 | 130 | 142 | 160 | دوسرا ٹیسٹ |

- (i) انتشاری خاکہ بنائیے اور موزوں ترین خط کھینچیں۔  
(ii) پہلے اور دوسرے ٹیسٹ کے درمیان ارتباط کی وضاحت کیجیے۔  
(iii) عبداللہ نے دوسرے ٹیسٹ میں 60 سکور کیا۔ اس کا پہلے ٹیسٹ میں سکور معلوم کیجیے۔  
(ii) انتشاری خاکہ بنائیے اور موزوں ترین خط کھینچیں۔

حل:



- (ii) پہلے اور دوسرے ٹیسٹ کے درمیان ارتباط کی وضاحت کیجیے۔

حل: ارتباط

اس کا ارتباط مضبوط منفی ارتباط ہے کیونکہ جب پہلا ٹیسٹ (رفتار) کا سکور بڑھتا ہے اس وقت دوسرا ٹیسٹ کا سکور (طاقت) کا سکور کم ہوتا ہے۔

- (iii) عبداللہ نے دوسرے ٹیسٹ میں 60 سکور کیا۔ اس کا پہلے ٹیسٹ میں سکور معلوم کیجیے۔

حل: تخمینہ

اگر عبداللہ نے 60 سکور دوسرے ٹیسٹ میں لیے ہیں تو 60 سے ایک افقی خط کھینچیں لائن آف بیسٹ پر ملے اور نیچے کی طرف عمود خط

x- محور کی بنیاد کی طرف ٹیسٹ 1 کی طرف جائے گا جو تقریباً 110 سے 120 کے درمیان ہوگا۔

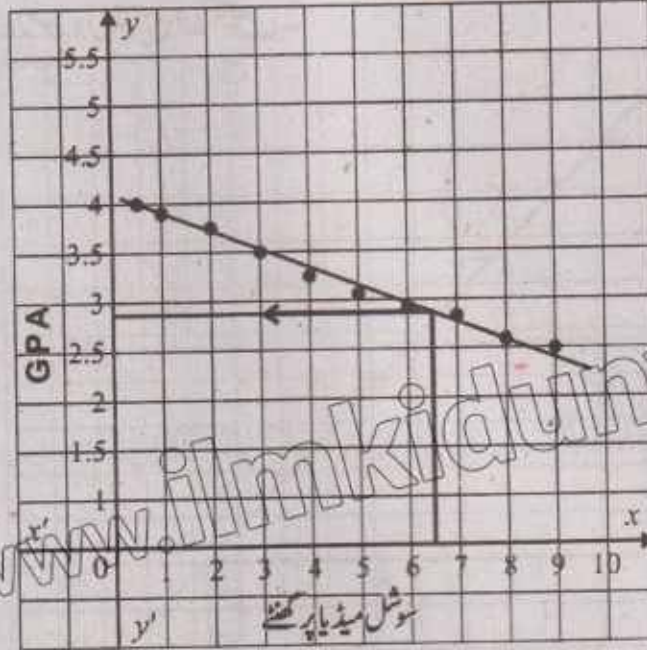
لہذا 110 سے 115.5

9- درج ذیل جدول میں پونیورسٹی کے طلبہ کے روزانہ سوشل میڈیا کے استعمال کے گھنٹے اور GPA دیے گئے ہیں:

| سوشل میڈیا کے گھنٹے | 0.5 | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| GPA                 | 4.0 | 3.9 | 3.7 | 3.5 | 3.3 | 3.1 | 2.9 | 2.8 | 2.6 | 2.5 |

- (i) انتشاری خاکہ بنائیے اور موزوں ترین خط کھینچیں۔  
(ii) سوشل میڈیا کے استعمال اور GPA کے درمیان ارتباط کی شناخت کیجیے۔  
(iii) اس طالب علم کا GPA معلوم کیجیے جو سوشل میڈیا پر 6.5 گھنٹے صرف کرتا ہو۔  
(i) انتشاری خاکہ بنائیے اور موزوں ترین خط کھینچیں۔

حل:



- (ii) سوشل میڈیا کے استعمال اور GPA کے درمیان ارتباط کی شناخت کیجیے۔  
حل: ارتباط کی فطرت:

یہ ایک منفی ارتباط ہے کیوں کہ سوشل میڈیا کا استعمال بڑھتا ہے تو GPA مسلسل کم یا گھٹتا رہتا ہے۔  
(iii) اس طالب علم کا GPA معلوم کیجیے جو سوشل میڈیا پر 6.5 گھنٹے صرف کرتا ہو۔  
6.5 گھنٹوں کا تخمینہ:

جیسا کہ مواد میں GPA مسلسل گھٹتا ہے 0.2 سے 0.1 پر گھٹنے میں ہم دیکھ سکتے ہیں 6 گھنٹے میں (2.9) ہے اور 65 گھنٹے کی قیمت بالکل درمیان میں ہوگی۔

$$2.85 \cong 2.9$$

انتشار کے پیمانے (Measures of Dispersion) 11.4

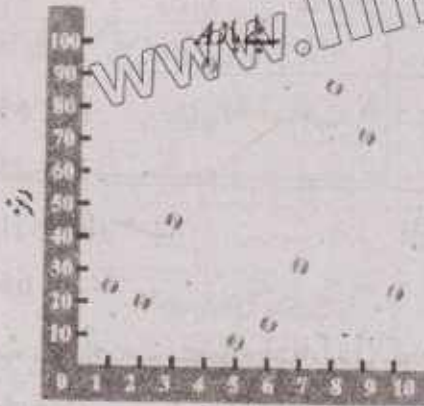
درج ذیل مواد دو بلے بازوں کے پچھلے دس میچوں میں بنائے گئے رنز کو ظاہر کرتا ہے۔

بلے باز A: 25, 20, 45, 93, 8, 14, 32, 87, 72, 24

بلے باز B: 33, 50, 47, 38, 45, 40, 36, 48, 37, 46

$$\text{بلے باز A کا اوسط} = \frac{25 + 20 + 45 + 93 + 8 + 14 + 32 + 87 + 72 + 24}{10} = \frac{420}{10} = 42$$

$$\text{بلے باز A کا اوسط} = \frac{33 + 50 + 47 + 38 + 45 + 40 + 36 + 48 + 37 + 46}{10} = \frac{420}{10} = 42$$



میچوں کی تعداد



میچوں کی تعداد

اگرچہ دونوں بلے بازوں کا اوسط سکور ایک ہی ہے، لیکن بلے باز B کے رنز اوسط کے قریب مرکوز ہیں، جب کہ بلے باز A کا سکور 0 سے 100 تک وسیع پیمانے پر پھیلا ہوا ہے۔ اس لیے یہ سمجھنے کے لیے کہ مواد کی قدریں کس قدر پھیلی ہوئی ہیں ہمیں مزید شماریاتی معلومات کی ضرورت ہے۔ اس مقصد کے لیے، ہم انتشار کے پیمانوں کا استعمال کریں گے۔

انتشار کے پیمانے شماریاتی آلات ہیں جو یہ بتانے کے لیے استعمال ہوتے ہیں کہ ایک مواد کے سیٹ میں پکھری ہوئی قدریں ایک مرکزی قدر کے گرد کس طرح پھیلی ہوئی ہیں۔

- 1- سعت
  - 2- تغیریت
  - 3- معیاری انحراف
  - 4- اندرونی چہاری حصے کی سعت
  - 5- اوسط انحراف
  - 6- چہاری حصہ انحراف
  - 7- تغیر کا عددی سر
- اس یونٹ میں ہم صرف چند انتشار کے پیمانوں کی وضاحت کریں گے۔

### سعت (Range)

سب سے بڑی قدر (H) اور سب سے چھوٹی قدر (L) کے درمیان فرق کو سعت کہا جاتا ہے۔

$$\text{سعت (R)} = H - L$$

جہاں H سب سے بڑی قدر اور L سب سے چھوٹی قدر ہے۔

مثال 7: درج مواد کی سعت معلوم کیجیے:

15, 22, 18, 30, 17, 25

$$H = 30; L = 15$$

$$\text{سعت (R)} = H - L$$

$$= 30 - 15 = 15$$

مثال 8: نیچے دیا گیا جدول ملازمین کے ایک گروپ کی ہفتہ وار آمدنی

(روپے ہزاروں میں) کو ظاہر کرتا ہے۔ ہفتہ وار آمدنی کی سعت معلوم کیجیے۔

خود آزمائی

پہلے 20 مفرد اعداد کی سعت کیا ہے؟

پہلے 20 مفرد اعداد ہیں۔

2, 3, 5, 7, 11, 13, ..., 61, 67, 71

یہاں

(H) = 71 سب سے بڑی قدر

(L) = 2 سب سے چھوٹی قدر

$$\text{سعت (R)} = H - L$$

$$= 71 - 2$$

$$\text{سعت (R)} = 69$$

| ملازمین کی تعداد | ہزار روپے (ہفتہ وار آمدنی) |
|------------------|----------------------------|
| 4                | 25 - 35                    |
| 6                | 35 - 45                    |
| 5                | 45 - 55                    |
| 3                | 55 - 65                    |

حل: یہاں  $H = 65$

$L = 25$

تغیریت (R) =  $H - L$

$$= 65 - 25 = 40$$

لہذا، ملازمین کی سب سے کم اور سب سے زیادہ ہفتہ وار آمدنی کے درمیان فرق 40,000 روپے ہے۔

تغیریت (Variance)

قدروں کی اوسط سے ان کے انحرافات کے مربعوں کی اوسط تغیریت کہلاتی ہے۔ اسے  $\sigma^2$  سے ظاہر کیا جاتا ہے (جسے سکوائرڈ پڑھا جاتا ہے)۔

اگر  $x_1, x_2, \dots, x_n$  قدریں ہوں تو تغیریت کے درج ذیل کیے ہیں:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

غیر گروہی مواد کے لیے

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^2$$

غیر گروہی مواد کے لیے

فرض کیا  $x_1, x_2, \dots, x_n$  قدریں ہیں جن کے تعددات بالترتیب  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  ہیں۔

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

گروہی مواد کے لیے

نوٹ:

تغیریت جتنی زیادہ ہوگی، مواد اتنا ہی پھیلا ہوا ہوگا۔ اور تغیریت جتنی کم ہوگی، مواد اتنا ہی زیادہ یکساں یا اوسط کے قریب ترین مرکوز ہوگا۔

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \left( \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)^2$$

گروہی مواد کے لیے

معیاری انحراف (Standard Deviation)

معیاری انحراف قدروں کی اوسط سے ان کے انحرافات کے مربعوں کی اوسط کا مثبت جذر مربع ہوتا ہے۔ اسے  $\sigma$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

معیاری انحراف ہمیں یہ سمجھنے میں مدد کرتا ہے کہ قدریں اوسط سے کس حد تک مختلف ہیں۔

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

گروہی مواد کے لیے

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}\right)^2}$$

گروہی مواد کے لیے

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

گروہی مواد کے لیے

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}\right)^2}$$

مثال 9: ایک فیکٹری درج ذیل لمبائیوں (سینٹی میٹر میں) کی سلاخیں تیار کرتی ہے۔

50.1, 49.9, 50.0, 50.2, 49.8

معیاری انحراف کا استعمال کرتے ہوئے یکسانیت کی جانچ کیجیے۔

$$\bar{x} = \frac{50.1 + 49.9 + 50.0 + 50.2 + 49.8}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

