

اس پینٹ کو مکمل کرنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- ▶ ناطق جملوں کی وضاحت کر سکیں۔
- ▶ الجبری کسور کی مہارت کا مظاہرہ کر سکیں۔
- ▶ ناطق جملوں کی تجزی اور مختصر کر سکیں۔
- ▶ ناطق جملوں پر مختلف عوامل انجام دے سکیں۔ (مخرج اور شمار کنندہ جو یک رقی، دو رقی یا سہ رقی ہوں)۔
- ▶ ایسی مختلف قسم کی مساواتوں کو حل کر سکیں جو دو درجی کی شکل میں تبدیل کی جاسکتی ہوں جن میں یہ شامل ہیں:
- قوت نمائی مساوات
- معکوس مساوات

$$ax^{2n} + bx^n + c = 0; a \neq 0, n \in \mathbb{Z}$$

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = (kx^2+lx+m)(px^2+qx+r)$$

▶ ناطق مساواتوں (مخرج اور شمار کنندہ جو یک رقی، دو رقی یا سہ رقی ہوں) کے تصور کو حقیقی دنیا کے مسائل پر لاگو کر سکیں (جیسے کہ ایک شخص کسی خاص وقت، شرح اور مقدار میں کام کر سکتا ہے)۔

الجبری کسر (Algebraic Fraction)

5.1

ریاضی میں ایک الجبری کسر ایسی ہوتی ہے جہاں شمار کنندہ، مخرج یا دونوں الجبری جملوں پر مشتمل ہوں۔

مثال کے طور پر، $\frac{3}{x}, \frac{2x}{5y}, \frac{2x+9}{10x}, \frac{x^2+8}{x^2+x+3}$ تمام الجبری کسور ہیں۔ ان کسور میں مخرج کبھی بھی صفر نہیں ہوتا۔

ناطق جملہ

ایک ناطق جملہ $\frac{P(x)}{Q(x)}$ ، جہاں $P(x)$ اور $Q(x)$ دو کثیر رقمیاں ہیں اور $Q(x) \neq 0$ ۔

مثال کے طور پر، $\frac{x+1}{x+2}, x^2+5x+4, \frac{x+5}{5}, \frac{5}{x-2}$ یہ سب ناطق الجبری جملے ہیں۔

ناطق جملوں کی آسان شکل

ناطق جملوں کو مختصر کرنے میں لکھنے کا مطلب ہے کہ شمار کنندہ اور مخرج میں سے مشترکہ عادوں کی تقسیم سے کسر کو مختصر ترین شکل میں لکھنا۔

مثال 1: $\frac{24a^3c^2x^2}{18a^3x^2 - 12a^2x^3}$

حل: $\frac{24a^3c^2x^2}{18a^3x^2 - 12a^2x^3}$

$$= \frac{24a^3c^2x^2}{6a^2x^2(3a-2x)} = \frac{4a^{3-2}c^2x^{2-2}}{3a-2x}$$

$$= \frac{4ac^2}{3a-2x}$$

نوٹ: جہاں ممکن ہو تو ہم کوئی ایسا عا دہوسکتا ہے جو تقسیم ہو سکے۔

مثال 2: $\frac{6x^2 - 8xy}{9xy - 12y^2}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

حل: $\frac{6x^2 - 8xy}{9xy - 12y^2} = \frac{2x(3x - 4y)}{3y(3x - 4y)} = \frac{2x}{3y}$

حل مشق 5.1

1- درج ذیل ناطق جملوں کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

(ii) $\frac{abx + bx^2}{acx + cx^2}$

حل:

$$\frac{abx + bx^2}{acx + cx^2} = \frac{bx(a + x)}{cx(a + x)} = \frac{bx}{cx} = \frac{b}{c}$$

(iv) $\frac{15a^2b^2c}{100(a^2 - a^2b)}$

حل:

$$\frac{15a^2b^2c}{100(a^2 - a^2b)} = \frac{3a^2b^2c}{(20)a^2(1 - b)} = \frac{3b^2c}{20(1 - b)}$$