حل:

| x    | x - $\bar{x}$ | (x - $\bar{x}$ ) <sup>2</sup> |
|------|---------------|-------------------------------|
| 50.1 | 0.1           | 0.01                          |
| 49.9 | -0.1          | 0.01                          |
| 50.0 | 0             | 0.00                          |
| 50.2 | 0.2           | 0.04                          |
| 49.8 | -0.2          | 0.04                          |
|      |               | $\sum (x - \bar{x})^2 = 0.10$ |

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{0.10}{5} = 0.02 \Rightarrow \sigma = \sqrt{0.02} = 0.141 \text{ cm}$$

چون کہ معیاری انحراف بہت کم ہے، یہ سلاخوں کی لمبائیوں میں یکسانیت کو ظاہر کرتا ہے۔

تاریخ: کارل پیئر من دوہ پہلے شخص تھے جنہوں نے معیاری انحراف کا لفظ استعمال کیا۔

چیلنج! کیا تغیریت منفی ہوگی؟  
جواب: جی نہیں تغیریت منفی نہیں ہو سکتا کیونکہ اس کے حل میں اعداد کا مربع لیا جاتا ہے اور صرف منفی یا مثبت قدروں کا جمع کیا جاتا ہے۔

مثال 10: ملے کے ہر دن بیچے جانے والے قالینوں کی تعداد 10, 12, 7, 9, 4, 8, 13 ہے۔ اس کی تغیریت معلوم کیجیے۔

|       |     |    |    |    |    |     |     |                    |
|-------|-----|----|----|----|----|-----|-----|--------------------|
| $x$   | 13  | 8  | 4  | 9  | 7  | 12  | 10  | $\Sigma x = 63$    |
| $x^2$ | 169 | 64 | 16 | 81 | 49 | 144 | 100 | $\Sigma x^2 = 623$ |

گروہی مواد کے لیے

$$\sigma = \frac{\Sigma x^2}{n} - \left( \frac{\Sigma x}{n} \right)^2$$

کیا معیاری انحراف تغیریت سے زیادہ ہو سکتا ہے؟

جواب: جی ہاں، یہ تغیریت سے زیادہ ہو سکتا ہے جب تغیریت 0 اور 1 کے درمیان مثلاً  $1 < \sigma^2 < 10$  اس کی وجہ یہ ہے کہ 0 اور 1 کے درمیان کسی بھی اعشاری عدد کا جزر ہمیشہ اصل عدد سے بڑا ہوتا ہے۔

$$= \frac{623}{7} - \left( \frac{63}{7} \right)^2 = 89 - 81 = 8$$

مثال 11: ایک مالیاتی تجزیہ کار نے ایک مخصوص دن چند کمپنیوں کے حصص کی قیمتوں کے اختتامی سکورز کو درج ذیل طریقے سے گروہوں میں ترتیب دیا:

| حصص کی قیمتیں (روپے) | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| تعدادات              | 2     | 3     | 6     | 4     | 2     | 1      |

اوسط، تغیریت اور معیاری انحراف معلوم کیجیے۔ آپ حصص کی قیمتوں کے اتار چڑھاؤ کے بارے میں کیا نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں؟  
حل:

| قیمت کی حد (روپے) | تعدادات $f$     | $x$ | $fx$               | $fx^2$                |
|-------------------|-----------------|-----|--------------------|-----------------------|
| 40-50             | 2               | 45  | 90                 | 4050                  |
| 50-60             | 3               | 55  | 165                | 9075                  |
| 60-70             | 6               | 65  | 390                | 25350                 |
| 70-80             | 4               | 75  | 300                | 22500                 |
| 80-90             | 2               | 85  | 170                | 14450                 |
| 90-100            | 1               | 95  | 95                 | 9025                  |
|                   | $\Sigma f = 18$ |     | $\Sigma fx = 1210$ | $\Sigma fx^2 = 84450$ |

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{1210}{18} = 67.22$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma fx^2}{\Sigma f} - \left( \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \right)^2 = \frac{84450}{18} - (67.22)^2$$

$$= 4691.67 - 4518.52 = 173.15$$

$$\sigma = \sqrt{173.15} = 13.16$$

13.16 روپے کا معیاری انحراف قیمت کے اتار چڑھاؤ میں اعتدال کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 12: دو طلبہ، علی اور رومانا نے ریاضی کے 5 ٹیسٹوں میں حصہ لیا۔ ان کے سکورز یاد رکھیے! (100 میں سے) درج ذیل تھے:

علی: 72, 68, 74, 70, 76

روما: 72, 65, 80, 68, 75

(i) اوسطاً کس نے بہتر کارکردگی دکھائی؟

(ii) کون زیادہ مستقل مزاج تھا۔

جب دو موادوں کا موازنہ کر رہے ہوں:

• اوسط ہمیں اوسط کارکردگی کے بارے میں بتاتی ہے۔

• معیاری انحراف ہمیں یکسانیت کے بارے میں بتاتا ہے۔

$$\bar{x}(\text{علی}) = \frac{\sum x}{n} = \frac{2+68+74+70+76}{5} = \frac{360}{5} = 72$$

$$\begin{aligned}\sigma^2(\text{علی}) &= \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \\ &= \frac{(72-72)^2 + (68-72)^2 + (74-72)^2 + (70-72)^2 + (76-72)^2}{5} \\ &= \frac{(0)^2 + (-4)^2 + (2)^2 + (-2)^2 + (4)^2}{5} \\ &= \frac{0+16+4+4+16}{5} = \frac{40}{5} = 8\end{aligned}$$

$$\sigma(\text{علی}) = \sqrt{8} = 2.83$$

$$\begin{aligned}\bar{x}(\text{روما}) &= \frac{\sum x}{n} = \frac{72+65+80+68+75}{5} \\ &= \frac{360}{5} = 72\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{x}(\text{روما}) &= \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \\ &= \frac{(72-72)^2 + (65-72)^2 + (80-72)^2 + (68-72)^2 + (75-72)^2}{5} \\ &= \frac{(0)^2 + (-7)^2 + (8)^2 + (-4)^2 + (3)^2}{5} \\ &= \frac{0+49+64+16+9}{5} = \frac{138}{5} = 27.6\end{aligned}$$

$$\bar{x}(\text{روما}) = \sqrt{27.6} = 5.25$$

(i) چون کہ  $\bar{x} = 72$  اور  $\sigma(\text{علی}) = 2.83$  ہے۔

اوسط دونوں نے برابر کارکردگی کا مظاہرہ کیا۔

(ii)  $\sigma(\text{روما}) = 5.25$  لہذا علی زیادہ مستقل مزاج ہے۔

## حل مشق 11.2

1- درج ذیل مواد کی سمت معلوم کیجیے:

43. 5, 13. 6, 18. 9, 38. 4, 61. 4, 29. 4 (ii) 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 60 (i)

63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 60 (i)

63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 60

حل: دیا گیا مواد

یہاں  
 $(H) = 125$  سب سے بڑی قدر

$(L) = 60$  سب سے چھوٹی قدر

سعت  $(R) = H - L$   
 $= 125 - 60$   
 سعت  $(R) = 65$

(ii) 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.4

حل: دیا گیا مواد

43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.4

یہاں

$(H) = 61.4$  سب سے بڑی قدر

$(L) = 13.6$  سب سے چھوٹی قدر

سعت  $(R) = H - L$   
 $= 61.4 - 13.6$

سعت  $(R) = 47.8$

2- اگر مواد کے ایک سیٹ کی سعت اور سب سے چھوٹی قدر بالترتیب 46.7 اور 13.4 ہو تو سب سے بڑی قدر معلوم کیجیے۔

حل: دیا گیا مواد

سعت  $(R) = 46.7$

$(L) = 13.4$  سب سے چھوٹی قدر

سعت  $(R) = H - L$

$46.7 = H - 13.4$

$46.7 + 13.4 = H$

$H = 60.1$

3- درج ذیل مواد کی سعت معلوم کیجیے:

| آمدنی            | 4000 - 4500 | 4500 - 5000 | 5000 - 5500 | 5500 - 6000 | 6000 - 6500 |
|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| ملازموں کی تعداد | 8           | 12          | 350         | 21          | 6           |

حل:

$(H) = 6500$  سب سے بڑی آمدنی

$(L) = 4000$  سب سے چھوٹی آمدنی

$\therefore$  سعت  $(R) = H - L$   
 $= 6500 - 4000$

سعت  $(R) = 2500$

4- 7 کارکنوں کے ایک گروہ نے ایک دن میں تیار کی جانے والی اشیاء کی تعداد بتائی:

52, 55, 50, 53, 54, 56, 52

تیار کی گئی اشیاء کا معیاری انحراف اور تغیریت معلوم کیجیے۔

$\bar{x} = \frac{52 + 55 + 50 + 53 + 54 + 56 + 52}{7} = \frac{372}{7} = 53.14$

حل:

| x  | $x - \bar{x}$        | $(x - \bar{x})^2$               |
|----|----------------------|---------------------------------|
| 52 | $52 - 53.14 = -1.14$ | $(-1.14)^2 = 1.30$              |
| 55 | $55 - 53.14 = 1.86$  | $(1.86)^2 = 3.46$               |
| 50 | $50 - 53.14 = -3.14$ | $(-3.14)^2 = 9.86$              |
| 53 | $53 - 53.14 = -0.14$ | $(-0.14)^2 = 0.02$              |
| 54 | $54 - 53.14 = 0.86$  | $(0.86)^2 = 0.74$               |
| 56 | $56 - 53.14 = 2.86$  | $(2.86)^2 = 8.18$               |
| 52 | $52 - 53.14 = -1.14$ | $(-1.14)^2 = 1.30$              |
|    |                      | $\Sigma(x - \bar{x})^2 = 24.86$ |

$$\therefore \text{تغیریت } (\sigma^2) = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n} = \frac{24.86}{7}$$

$$\sigma^2 = 3.55$$

$$\therefore \text{معیاری انحراف } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{24.86}{7}}$$

$$= \sqrt{3.55}$$

$$\sigma = 1.88$$

5- ایک لائبریرین نے ہفتے کے 5 دنوں میں آنے والے افراد کی تعداد ریکارڈ کی:

120, 135, 130, 125, 140

آنے والے افراد کی تغیریت اور معیاری انحراف معلوم کیجیے۔

$$\bar{x} = \frac{120 + 135 + 130 + 125 + 140}{5}$$

حل:

$$\bar{x} = \frac{650}{5}$$

$$\bar{x} = 130$$

| x   | $(x - \bar{x})$   | $(x - \bar{x})^2$             |
|-----|-------------------|-------------------------------|
| 120 | $120 - 130 = -10$ | $(-10)^2 = 100$               |
| 135 | $135 - 130 = 5$   | $5^2 = 25$                    |
| 130 | $130 - 130 = 0$   | $0^2 = 0$                     |
| 125 | $125 - 130 = -5$  | $(-5)^2 = 25$                 |
| 140 | $140 - 130 = 10$  | $10^2 = 100$                  |
|     |                   | $\Sigma(x - \bar{x})^2 = 250$ |

تغیریت

$$(\sigma^2) = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{250}{5}$$

$$\sigma^2 = 50$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{250}{5}}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$\sigma = 7.07$$

6- پہلے 23 طاق اعداد کی سمت، تغیریت اور معیاری انحراف معلوم کیجیے۔

حل: پہلے 23 طاق اعداد ہیں۔

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45

$$\therefore \text{سمت (R)} = \text{سب سے بڑی قدر (H)} - \text{سب سے چھوٹی قدر (L)}$$

$$= 45 - 1$$

$$\text{سمت (R)} = 44$$

$$n = 23$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{1+3+5+\dots+45}{23}$$

$$\bar{x} = \frac{529}{23}$$

$$\bar{x} = 23$$

| x  | $x - \bar{x}$   | $(x - \bar{x})^2$ |
|----|-----------------|-------------------|
| 1  | $1 - 23 = -22$  | $(-22)^2 = 484$   |
| 3  | $3 - 23 = -20$  | $(-20)^2 = 400$   |
| 5  | $5 - 23 = -18$  | $(-18)^2 = 324$   |
| 7  | $7 - 23 = -16$  | $(-16)^2 = 256$   |
| 9  | $9 - 23 = -14$  | $(-14)^2 = 196$   |
| 11 | $11 - 23 = -12$ | $(-12)^2 = 144$   |
| 13 | $13 - 23 = -10$ | $(-10)^2 = 100$   |
| 15 | $15 - 23 = -8$  | $(-8)^2 = 64$     |
| 17 | $17 - 23 = -6$  | $(-6)^2 = 36$     |
| 19 | $19 - 23 = -4$  | $(-4)^2 = 16$     |

|    |              |                                 |
|----|--------------|---------------------------------|
| 21 | 21 - 23 = -2 | $(-2)^2 = 4$                    |
| 23 | 23 - 23 = 0  | $0^2 = 0$                       |
| 25 | 25 - 23 = 2  | $2^2 = 4$                       |
| 27 | 27 - 23 = 4  | $4^2 = 16$                      |
| 29 | 29 - 23 = 6  | $6^2 = 36$                      |
| 31 | 31 - 23 = 8  | $8^2 = 64$                      |
| 33 | 33 - 23 = 10 | $10^2 = 100$                    |
| 35 | 35 - 23 = 12 | $12^2 = 144$                    |
| 37 | 37 - 23 = 14 | $14^2 = 196$                    |
| 39 | 39 - 23 = 16 | $16^2 = 256$                    |
| 41 | 41 - 23 = 18 | $18^2 = 324$                    |
| 43 | 43 - 23 = 20 | $20^2 = 400$                    |
| 45 | 45 - 23 = 22 | $22^2 = 484$                    |
|    |              | $\Sigma (x - \bar{x})^2 = 4048$ |

$$\begin{aligned} \text{تغیریت } (\sigma^2) &= \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n} \\ &= \frac{4048}{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{S.D}(\sigma) &= \sqrt{\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{4048}{23}} \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = 176$$

$$= \sqrt{176}$$

$$\sigma = 13.27$$

7- ایک ہفتے میں پانچ اضلاع کے مختلف مقامات پر بارش کا ریکارڈ درج ذیل ہے اس کی تغیریت اور معیاری انحراف معلوم کیجیے۔

|    |    |    |    |    |    |                 |
|----|----|----|----|----|----|-----------------|
| 71 | 63 | 61 | 54 | 51 | 42 | بارش (ملی میٹر) |
| 4  | 5  | 9  | 4  | 13 | 5  | مقامات کی تعداد |

حل:

| بارش (ملی میٹر میں)<br>$x$ | مقامات کی تعداد<br>$f$ | $f.x$              | $x^2$ | $f.x^2$                |
|----------------------------|------------------------|--------------------|-------|------------------------|
| 42                         | 5                      | 210                | 1764  | 8820                   |
| 51                         | 13                     | 663                | 2601  | 33813                  |
| 54                         | 4                      | 216                | 2916  | 11664                  |
| 61                         | 9                      | 549                | 3721  | 33489                  |
| 63                         | 5                      | 315                | 3969  | 19845                  |
| 71                         | 4                      | 284                | 5041  | 20164                  |
|                            | $\Sigma f = 40$        | $\Sigma fx = 2237$ |       | $\Sigma fx^2 = 127795$ |

$$\begin{aligned}\sigma^2 (\sigma^2) &= \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left( \frac{\sum fx}{\sum f} \right)^2 \\ &= \frac{127795}{40} - \left( \frac{2237}{40} \right)^2 \\ &= 3194.875 - (55.925)^2 \\ &= 3194.875 - 3127.605\end{aligned}$$

$$\sigma^2 = 67.27 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}\text{S.D}(\sigma) &= \sqrt{\text{تغیریت}} \\ &= \sqrt{67.27}\end{aligned}$$

$$\sigma = 8.2 \text{ mm}$$

-8 مشین A کی آؤٹ پٹ (یونٹس): 98, 100, 102, 101, 99

مشین B کی آؤٹ پٹ (یونٹس) 95, 100, 105, 90, 110

(i) کس مشین نے بہتر کارکردگی دکھائی؟  
(ii) کون سی مشین کا تسلسل برقرار رہا؟

(i)  
حل:

98, 100, 102, 101, 99

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{x}_A = \frac{98+100+102+101+99}{5} = \frac{500}{5}$$

$$\bar{x}_A = 100$$

اور

$$\sigma^2 (\text{مشین A}) = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{(98-100)^2 + (100-100)^2 + (102-100)^2 + (101-100)^2 + (99-100)^2}{5}$$

$$= \frac{(-2)^2 + 0^2 + 2^2 + 1^2 + (-1)^2}{5}$$

$$= \frac{4+0+4+1+1}{5}$$

$$= \frac{10}{5}$$

$$\sigma^2 (\text{مشین A}) = 2$$

$$S.D. (\sigma_A) = \sqrt{2} \approx 1.41$$

95, 100, 105, 90, 110

$$\bar{x}_B = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{x}_B = \frac{95+100+105+90+110}{5}$$

$$= \frac{500}{5} = 100$$

$$\sigma^2 (B \text{ مشین}) = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{(95-100)^2 + (100-100)^2 + (105-100)^2 + (90-100)^2 + (110-100)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-5)^2 + (0)^2 + (5)^2 + (-10)^2 + (10)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{25+0+25+100+100}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

$$\sigma^2 = 50$$

$$\sigma_B = \sqrt{50}$$

$$S.D(\sigma_B) = \sqrt{50} \approx 7.07$$

(i) ہم اوسط سے اندازا لگا سکتے ہیں کہ دونوں مشینوں کی کارکردگی ایک جیسی ہے۔

(ii) مشین ۸ تسلسل برقرار رکھی ہوئی ہے۔

9- دو ویلز پرسز (اشخاص) کی ماہانہ فروخت (روپے لاکھوں میں) 6 مہینوں کے دوران درج ذیل ہے:

فحص A: 5.5, 5.7, 5.4, 5.6, 5.8, 5.6  
فحص B: 5.5, 6.5, 4.5, 6.0, 5.0, 6.0

ان کی کارکردگی اور مستقل مزاج کا موازنہ کیجیے۔

حل:

5.5, 5.7, 5.4, 5.6, 5.8, 5.6

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x}{n} = \frac{5.5+5.7+5.4+5.6+5.8+5.6}{6}$$

$$\bar{x}_A = 5.6$$

$$\sigma^2(P_A) = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}$$

$$\begin{aligned}\sigma^2(P_A) &= \frac{(5.5 - 5.6)^2 + (5.7 - 5.6)^2 + (5.4 - 5.6)^2 + (5.6 - 5.6)^2 + (5.8 - 5.6)^2 + (5.6 - 5.6)^2}{6} \\ &= \frac{(-0.1)^2 + (0.1)^2 + (-0.2)^2 + 0^2 + (0.2)^2 + 0^2}{6} \\ &= \frac{0.01 + 0.01 + 0.04 + 0 + 0.04 + 0}{6} = \frac{0.1}{6}\end{aligned}$$

$$\sigma^2(P_A) \approx 0.0167$$

$$\Rightarrow S.D(\sigma_A) = \sqrt{0.0167} \approx 0.129$$

$$S.D(\sigma_A) \approx 0.13$$

$$5.5, 6.5, 4.5, 6.0, 5.0, 6.0$$

$$\text{اب اوسط } (P_B) = \bar{x}_B = \frac{5.5 + 6.5 + 4.5 + 6.0 + 5.0 + 6.0}{6} = \frac{33.5}{6}$$

$$\bar{x}_B = 5.58$$

$$\sigma^2(P_B) = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{(5.5 - 5.58)^2 + (6.5 - 5.58)^2 + (4.5 - 5.58)^2 + (6 - 5.58)^2 + (5 - 5.58)^2 + (6 - 5.58)^2}{6} \\ &= \frac{(-0.08)^2 + (0.92)^2 + (-1.08)^2 + (0.42)^2 + (-0.58)^2 + (0.42)^2}{6} \\ &= \frac{0.0064 + 0.8464 + 1.1664 + 0.1764 + 0.3364 + 0.1764}{6} \\ &= \frac{2.7084}{6}\end{aligned}$$

$$\sigma^2(P_B) = 0.4514$$

$$\Rightarrow S.D(\sigma_B) = \sqrt{0.4514}$$

$$S.D(\sigma_B) \approx 0.672$$

ہم اس مسئلہ میں کہ شخص A کی اوسط زیادہ ہے شخص B سے لہذا A شخص کی کارکردگی زیادہ بہتر ہے۔

اور

شخص A کا معیاری انحراف کم ہے لہذا شخص A زیادہ مستقل مزان ہے۔

10- نیچے دیا گیا جدول ایک ٹیکسٹائل مل کے کارکنوں کی یومیہ اجرتوں کو ظاہر کرتا ہے جسے چھ آدمی کے گروہوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

| 1800-2000 | 1600-1800 | 1400-1600 | 1200-1400 | 1000-1200 | 800-1000 | یومیہ اجرت (روپے) |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|-------------------|
| 1         | 2         | 8         | 6         | 4         | 2        | تعداد             |

حل:

| یومیہ اجرت (روپے)<br>(Rs) | تعداد<br>(f)    | وسطانیہ<br>(x)          | f.x                  | x <sup>2</sup> | f.x <sup>2</sup>          |
|---------------------------|-----------------|-------------------------|----------------------|----------------|---------------------------|
| 800 - 1000                | 2               | $\frac{1800}{2} = 900$  | 1800                 | 810000         | 1620000                   |
| 1000 - 1200               | 4               | $\frac{2200}{2} = 1100$ | 4400                 | 1210000        | 4840000                   |
| 1200 - 1400               | 6               | $\frac{2600}{2} = 1300$ | 7800                 | 1690000        | 10140000                  |
| 1400 - 1600               | 8               | $\frac{3000}{2} = 1500$ | 12000                | 22500000       | 18000000                  |
| 1600 - 1800               | 2               | $\frac{3400}{2} = 1700$ | 3400                 | 2890000        | 5780000                   |
| 1800 - 2000               | 1               | $\frac{3800}{2} = 1900$ | 1900                 | 3610000        | 3610000                   |
|                           | $\Sigma f = 23$ |                         | $\Sigma f x = 31300$ |                | $\Sigma f x^2 = 43990000$ |