(vi) $\frac{20(x^3 - y^3)}{5x^2 + 5xy + 5y^2}$

حل:

$$\frac{20(x^3 - y^3)}{5x^2 + 5xy + 5y^2} = \frac{4(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{5(x^2 + xy + y^2)} = 4(x - y)$$

(i) $\frac{3a^2 - 6ab}{2a^2b - 4ab^2}$

حل:

$$\frac{3a^2 - 6ab}{2a^2b - 4ab^2} = \frac{3a(a - 2b)}{2ab(a - 2b)} = \frac{3a}{2ab} = \frac{3}{2b}$$

(iii) $\frac{ac}{a^2x^2 - ax}$

حل:

$$\frac{ac}{a^2x^2 - ax} = \frac{ac}{ax(ax - 1)} = \frac{c}{x(ax - 1)}$$

(v) $\frac{4x^2 - 9y^2}{4x^2 + 6xy}$

حل:

$$\frac{4x^2 - 9y^2}{4x^2 + 6xy} = \frac{(2x)^2 - (3y)^2}{2x(2x + 3y)} = \frac{(2x - 3y)(2x + 3y)}{2x(2x + 3y)} = \frac{2x - 3y}{2x}$$

$$\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 4x - 5} \text{ (viii)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 4x - 5} \\ &= \frac{x(x-5)}{x^2 - 5x + x - 5} \\ &= \frac{x(x-5)}{x(x-5) + 1(x-5)} \\ &= \frac{x(x-5)}{(x-5)(x+1)} \\ &= \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

$$\frac{x^2 + xy - 2y^2}{x^3 - y^3} \text{ (x)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + xy - 2y^2}{x^3 - y^3} \\ &= \frac{x^2 + 2xy - xy - 2y^2}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)} \\ &= \frac{x(x+2y) - y(x+2y)}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)} \\ &= \frac{(x-y)(x+2y)}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)} \\ &= \frac{x+2y}{x^2 + xy + y^2} \end{aligned}$$

$$\frac{x(2a^2 - 3ax)}{a(4a^2x - 9x^3)} \text{ (vii)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x(2a^2 - 3ax)}{a(4a^2x - 9x^3)} \\ &= \frac{(x)(a)(2a - 3x)}{(a)(x)(4a^2 - 9x^2)} \\ &= \frac{ax(2a - 3x)}{ax[(2a)^2 - (3x)^2]} \\ &= \frac{ax(2a - 3x)}{ax[(2a - 3x)(2a + 3x)]} \\ &= \frac{1}{2a + 3x} \end{aligned}$$

$$\frac{3x^2 + 6x}{x^2 + 4x + 4} \text{ (ix)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{3x^2 + 6x}{x^2 + 4x + 4} \\ &= \frac{3x(x+2)}{x^2 + 2x + 2x + 4} \\ &= \frac{3x(x+2)}{x(x+2) + 2(x+2)} \\ &= \frac{3x(x+2)}{(x+2)(x+2)} \\ &= \frac{3x}{x+2} \end{aligned}$$

$$\frac{2x^2 + 17x + 21}{3x^2 + 26x + 35} \text{ (xi)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2x^2 + 17x + 21}{3x^2 + 26x + 35} \\ &= \frac{2x^2 + 14x + 3x + 21}{3x^2 + 21x + 5x + 35} \\ &= \frac{2x(x+7) + 3(x+7)}{3x(x+7) + 5(x+7)} \\ &= \frac{(x+7)(2x+3)}{(x+7)(3x+5)} \\ &= \frac{2x+3}{3x+5} \end{aligned}$$

تعریف:

الجبری مہارت (Manipulation) کا مطلب ہے کہ الجبری جملوں کو مختصر کرنے کے لیے الجبری عوامل جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم کو استعمال کرنا۔

مختلف مخرجوں والے ناطق جملوں کی جمع اور تفریق

مرحل:

(i) مخرجوں کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(ii) مرحلہ (i) میں جو ذواضعاف اقل حاصل ہوا، ہر کسر کو اس کے ساتھ مساوی کسریں لکھیے۔