اوسط

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{31300}{23}$$

$$\bar{x} = 1360.87$$

تغیریت

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma fx^2}{\Sigma f} - \left( \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \right)^2$$

$$= \frac{43990000}{23} - \left( \frac{31300}{23} \right)^2$$

$$= 1912608.70 - (1360.87)^2$$

$$= 1912608.70 - 1851967.16$$

$$\sigma^2 = 60642.72$$

معیاری انحراف

$$S.D = \sqrt{\text{تغیریت}}$$

$$= \sqrt{60642.72}$$

$$S.D = 246.26$$

11- ایک کمپنی کی ماہانہ فروخت کا تخمینہ (ملین میں) درج ذیل ہے: 15, 18, 14, 20, 13 فروخت کے تخمینوں میں تغیر معلوم کیجیے۔

حل: ماہانہ فروخت (روپے ملین میں)

15, 18, 14, 20, 13

فروخت کے تخمینوں میں تغیر معلوم کرنے کے لیے پہلے ہم اوسط تغیریت اور معیاری انحراف موادہ معلوم کریں گے۔

اوسط

$$\bar{x} = \frac{15+18+14+20+13}{5} \quad \therefore \text{قدروں کی کل تعداد } n=5$$

$$\bar{x} = \frac{80}{5}$$

$$\bar{x} = 16$$

تغیریت

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{(15-16)^2 + (18-16)^2 + (14-16)^2 + (20-16)^2 + (13-16)^2}{5}$$

$$= \frac{(-1)^2 + 2^2 + (-2)^2 + 4^2 + (-3)^2}{5}$$

$$= \frac{1+4+4+16+9}{5} = \frac{34}{5}$$

$$2 = 6.8$$

معیاری انحراف

$$SD = \sqrt{\text{تغیریت}}$$

$$= \sqrt{6.8}$$

$$\sigma = 2.61$$

نتیجہ: 2.61 = معیاری انحراف 16 = اوسط کے لحاظ

فروخت کی پیش گوئی معتدل تغیر کو ظاہر کرتی ہے۔

12- پانچ موبائل میں بے روزگاری کی شرح (فیصد میں) 5.2, 6.0, 4.8, 5.5 اور 6.2 ہیں۔ معیاری انحراف معلوم کیجیے اور بیان کیجیے کہ کیا بے روزگاری کی شرح متوازن ہے؟

حل: بے روزگاری کی شرح (%) میں

5.2, 6.0, 4.8, 5.5, 6.2

ہم اوسط تغیریت اور معیاری انحراف معلوم کرتے ہیں

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{5.2 + 6.0 + 4.8 + 5.5 + 6.2}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{27.7}{5}$$

$$\boxed{\bar{x} = 5.54} \text{ (میں \%)}$$

تغیریت

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{(5.2 - 5.54)^2 + (6.0 - 5.54)^2 + (4.8 - 5.54)^2 + (5.5 - 5.54)^2 + (6.2 - 5.54)^2}{5}$$

$$= \frac{(-0.34)^2 + (0.46)^2 + (-0.74)^2 + (-0.04)^2 + (0.66)^2}{5}$$

$$= \frac{0.1156 + 0.2116 + 0.5476 + 0.0016 + 0.4356}{5} = \frac{1.312}{5}$$

$$\boxed{\sigma^2 = 0.2624} \text{ (میں \%)}$$

S.D:

$$S.D = \sqrt{\text{تغیریت}}$$

$$\sigma = \sqrt{0.2624}$$

$$\boxed{\sigma = 0.51\%}$$

بے روزگاری کی شرح نسبتاً متوازن ہے کیونکہ صوبوں کے درمیان کم فرق ہے۔

13- تغیریت اور معیاری انحراف معلوم کیجیے۔

$$\Sigma f = 6, \Sigma fx^2 = 7560, \Sigma fx = 210 \quad (ii) \quad n = 5, \Sigma x^2 = 421, \Sigma x = 45 \quad (i)$$

$$\Sigma fx^2 = 1670, = 1670, \bar{x} = 18 \quad (iii)$$

$$n = 5, \Sigma x^2 = 421, \Sigma x = 45 \quad (i)$$

$$\Sigma x = 45, \Sigma x^2 = 421, n = 5$$

$$\text{تغیریت } (\sigma^2) = \frac{\sum x^2}{n} - \left( \frac{\sum x}{n} \right)^2$$

$$= \frac{421}{5} - \left( \frac{45}{5} \right)^2$$

حل: دیے گئے مواد

$$= 84.2 - 9^2$$

$$= 84.2 - 81$$

$$\sigma^2 = 3.2$$

$$\text{S.D } (\sigma) = \sqrt{\text{تغیریت}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{3.2}$$

$$\sigma = 1.79$$

$$\Sigma f = 6, \Sigma fx^2 = 7560, \Sigma fx = 210 \quad (\text{ii})$$

حل: دیا گیا مواد

$$\Sigma fx = 210, \Sigma fx^2 = 7560, \Sigma f = 6$$

$$\begin{aligned} \text{تغیریت } (\sigma^2) &= \frac{\Sigma fx^2}{\Sigma f} - \left( \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \right)^2 \\ &= \frac{7560}{6} - \left( \frac{210}{6} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = 1260 - 35^2$$

$$\sigma^2 = 1260 - 1225$$

$$\sigma^2 = 35$$

$$\therefore \text{S.D } (\sigma) = \sqrt{\text{تغیریت}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{35}$$

$$\sigma = 5.92$$

$$\Sigma fx^2 = 1670, \Sigma f = 5, \bar{x} = 18 \quad (\text{iii})$$

حل: دیا گیا ہے

$$\bar{x} = 18, \Sigma fx^2 = 1670, \Sigma f = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{تغیریت } (\sigma^2) &= \frac{\Sigma fx^2}{\Sigma f} - \left( \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \right)^2 \\ &= \frac{1670}{5} - (\bar{x})^2 \\ &= \frac{1670}{5} - (18)^2 \\ &= 334 - 324 \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = 10$$

$$\therefore \text{S.D } (\sigma) = \sqrt{\text{تغیریت}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{10}$$

$$\sigma = 3.16$$

# حل اعاده مشق 11

1- درج ذیل سوالات کے دیے گئے چار ممکنہ جوابات میں سے درست جواب کا انتخاب کیجیے۔  
(i) مجموعی تعدادات معلوم کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

- (a) جمع (b) جذر المربع (c) ضرب (d) تقسیم

(ii) دوسرا چہارمی حصہ ظاہر کرتا ہے:

- (a) اوسط (b) عادہ (c) وسطانیہ (d) تغیریت

(iii) پہلا چہارمی حصہ مواد کو ..... برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔

- (a) دو (b) تین (c) چار (d) دس

(iv) سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قدر کے درمیان فرق کہلاتا ہے:

- (a) اوسط (b) تغیریت (c) سعت (d) معیاری انحراف

(v) انتشاری خاکہ ..... متغیرات کے درمیان تعلق کو ظاہر کرتا ہے۔

- (a) چار (b) دو (c) تین (d) چار

(vi) انتشار کا پیمانہ ہے:

- (a) اوسط (b) وسطانیہ (c) عادہ (d) تغیریت

(vii) تغیریت کا مثبت جذر المربع کہلاتا ہے:

- (a) اوسط (b) وسطانیہ (c) معیاری انحراف (d) سعت

(viii) ..... انتشار کا پیمانہ نہیں ہے۔

- (a) سعت (b) حسابی اوسط (c) تغیریت (d) معیاری انحراف

(ix) مواد 8, 8, 8, 8, 8, 8 کی تغیریت ہے:

- (a) 0 (b) 16 (c) 8 (d) 48

(x) پہلے 20 قدرتی اعداد کی سعت ہے:

- (a) 20 (b) 10 (c) 19 (d) 30

## جوابات

- (i) جمع (ii) وسطانیہ (iii) چار (iv) سعت (v) دو  
(vi) تغیریت (vii) معیاری انحراف (viii) حسابی اوسط (ix) 0 (x) 19

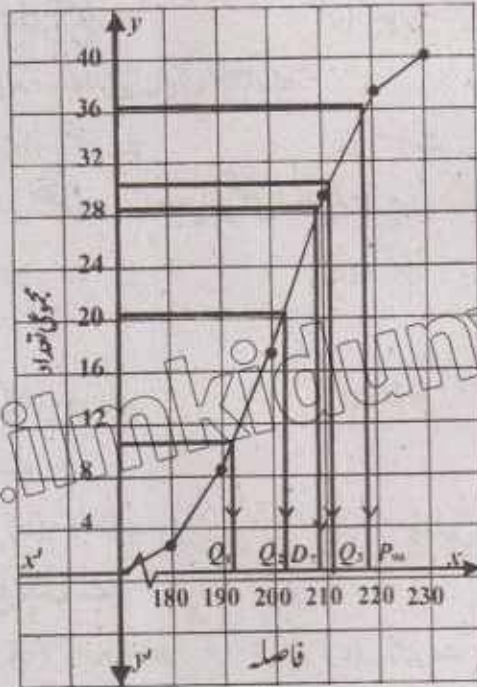
2- لمبی چھلانگ کے لیے درج ذیل نمائندگی پر کارڈ کیے گئے:

| فاصلہ (سینٹی میٹروں میں) | 220-230 | 210-220 | 200-210 | 190-200 | 180-190 | 170-180 |
|--------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| f                        | 3       | 8       | 12      | 9       | 6       | 2       |

مجموعی تعداد کی کثیر الاضلاع بنائیں اور وسطانیہ  $P_{90}$ ,  $D_7$ ,  $Q_3$ ,  $Q_1$  اور اندرونی چہارمی حصہ کی سعت بھی معلوم کیجیے۔ حل:

| فاصلہ (سینٹی میٹروں میں) | $f$             | $cf$         |
|--------------------------|-----------------|--------------|
| 170 - 180                | 2               | 2            |
| 180 - 190                | 6               | 2 + 6 = 8    |
| 190 - 200                | 9               | 8 + 9 = 17   |
| 200 - 210                | 12              | 17 + 12 = 29 |
| 210 - 220                | 8               | 29 + 8 = 37  |
| 220 - 230                | 3               | 37 + 3 = 40  |
|                          | $\Sigma f = 40$ |              |

مجموعی تعداد کی کثیر الاضلاع



وسطانیہ: وسطانیہ کی پوزیشن  $20 = \frac{n}{2} = \frac{40}{2}$  (20 ویں قدر)  $y$ -محور پر 20 سے ایک افقی خط کھینچیں جو کہ منحنی خط تک ملے اور پھر اس نقطہ سے  $x$ -محور سے عمود کھینچیں۔ اب  $x$ -محور پر اس کی قدر کو نوٹ کیجیے جہاں عمودی خط نے  $x$ -محور کو قطع کیا ہے۔

اوسط = 202.5

زیریں چہارمی  $(Q_1)$ :

$$Q_1 \text{ کی پوزیشن ہے } 10 = \frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10 \text{ (10 ویں قدر)}$$

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں  $y$ -محور پر 10 کی متعلقہ قدر  $x$ -محور پر 192.2 بنتی ہے۔

$$Q_1 = 192.2$$

$Q_3$  بالائی چہارمی:

$$Q_3 \text{ کی پوزیشن } 30 = \frac{3n}{4} = \frac{3(40)}{4} = 30 \text{ (30 ویں قدر)}$$

اب ہم گراف سے  $y$ -محور پر 30 کی متعلقہ قدر  $x$ -محور پر 211.3 بنتی ہے۔

$$Q_3 = 211.3$$

ساتواں سوال حصہ (D<sub>7</sub>):

$$D_7 \text{ کی پوزیشن } = \frac{7n}{10} = \frac{7(40)}{10} = 28 \text{ (28 ویں قدر)}$$

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں کہ  $y$ -محور پر 28 کی متعلقہ قدر  $x$ -محور پر 209.2 بنتی ہے۔

$$D_7 = 209.2$$

90<sup>th</sup> کا سوال حصہ (P<sub>90</sub>):

$$P_{90} \text{ کی پوزیشن } = \frac{90n}{100} = \frac{90(40)}{100} = 36 \text{ (36 ویں قدر)}$$

اب ہم گراف سے دیکھتے ہیں کہ  $y$ -محور پر 36 کی متعلقہ قدر  $x$ -محور پر 218.8 بنتی ہے۔

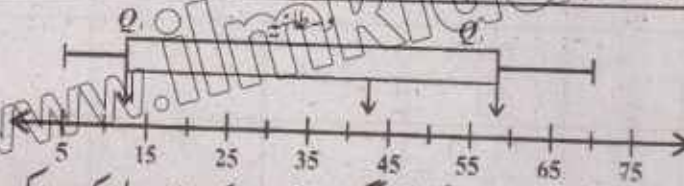
$$P_{90} = 218.8$$

اندرونی چہارمی حصہ کی سعت (IQR)

$$\begin{aligned} IQR &= Q_3 - Q_1 \\ &= 211.3 - 192.2 \\ IQR &= 19.1 \end{aligned}$$

3- مواد کے ایک سیٹ کے لیے درج ذیل شماریات دیے گئے ہیں اسے باکس اور و سکر پلاٹ پر ظاہر کیجیے۔

| Q <sub>3</sub> | وسطانیہ | Q <sub>1</sub> | سب سے بڑی قدر | سب سے چھوٹی قدر |
|----------------|---------|----------------|---------------|-----------------|
| 55.6           | 43      | 12.6           | 70            | 5               |



حل:

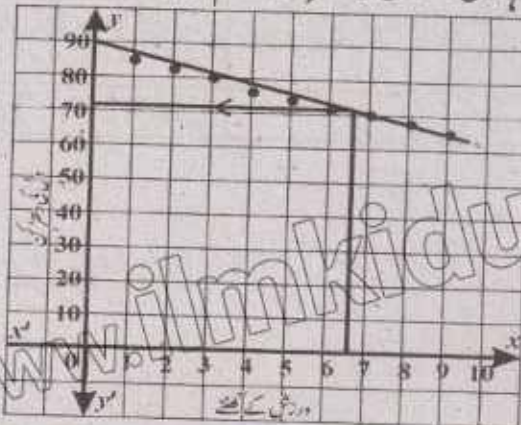
4- درج ذیل جدول دس افراد کے لیے ہفتہ وار ورزش کے گھنٹے اور آرام کے وقت دل کی دھڑکن فی منٹ کو ظاہر کرتا ہے:

| ورزش کے گھنٹے | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| دل کی دھڑکن   | 90 | 85 | 83 | 80 | 76 | 74 | 72 | 70 | 68 | 65 |

(i) مواد کا انتشاری خاکہ بنائیے اور موزوں ترین خط کھینچیں۔ (ii) مشاہدہ کیے گئے ارتباط کی قسم بیان کیجیے۔

(iii) سیکنہ ہر ہفتے 6.5 گھنٹے ورزش کرتی ہے اس کے دل کی دھڑکن معلوم کیجیے۔

حل:



- (ii) ایک مضبوطی رابطہ ہے۔  
 (iii) سیکنڈ ہر ہفتے 6.5 گھنٹے ورزش کرتی ہے اس کے دل کی دھڑکن 71 ہے۔  
 -5 مواد 25, 30, 35, 40, 50, 60, 65, 75 کی سعت معلوم کیجیے۔

25, 30, 35, 40, 50, 60, 65, 75

حل: دیا گیا مواد

$$(H) = 75 \text{ سب سے بڑی قدر}$$

$$(L) = 25 \text{ سب سے چھوٹی قدر}$$

$$(R) = H - L$$

$$R = 75 - 25$$

$$R = 50$$

-6 درج ذیل مواد کی سعت، تغیریت اور معیاری انحراف معلوم کیجیے۔

| جماعتی وقفہ | 0 - 5 | 5 - 10 | 10 - 15 | 15 - 20 | 20 - 25 | 25 - 30 |
|-------------|-------|--------|---------|---------|---------|---------|
| f           | 4     | 12     | 20      | 24      | 16      | 4       |

حل:

| جماعتی وقفہ | f               | $\frac{x + \frac{f}{2}}{2}$          | fx                 | fx <sup>2</sup>       |
|-------------|-----------------|--------------------------------------|--------------------|-----------------------|
| 0 - 5       | 4               | $\frac{0 + \frac{4}{2}}{2} = 2.5$    | 10                 | 25                    |
| 5 - 10      | 12              | $\frac{5 + \frac{12}{2}}{2} = 7.5$   | 90                 | 675                   |
| 10 - 15     | 20              | $\frac{10 + \frac{20}{2}}{2} = 12.5$ | 250                | 3125                  |
| 15 - 20     | 24              | $\frac{15 + \frac{24}{2}}{2} = 17.5$ | 420                | 7350                  |
| 20 - 25     | 16              | $\frac{20 + \frac{16}{2}}{2} = 22.5$ | 360                | 8100                  |
| 25 - 30     | 4               | $\frac{25 + \frac{4}{2}}{2} = 27.5$  | 110                | 3025                  |
|             | $\Sigma f = 80$ |                                      | $\Sigma fx = 1240$ | $\Sigma fx^2 = 22300$ |

$$(H) = 30 \text{ سب سے بڑی رقم}$$

$$(L) = 0 \text{ سب سے چھوٹی رقم}$$

$$(R) = H - L$$

$$R = 30 - 0$$

$$R = 30$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left[ \frac{\sum fx}{\sum f} \right]^2 \\ &= \frac{22300}{80} - \left( \frac{1240}{80} \right)^2 \\ &= 278.75 - (15.5)^2 \\ &= 278.75 - 240.25 \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = 38.5$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\text{تغیریت}} \\ &= \sqrt{38.5} \end{aligned}$$

$$\therefore S.D (\sigma) = 6.20$$

7- 5 اعداد کا مجموعہ 45 ہے اور ان کے مربعوں کا مجموعہ 421 ہے۔ مواد کے سیٹ کا اوسط اور معیاری انحراف معلوم کیجیے۔  
حل: فرض کیا  $x$  اعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

$$\begin{aligned} \sum x &= 45 \\ \sum x^2 &= 421 \\ n &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x}{n} \\ &= \frac{45}{5} \end{aligned}$$

$$\bar{x} = 9$$

$$\therefore S.D (\sigma) = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left( \frac{\sum x}{n} \right)^2}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{421}{5} - \left( \frac{45}{5} \right)^2} \\ &= \sqrt{84.2 - 9^2} \\ &= \sqrt{84.2 - 81} \\ &= \sqrt{3.2} \end{aligned}$$

$$S.D (\sigma) = 1.7889$$

8- 6 مہینوں کے لیے دو خاندانوں کے ماہانہ گھریلو اخراجات (روپے ہزاروں میں) درج ذیل تھے:

خاندان A: 45, 47, 46, 48, 46, 47  
خاندان B: 38, 52, 40, 50, 42, 49

ماہانہ اخراجات کا اوسط اور معیاری انحراف معلوم کیجیے۔ کون سا خاندان اوسطاً زیادہ خرچ کرتا ہے؟ کس خاندان کے اخراجات زیادہ مستحکم ہیں؟

خاندان A: 45, 47, 46, 48, 46, 47

حل: اب

$$\begin{aligned} \bar{x}_A &= \frac{45 + 47 + 46 + 48 + 46 + 47}{6} \\ &= \frac{279}{6} \end{aligned}$$

$$\bar{x}_A = 46.5$$

اور معیاری انحراف

$$\sigma^2_A = \frac{(45-46.5)^2 + (47-46.5)^2 + (46-46.5)^2 + (48-46.5)^2 + (46-46.5)^2 + (47-46.5)^2}{6}$$

$$= \frac{(-1.5)^2 + (0.5)^2 + (-0.5)^2 + (1.5)^2 + (-0.5)^2 + (0.5)^2}{6}$$

$$\sigma^2_A = \frac{2.25 + 0.25 + 0.25 + 2.25 + 0.25 + 0.25}{6}$$

$$= \frac{5.5}{6}$$

$$\sigma^2_A = 0.9167$$

$$\Rightarrow \text{S.D } \sigma_A = \sqrt{0.9167}$$

$$\text{S.D } (\sigma_A) = 0.96$$

خانداں B: 38, 52, 40, 50, 42, 49

$$\text{اوسط } (\bar{x}_B) = \frac{38 + 52 + 40 + 50 + 42 + 49}{6}$$

$$= \frac{271}{6}$$

$$\bar{x}_B = 45.17$$

اور معیاری انحراف

$$\sigma^2_B = \frac{(38-45.17)^2 + (52-45.17)^2 + (40-45.17)^2 + (50-45.17)^2 + (42-45.17)^2 + (49-45.17)^2}{6}$$

$$= \frac{(-7.17)^2 + (6.83)^2 + (-5.17)^2 + (4.83)^2 + (-3.17)^2 + (3.83)^2}{6}$$

$$= \frac{51.41 + 46.65 + 26.73 + 23.33 + 10.05 + 14.67}{6}$$

$$= \frac{271}{6}$$

$$\sigma^2_B = 28.81$$

$$\Rightarrow \text{S.D } (\sigma_B) = \sqrt{28.81}$$

$$\text{S.D } (\sigma_B) = 5.37$$

نتیجہ: خانداں A کی اوسط زیادہ ہے لیکن خانداں B زیادہ مستحکم ہے۔

9- ایک فیکٹری میں 140 ملازمین کی یومیہ اجرتیں درج ذیل جدول میں دی گئی ہیں:

| 1800 - 2000 | 1600 - 1800 | 1400 - 1600 | 1200 - 1400 | 1000 - 1200 | یومیہ اجرت (روپے) |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------------|
| 4           | 8           | 12          | 10          | 6           | ملازمین کی تعداد  |

حل: یومیہ اجرت کا اوسط، تغیریت اور معیاری انحراف معلوم کیجیے۔

| Daily Wages | f               | x    | fx                  | x <sup>2</sup> | fx <sup>2</sup>          |
|-------------|-----------------|------|---------------------|----------------|--------------------------|
| 1000 - 1200 | 6               | 1100 | 6600                | 1210000        | 7260000                  |
| 1200 - 1400 | 10              | 1300 | 13000               | 1690000        | 16900000                 |
| 1400 - 1600 | 12              | 1500 | 18000               | 2250000        | 27000000                 |
| 1600 - 1800 | 8               | 1700 | 13600               | 2890000        | 23120000                 |
| 1800 - 2000 | 4               | 1900 | 7600                | 3610000        | 14440000                 |
|             | $\Sigma f = 40$ |      | $\Sigma fx = 58800$ |                | $\Sigma fx^2 = 88720000$ |

•  $\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{58800}{40} = 1470$  اوسط

•  $\sigma^2 = \frac{\Sigma fx^2}{\Sigma f} - \left( \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \right)^2$   
 $= \frac{88720000}{40} - \left( \frac{58800}{40} \right)^2$   
 $= 2218000 - 2160900$

$\sigma^2 = 57100$  تغیریت

•  $S.D(\sigma) = \sqrt{57100}$

$S.D(\sigma) = 238.96$

## معروضی طرز سوالات

### اضافی کثیر الانتخابی سوالات

مجموعی تغیریت کی نئی امتحانی تکنیکس (Knowledge, Understanding, Application, Analytical & Conceptual) کی روشنی میں مرتب کیے گئے کثیر الانتخابی سوالات

مجموعی تعددات کی تشکیل

11.1

○ درست جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

1- مجموعی تعددات کے جدول کو بھی کہا جاتا ہے۔

(a) ترسیم (b) مجموعی تعددی کثیر الاضلاع (c) مجموعی تعددی تقسیم (d) تعددی تقسیم

- 2- ایک مجموعی تعددی کثیر الاحتمال کو بھی کہا جاتا ہے۔  
 (a) ترتیم (b) مجموعہ تعددات (c) مجموعہ تعددی تقسیم (d) تعددی تقسیم
- 3- ترتیم کی تشکیل کے طریقے ہیں:  
 1 (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d)
- 4- ترتیم اندازہ لگانے میں مدد کرتا ہے۔  
 (a) وسطانیہ (b) چہارمی حصہ (c) دسویں حصہ (d) یہ تمام
- 5- ترتیب صعودی یا ترتیب نزولی میں ترتیب دیئے گئے مواد کی درمیانی قدر \_\_\_\_\_ کہلاتی ہے۔  
 (a) عادہ (b) وسطانیہ (c) چہارمی حصہ (d) دسواں حصہ
- 6- چہارمی حصہ جسے زیریں چہارمی حصہ کہا جاتا ہے۔  
 Q<sub>1</sub> (a) Q<sub>2</sub> (b) Q<sub>3</sub> (c) Q<sub>4</sub> (d)
- 7- چہارمی حصہ جسے بالائی چہارمی حصہ کہا جاتا ہے۔  
 Q<sub>1</sub> (a) Q<sub>2</sub> (b) Q<sub>3</sub> (c) Q<sub>4</sub> (d)
- 8- وسطانیہ کسی مواد کو \_\_\_\_\_ برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔  
 2 (a) 3 (b) 4 (c) 4 (d)
- 9- دسواں حصہ کسی ترتیب دیئے گئے مواد کو \_\_\_\_\_ برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔  
 2 (a) 4 (b) 10 (c) 100 (d)
- 10- سوواں حصہ کسی ترتیب دیئے گئے مواد کو \_\_\_\_\_ برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔  
 2 (a) 4 (b) 10 (c) 100 (d)
- 11- IQR = \_\_\_\_\_?  
 Q<sub>3</sub> - Q<sub>1</sub> (a) Q<sub>2</sub> - Q<sub>1</sub> (b) Q<sub>1</sub> - Q<sub>3</sub> (c) Q<sub>1</sub> - Q<sub>2</sub> (d)
- 12- پہلے چہارمی حصہ Q<sub>1</sub> اور تیسرے چہارمی حصہ Q<sub>3</sub> کے درمیان فاصلہ کو کہا جاتا ہے:  
 (a) اندرونی چہارمی حصہ کی سمت (b) وسطانیہ (c) عادہ (d) حسابی اوسط

### 11.2 باکس اور وسکر پلاٹ

- 13- باکس اور وسکر پلاٹ میں باکس نمائندگی کرتا ہے:  
 Q<sub>1</sub> کی (a) Q<sub>2</sub> کی (b) Q<sub>3</sub> کی (c) IQR کی (d)
- 14- باکس میں ایک خط نمائندگی کرتا ہے:  
 Q<sub>1</sub> کی (a) وسطانیہ کی (b) Q<sub>3</sub> کی (c) IQR کی (d)
- 15- باکس سے سب سے چھوٹی اور سب سے بڑی قدروں تک پھیلے ہوئے خطوط نمائندگی کرتے ہیں۔  
 (a) باکس کی (b) وسطانیہ کی (c) وسکر کی (d) IQR کی
- 16- مواد 2, 3, 4, 5, 6 کا وسطانیہ ہے۔  
 2 (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d)

(d) ناطق

(c) منفر

(b) طاق

(a) جفت

11.3

انتشاری خاکہ

18- انتشاری خاکہ ایک گرافیکل طریقہ ہے جو \_\_\_\_\_ عددی متغیرات کے درمیان تعلق کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

(d) 4

(c) 3

(b) 2

(a) 1

19- ارتباط کی اقسام کی تعداد ہے۔

(d) 4

(c) 3

(b) 2

(a) 1

20- اگر دو متغیرات کے درمیان کوئی مستقل ترتیب نہ ہو تو اسے \_\_\_\_\_ کہا جاتا ہے۔

(d) کوئی نہیں

(c) منفی ارتباط

(b) مثبت ارتباط

(a) صفر ارتباط

21- اگر ایک متغیر بڑھنے سے دوسرا بھی بڑھے تو \_\_\_\_\_ کہلاتا ہے۔

(d) کوئی نہیں

(c) منفی ارتباط

(b) مثبت ارتباط

(a) صفر ارتباط

22- اگر ایک متغیر کے بڑھنے سے دوسرا کم ہو تو \_\_\_\_\_ کہلاتا ہے۔

(d) کوئی نہیں

(c) منفی ارتباط

(b) مثبت ارتباط

(a) صفر ارتباط

23- اگر  $Q_1 = 25$  اور  $Q_3 = 75$  ہو تو  $IQR =$  \_\_\_\_\_

(d) 50

(c) 100

(b) 25

(a) 75

24- اگر  $Q_1 = 25$ ،  $IQR = 200$  ہو تو  $Q_3 =$  \_\_\_\_\_ ہوگا۔

(d) 250

(c) 225

(b) 200

(a) 25

انتشار کے پیمانے

11.4

25- درج ذیل میں سے انتشار کا پیمانہ ہے۔

(d) وسطانیہ

(c) حسابی اوسط

(b) ارتباط

(a) سعت

26- پہلے 10 طاق اعداد کی سعت ہے۔

(d) 27

(c) 18

(b) 9

(a) 1

27- کسی مواد کی سب سے بڑی قدر اور سب سے چھوٹی قدر کے \_\_\_\_\_ کو سعت کہتے ہیں۔

(d) حسابی اوسط

(c) فرق

(b) مجموعہ

(a) حاصل ضرب

28- اگر  $R = 50$ ، سعت  $H = 80$ ، سب سے بڑی قدر ہو تو  $L$  سب سے چھوٹی قدر برابر ہوگی:

(d) 130

(c) 80

(b) 50

(a) 30

29-  $R =$  \_\_\_\_\_ سعت؟

(d)  $H - L$ (c)  $H + L$ (b)  $\frac{H}{L}$ (a)  $H \times L$ 

30- ایک مواد کی سعت \_\_\_\_\_ نہیں ہو سکتی۔

(d) صحیح عدد

(c) منفی عدد

(b) جفت عدد

(a) منفرد عدد

- 31- تغیریت کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہونے والی علامت ہے۔  
 (a)  $\sigma$  (b)  $\sigma^2$  (c)  $f$  (d)  $\bar{x}$
- 32- غیر گروہی مواد کی تغیریت معلوم کرنے کا فارمولا ہے۔  
 (a)  $\frac{\sum x}{n}$  (b)  $\frac{\sum fx}{\sum f}$  (c)  $\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$  (d)  $\frac{\sum (x - \bar{x})}{n}$
- 33- فارمولا  $\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$  معلوم کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔  
 (a) حسابی اوسط (b) وسطانیہ (c) تغیریت (d) معیاری انحراف
- 34- اگر  $\sum (x - \bar{x})^2 = 35$  اور  $n = 7$  ہو تو  $\sigma^2 = ?$  برابر ہوگا۔  
 (a) 7 (b) 35 (c) 42 (d) 5
- 35- اگر  $\sum x^2 = 100$ ,  $n = 20$  اور  $\bar{x} = 2$  ہو تو  $\sigma^2 = ?$  برابر ہوگا۔  
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
- 36- اگر  $\sum x = 54$  اور  $n = 9$  تو  $\bar{x}$  برابر ہوگا۔  
 (a) 6 (b) 45 (c) 63 (d) 75
- 37- حسابی اوسط معلوم کرنے کا فارمولا ہے۔  
 (a)  $\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$  (b)  $\frac{\sum x^2}{n}$  (c)  $\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$  (d)  $\frac{\sum x}{n}$
- 38- گروہی مواد کے لیے حسابی اوسط معلوم کرنے کا فارمولا ہے۔  
 (a)  $\frac{\sum x}{n}$  (b)  $\frac{\sum fx}{\sum f}$  (c)  $\frac{\sum x^2}{n}$  (d)  $\frac{\sum fx^2}{\sum f}$
- 39- ایک مواد کی اوسط \_\_\_\_\_ نہیں ہو سکتی۔  
 (a) منفی (b) مثبت (c) صحیح (d) کوئی نہیں
- 40- ایک مواد کی تغیریت \_\_\_\_\_ نہیں ہو سکتی۔  
 (a) منفی (b) مثبت (c) جفت (d) طاق
- 41- فارمولا  $\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2$  معلوم کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔  
 (a) حسابی اوسط (b) وسطانیہ (c) تغیریت (d) معیاری انحراف
- 42- تغیریت معلوم کرنے کے لیے استعمال ہونے والا فارمولا ہے۔  
 (a)  $\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$  (b)  $\frac{\sum fx}{\sum f}$  (c)  $\sqrt{\frac{\sum fx}{\sum f} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2}$  (d)  $\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$
- 43- اگر  $\sum fx^2 = 1670$ ,  $\sum fx = 90$  اور  $\sum f = 5$  ہو تو  $\sigma^2$  برابر ہوگا۔  
 (a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20

- 44- معیاری انحراف کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہونے والی علامت ہے۔  
 (a)  $\sigma$  (b)  $\sigma^2$  (c)  $\bar{x}$  (d)  $\bar{x}$
- 45- معیاری انحراف \_\_\_\_\_ کا مثبت جذر ہے۔  
 (a) حسابی اوسط (b) وسطانیہ (c) تغیریت (d) چہاری حصہ
- 46- اگر  $\sigma^2 = 225$  (تغیریت ہو تو معیاری انحراف  $(\sigma)$  برابر ہوگا۔  
 (a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20
- 47- غیر گروہی مواد کے لیے معیاری انحراف معلوم کرنے کا فارمولا ہے۔  
 (a)  $\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$  (b)  $\frac{\sum fx}{\sum f}$  (c)  $\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$  (d)  $\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$
- 48- دو موادوں کا موازنہ کرتے وقت، حسابی اوسط ہمیں بتاتی ہے۔  
 (a) اوسط کارکردگی (b) یکسانیت (c) درمیانی قدر (d) موادوں کا پھیلاؤ
- 49- دو موادوں کا موازنہ کرتے وقت، معیاری انحراف ہمیں بتاتا ہے۔  
 (a) اوسط کارکردگی (b) یکسانیت (c) درمیانی قدر (d) سب سے بڑی قدر
- 50- پہلے دس قدرتی اعداد کی تغیریت ہے۔  
 (a) 5 (b) 7.5 (c) 8.25 (d) 9.5

سوالات

- 1- مجموعی تعددی تقسیم 2- ترسیم 3- 2 4- یہ تمام 5- وسطانیہ
- 6-  $Q_1$  7-  $Q_3$  8- 2 9- 10 10- 100
- 11-  $Q_3$   $Q_1$  12- اندرونی چہاری حصہ 13- IQR 14- وسطانیہ کی 15- وسکرز کی
- 16- 4 17- طاق 18- 2 19- 3 20- صفر ارتباط
- 21- مثبت ارتباط 22- منفی ارتباط 23- 50 24- 225 25- سعت
- 26- 18 27- فرق 28- 30 29- H - L 30- منفی عدد
- 31-  $\sigma^2$  32-  $\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$  33- تغیریت 34- 5 35- 1
- 36- 37-  $\frac{\sum x}{n}$  38-  $\frac{\sum fx}{\sum f}$  39- کوئی نہیں 40- منفی 41- تغیریت
- 42-  $\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$  43- 10 44-  $\sigma$  45- تغیریت 46- 15
- 47-  $\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$  48- اوسط کارکردگی 49- یکسانیت 50- 8.25

- 1- مجموعی تعداد کی تعریف کریں۔  
جواب: مجموعی تعداد، تعدادات کا مسلسل بڑھتا ہوا مجموعہ ہوتا ہے جہاں ہر تعداد کو اس سے پہلے کے تمام تعدادات کے مجموعہ میں شامل کیا جاتا ہے۔
- 2- مجموعی تعداد کی کثیر الاضلاع کیا ہوتی ہے؟  
جواب: ایک مجموعی تعداد کی کثیر الاضلاع ایک ترتیبی اظہار ہے جو کسی تعدادی تقسیم میں ہر حقیقی جماعتی حد کی مجموعی تعدادات کو ظاہر کرتا ہے۔
- 3- مجموعی تعداد کی کثیر الاضلاع کی تشکیل کے طریقوں کے نام لکھیں۔  
جواب: مجموعی تعداد کی کثیر الاضلاع کی تشکیل کے دو طریقوں کے نام درج ذیل ہیں۔  
(a) کمی کا طریقہ (b) زیادہ کا طریقہ
- 4- وسطانیہ کی تعریف کریں۔  
جواب: وسطانیہ سلسلہ میں ایسا قدر ہوتا ہے جسے جب قدریں کو ترتیب صعودی یا ترتیب نزولی میں ترتیب دیا گیا ہو۔
- 5- مواد کے سیٹ 1, 7, 10, 12, 4, 9, 5 کا وسطانیہ معلوم کریں۔  
حل: دیا گیا مواد کا سیٹ ترتیب صعودی میں

1, 4, 5, 7, 9, 10, 12

یہاں

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر} = \therefore \text{وسطانیہ}$$

$$\left(\frac{7+1}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر} =$$

$$\left(\frac{8}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر} =$$

$$\text{چوتھی مقدار} =$$

$$= 7 \text{ وسطانیہ}$$

- 6- غیر گروہی مواد کا وسطانیہ معلوم کرنے کا فارمولا لکھیں جب 'n' ایک طاق عدد ہو۔

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th} \text{ ویں قدر} = \text{وسطانیہ}$$

- 7- پہلے گیارہ مکمل اعداد کا وسطانیہ معلوم کریں۔

حل: پہلے گیارہ مکمل اعداد

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ ویں قدر} =$$

$$\left(\frac{11+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ ویں قدر} =$$

$$\left(\frac{12}{2}\right)^{\text{th}} \text{ ویں قدر} =$$

$$\text{وسطانیہ} = \text{ویں قدر} 6$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{وسطانیہ} = 5}$$

8- اگر کسی مواد کے سیٹ کے لیے  $n = 19$  ہو تو وسطانیہ کی پوزیشن معلوم کریں۔

حل:  $n = 19$

کیونکہ 'n' ایک طاق عدد ہے اس لیے

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ ویں قدر} = \text{وسطانیہ} \therefore$$

$$\left(\frac{19+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ ویں قدر} =$$

$$\left(\frac{20}{2}\right)^{\text{th}} \text{ ویں قدر} = \text{وسطانیہ}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{وسطانیہ} = \text{ویں قدر} 10}$$

9- مواد کے سیٹ 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5 کا وسطانیہ معلوم کریں۔

حل: دیا گیا مواد کا ترتیب صعودی میں 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5

$$n = 5$$

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ ویں قدر} = \text{وسطانیہ}$$

$$\left(\frac{5+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ ویں قدر} =$$

$$\left(\frac{6}{2}\right)^{\text{th}} \text{ ویں قدر} =$$

$$\text{وسطانیہ} = \text{تیسری مقدار} \Rightarrow$$

$$\boxed{\text{وسطانیہ} = 4.5}$$

10- چارہ حصہ کیا ہے؟

جواب: چارہ حصہ ایک ترتیب شدہ مواد کے سیٹ کو چارہ حصوں میں تقسیم کرتا ہے، ہر ایک میں 25% مواد شامل ہوتا ہے۔

11- کسی مواد کے سیٹ کے تین اہم چارہ حصے لکھیں۔

حل: تین اہم چارہ حصے درج ذیل ہیں۔

(Q3) تیسرا چارہ حصہ (c)

(Q2) دوسرا چارہ حصہ (b)

(Q1) پہلا چارہ حصہ (a)

12- ہم چاروی حصے کیسے استعمال کرتے ہیں؟  
جواب: چاروی حصے ہمیں ڈیٹا کے پھیلاؤ اور اس کے اندر واقع ہر نقطہ کے مقابلے میں زیادہ بہتر طور پر سمجھنے میں مدد دیتے ہیں۔

13- مواد کے سیٹ 2, 5, 8, 10, 12, 15, 20, 22 پہلا اور تیسرا چاروی حصے معلوم کریں۔

حل:  $n = 8$

• پہلا چاروی حصہ ( $Q_1$ )

حل: ویں قدر  $= \left( \frac{n+1}{4} \right)$  کی پوزیشن

$$= \text{ویں قدر} \left( \frac{8+1}{4} \right)$$

$$= \text{ویں قدر} \left( \frac{9}{4} \right)$$

$$= 2.25 \text{ ویں قدر}$$

$$\text{اب (دوسری قدر — تیسری قدر)} + 0.25 = \text{دوسری قدر} = Q_1$$

$$= 5 + 0.25 (8 - 5)$$

$$= 5 + 0.25 (3)$$

$$= 5 + 0.75 \Rightarrow Q_1 = 5.75$$

• تیسرا چاروی حصہ ( $Q_3$ )

حل: ویں قدر  $= \left( \frac{3(n+1)}{4} \right)$  کی پوزیشن

$$= \text{ویں قدر} \left( \frac{3(4+1)}{4} \right)$$

$$= \text{ویں قدر} \left( \frac{27}{4} \right)$$

$$6.75 \text{ ویں قدر} = Q_3 \text{ کی پوزیشن}$$

$$\text{اب (چھٹی قدر — ساتویں قدر)} + 0.75 = \text{چھٹی قدر} = Q_3$$

$$= 15 + 0.75 (20 - 15) = 15 + 0.75 (5) \Rightarrow Q_3 = 15 + 3.75$$

$$Q_3 = 18.75$$

14- مواد کے سیٹ 2, 5, 8, 10, 12, 15, 20, 22 کی اندرونی چاروی حصے کی سعت (IQR) معلوم کریں۔

$$Q_1 = 5 \text{ اور } Q_3 = 15$$

$$\Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1$$

$$= 15 - 5$$

$$IQR = 10$$

15- بکس اور وسکر پلاٹ کیا ہے؟

جواب: بکس اور وسکر پلاٹ مواد کے سیٹ کے پانچ عددی خلاصوں (سب سے چھوٹا عدد، پہلا چہارمی حصہ، وسطانیہ، تیسرا چہارمی حصہ اور سب سے بڑا عدد) کو گراف کے ذریعے ظاہر کرتا ہے۔

16- ہم بکس اور وسکر پلاٹ کیوں استعمال کرتے ہیں؟

جواب: یہ مواد کی تقسیم کا مشاہدہ اور مواد کے سیٹوں کا موازنہ کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

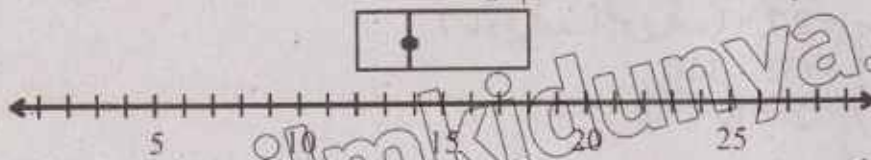
17- بکس اور وسکر پلاٹ میں وسکر کیا ہیں؟

جواب: بکس سے سب سے چھوٹی اور سب سے بڑی قدروں تک پھیلے ہوئے خطوط، جو مواد کے مجموعی پھیلاؤ کو ظاہر کرتے ہیں، وسکر کہلاتے ہیں۔

18- بکس اور وسکر پلاٹ میں، بکس کس کو ظاہر کرتا ہے؟

جواب: یہ اندرونی چہارمی حصے کی سعت (IQR) کو ظاہر کرتا ہے جو مواد کا 50% ہے۔ جسے بکس کے کناروں پر پہلے چہارمی حصہ ( $Q_1$ ) اور تیسرا چہارمی حصہ ( $Q_3$ )

19- دیئے گئے بکس اور وسکر پلاٹ سے  $Q_1$  اور  $Q_3$  معلوم کریں۔

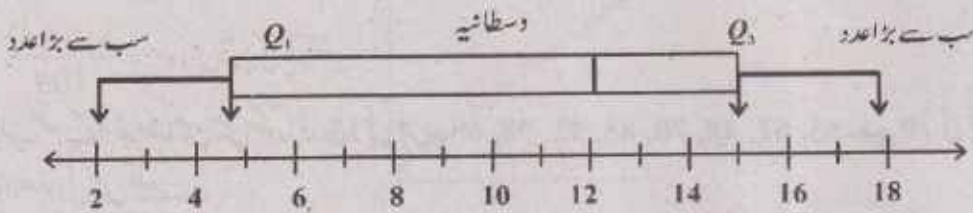


حل: بکس اور وسکر پلاٹ کی مدد سے

$$Q_1 = 10 = \text{بکس کا پہلا کنارہ}$$

$$Q_3 = 15 = \text{بکس کا دوسرا کنارہ}$$

20- بکس اور وسکر پلاٹ بنائیں اگر  $18 =$  سب سے بڑا عدد،  $2 =$  سب سے چھوٹا عدد  $Q_3 = 15$  اور  $Q_1 = 4.5$  وسطانیہ  $= 11$



21- اندرونی چہارمی حصے کی سعت (IQR) معلوم کریں اگر  $Q_3 = 80$ ,  $Q_1 = 73$  دیا گیا مواد

$$Q_1 = 73, Q_3 = 80$$

$$\Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1$$

$$= 80 - 73$$

$$IQR = 7$$

22- سوال حصہ کیا ہوتا ہے؟

جواب: سوال حصہ ایک ترتیب شدہ مواد کے سیٹ دس برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے، ہر حصہ 10% مواد کو ظاہر کرتا ہے۔ دسویں حصے کی 9 قدریں ہوتی ہیں  $D_1$  سے  $D_9$ ۔

23- K سوئیں سوئیں حصے کی پوزیشن کا فارمولا لکھیں۔

جواب:  $K = \frac{K(n+1)}{10}$  -K سوئیں سوئیں حصے کی پوزیشن

24- درج ذیل نمیش اسکورز کے لیے D<sub>3</sub> اور D<sub>7</sub> معلوم کریں۔ 12, 15, 20, 22, 25, 28, 30, 32, 35, 40

n = 10

$D_3 = \frac{3(10+1)}{10} = \frac{33}{10} = 3.3$

$D_3 = \text{تیسری قدر} + 0.3 \times (\text{چوتھی قدر} - \text{تیسری قدر})$   
 $= 20 + 0.3 \times (22 - 20)$   
 $= 20 + 0.3 \times 2$

$D_3 = 20 + 0.6$

$D_3 = 20.6$

$D_7 = \frac{7(10+1)}{10} = \frac{77}{10} = 7.7$

$D_7 = \text{ساتویں قدر} + 0.7 \times (\text{آٹھویں قدر} - \text{ساتویں قدر})$   
 $= 30 + 0.7 \times (32 - 30)$

$D_7 = 30 + 0.7 \times 2 = 30 + 1.4$

$\Rightarrow Q_7 = 31.4$

25- سوواں حصہ کیا ہے؟

جواب: سوواں حصہ ایک ترتیب شدہ مواد کے سیٹ کو 100 برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ ہر حصہ 1% مواد پر مشتمل ہوتا ہے۔ P<sub>1</sub> سے P<sub>99</sub> تک نانوں سوئیں قدریں ہوتی ہیں۔

26- کسی بھی سوئیں قدر کی پوزیشن معلوم کرنے کا فارمولا لکھیں۔

جواب:  $K = \frac{k(n+1)}{100}$  سوئیں قدر کی پوزیشن

27- ایک طالب علم کے آٹھ مضامین میں سکورز درج ذیل ہیں۔ 55, 62, 48, 70, 85, 92, 78, 65 (P<sub>40</sub>) کی قیمت معلوم کریں۔

جواب: دیا گیا مواد معودی میں لکھنے سے

48, 55, 62, 65, 70, 78, 85, 92

n = 8

$P_{40} = \frac{40(8+1)}{100} = \frac{40(9)}{100} = \frac{360}{100} = 3.6$  (تیسری قدر - چوتھی قدر)

$P_{40} = \text{تیسری قدر} + 0.6 \times (\text{چوتھی قدر} - \text{تیسری قدر})$

$P_{40} = 62 + 0.6 \times (65 - 62)$

$= 62 + 0.6 \times 3$

$= 62 + 1.8$

$P_{40} = 63.8$

28- انتشاری خاکہ کیا ہوتا ہے؟

جواب: انتشاری خاکہ ایک گرافیکل طریقہ ہے جو دو عددی متغیرات کے درمیان تعلق کو ظاہر کرتا ہے۔

29- موزوں ترین خط کیا ہے؟

جواب: موزوں ترین خط (رجحان کا خط بھی کہا جاتا ہے) ایک خط مستقیم ہے جو انتشاری خاکہ کے ذریعے کھینچا جاتا ہے جو مواد کے رجحان کی سمت کو بہترین طریقے سے ظاہر کرتا ہے۔

30- ارتباط کیا ہے؟

جواب: یہ دو متغیرات کے درمیان تعلق ہے، جہاں ایک متغیر میں تبدیلی دوسرے میں تبدیلی سے وابستہ ہوتی ہے۔

31- ارتباط کی تین اقسام لکھیں۔

جواب: (a) مثبت ارتباط (b) منفی ارتباط (c) صفر ارتباط

32- مثبت ارتباط کیا ہوتا ہے؟

جواب: اگر ایک متغیر بڑھنے سے دوسرا بھی بڑھے تو اسے مثبت ارتباط کہا جاتا ہے۔

33- منفی ارتباط کیا ہوتا ہے؟

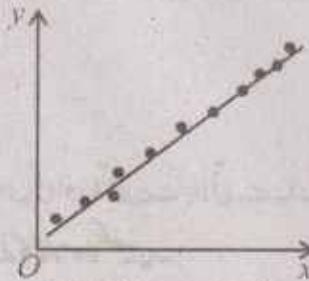
جواب: اگر ایک متغیر بڑھنے سے دوسرا کم ہو تو اسے منفی ارتباط کہا جاتا ہے۔

34- صفر ارتباط کیا ہوتا ہے؟

جواب: اگر دو متغیرات کے درمیان کوئی مستقل ترتیب نہ ہو تو اسے صفر ارتباط کہا جاتا ہے۔

35- مضبوط مثبت ارتباط کا انتشاری خاکہ تشکیل دیں۔

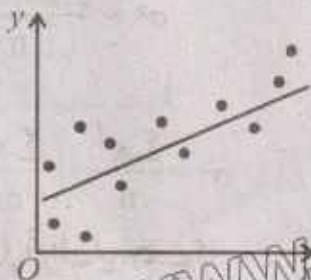
حل:



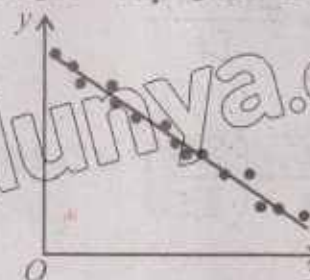
مضبوط مثبت ارتباط کا انتشاری

36- کمزور مثبت ارتباط اور مضبوط منفی ارتباط کا انتشاری خاکہ تشکیل دیں۔

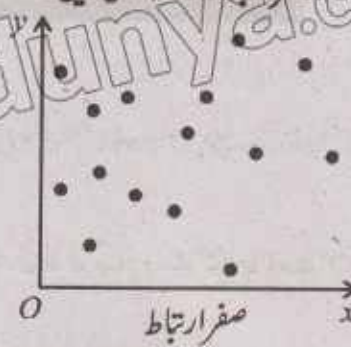
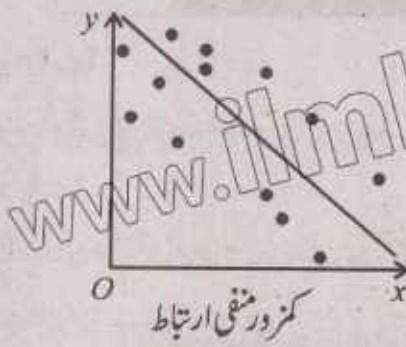
حل:



کمزور مثبت ارتباط اور مضبوط منفی ارتباط کا انتشاری



کمزور منفی ارتباط اور صفر ارتباط



انتشار کے پیمانے

11.4

38- کوئی سے چار انتشار کے پیمانوں کے نام تحریر کریں۔

جواب: چار انتشار کے پیمانے درج ذیل ہیں۔

(b) اندرونی چہارمی حصے کی سعت

(a) سعت

(d) تغیریت

(c) معیاری انحراف

39- سعت کی تعریف کریں اور اس کا فارمولا لکھیں۔

جواب: سب سے بڑی قدر (H) اور سب سے چھوٹی قدر (L) کے فرق کو سعت کہا جاتا ہے۔

$$سعت (R) = H - L$$

40- دیئے گئے مواد کی سعت معلوم کریں: 5, 10, 15, 20, 25, 30

جواب: یہاں

$$H = 30, L = 5$$

$$\Rightarrow سعت (R) = H - L$$

$$= 30 - 5$$

$$سعت (R) = 25$$

41- تغیریت کیا ہے؟

جواب: قدروں کی اوسط سے ان کے انحرافات کے مربعوں کی اوسط تغیریت کہلاتی ہے۔ اسے  $\sigma^2$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

42- غیر گروہی اور گروہی مواد کی تغیریت معلوم کرنے کا فارمولا لکھیں۔

جواب: غیر گروہی مواد کے لیے

گروہی مواد کے لیے

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{\sum f}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left( \frac{\sum fx}{\sum f} \right)^2$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left( \frac{\sum x}{n} \right)^2$$

43- معیاری انحراف کیا ہوتا ہے؟

جواب: معیاری انحراف قدروں کی اوسط سے ان کے انحرافات کے مربعوں کی اوسط کا مثبت جذر المربع ہوتا ہے۔ اسے  $\sigma$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

44- غیر گروہی اور گروہی مواد کے لیے معیاری انحراف معلوم کرنے کا فارمولا لکھیں۔

گروہی مواد کے لیے

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(x - \bar{x})^2}{\sum f}}$$

یا

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{n}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

یا

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2}$$

45- تغییریت اور معیاری انحراف معلوم کریں اگر

$$\sum x = 63, \sum x^2 = 623, n = 8$$

حل:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$$

$$\sigma^2 = \frac{623}{8} - \left(\frac{63}{8}\right)^2$$

$$= 89 - 81$$

$$\sigma^2 = 8$$

$$\Rightarrow \sigma = 2.89$$

$$\sigma^2 = 2.89$$

$$\text{تغیریت} = 2.89 = \text{معیاری انحراف اور } \sigma = 8$$

46- تغییریت معلوم کریں اگر  $\bar{x} = 9.5$ ،  $\sum x^2 = 912$  اور  $n = 8$

حل:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$$

$$= \frac{912}{8} - (\bar{x})^2$$

$$= 114 - (9.5)^2$$

$$= 114 - 90.25$$

$$\sigma^2 = 23.75$$

$$\text{تغیریت ہے۔ } 23.75 = \sigma$$

47- تغییریت معلوم کریں اگر  $\sum f = 32$ ،  $\sum fx^2 = 23805$ ،  $\sum fx = 867$

جواب:

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2$$

$$= \frac{23805}{32} - \left(\frac{867}{32}\right)^2$$

$$= 743.90 - (27.093)^2$$

$$= 743.90 - 734.03065$$

$$= 114 - 90.25$$

$$\sigma^2 = 9.86935$$

$$= 9.86935 \text{ پس، تغیریت ہے۔}$$

48- معیاری انحراف معلوم کریں اگر  $\sum fx^2 = 52690$ ،  $\sum f = 40$  اور  $\sum fx = 1300$ ۔

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{n} - \left(\frac{\sum fx}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{52690}{40} - \left(\frac{1300}{40}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1317.25 - (32.5)^2}$$

$$= \sqrt{1317.25 - 1056.25}$$

$$\sigma = \sqrt{261}$$

$$\sigma = 16.155$$

$$= 9.86935$$

49- انتشار سے آپ کیا سمجھتے ہیں؟

جواب: شمار یا قی طور، انتشار سے مراد کسی ڈیٹا سیٹ میں مشاہدات کا پھیلاؤ یا بکھراؤ ہے۔

50- آپ انتشار کے پیمانوں کی تعریف کیسے کرتے ہیں؟

جواب: وہ پیمانے یا طریقے جو کسی ڈیٹا سیٹ میں تبدیلی کی حد یا درجے کا تعین کرنے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں۔