(iii) ایک جیسے مخرجوں والے ناطق جملوں کی جمع یا تفریق کیجیے۔

مثال 3: مختصر کیجیے: $\frac{x-2y}{4} + \frac{x+y}{6} - \frac{2x-y}{15}$

حل: 60 اور 5 کا ذواضعاف اقل

$$\begin{aligned} & \frac{x-2y}{4} + \frac{x+y}{6} - \frac{2x-y}{15} \\ &= \frac{15(x-2y) + 10(x+y) - 4(2x-y)}{60} \\ &= \frac{15x - 30y + 10x + 10y - 8x + 4y}{60} = \frac{17x - 16y}{60} \end{aligned}$$

مثال 4: مختصر کیجیے: $\frac{4}{x^2 - 2xy - 3y^2} + \frac{1}{x^2 + 3xy + 2y^2}$

حل:

$$\begin{aligned} & \frac{4}{x^2 - 2xy - 3y^2} + \frac{1}{x^2 + 3xy + 2y^2} \\ &= \frac{4}{x^2 + xy - 3xy - 3y^2} + \frac{1}{x^2 + 2xy + xy + 2y^2} \\ &= \frac{4}{x(x+y) - 3y(x+y)} + \frac{1}{x(x+2y) + y(x+2y)} \\ &= \frac{4}{(x-3y)(x+y)} + \frac{1}{(x+y)(x+2y)} \\ &= \frac{4(x+2y) + 1(x-3y)}{(x-3y)(x+y)(x+2y)} \quad (\text{ذواضعاف اقل لینے سے}) \\ &= \frac{4x + 8y + x - 3y}{(x-3y)(x+y)(x+2y)} = \frac{5x + 5y}{(x-3y)(x+y)(x+2y)} \\ &= \frac{5(x+y)}{(x-3y)(x+y)(x+2y)} = \frac{5}{(x-3y)(x+2y)} \end{aligned}$$

مثال 5: مختصر کیجیے: $\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-8x+15}$

حل:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-8x+15} \\ &= \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-2)(x-1)} - \frac{1}{(x-5)(x-3)} \\ &= \frac{(x-1)(x-5) + (x-3)(x-5) - (x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)} \quad (\text{ذواضعاف اقل لینے سے}) \\ &= \frac{(x^2-6x+5) + (x^2-8x+15) - (x^2-3x+2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)} \\ &= \frac{x^2-6x+5+x^2-8x+15-x^2+3x-2}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)} \\ &= \frac{x^2-11x+18}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)} \\ &= \frac{(x-9)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)} = \frac{(x-9)}{(x-1)(x-3)(x-5)} \end{aligned}$$

خود آزمائی

(ii) $\frac{a^3}{a-b} - \frac{b^3}{b-a}$

$\frac{a^3}{a-b} - \frac{b^3}{b-a}$

$= \frac{a^3}{a-b} - \frac{b^3}{-a+b}$

$= \frac{a^3}{a-b} - \frac{b^3}{-(a-b)}$

$= \frac{a^3}{a-b} + \frac{b^3}{a-b}$

$= \frac{a^3+b^3}{a-b} \quad (\text{ذواضعاف اقل لینے سے})$

$= \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a-b}$

حل:

مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{4a}{a^2-1} - \frac{a+1}{a-1}$

حل:

$= \frac{4a}{(a+1)(a-1)} - \frac{a+1}{a-1}$

$= \frac{4a - (a+1)^2}{(a+1)(a-1)} \quad (\text{ذواضعاف اقل لینے سے})$

$= \frac{4a - (a^2 + 2a + 1)}{(a+1)(a-1)}$

$= \frac{4a - a^2 - 2a - 1}{(a+1)(a-1)}$

$= \frac{-a^2 + 2a - 1}{(a+1)(a-1)} = \frac{-(a^2 - 2a + 1)}{(a+1)(a-1)}$

$= \frac{-(a-1)^2}{(a+1)(a-1)}$

$= \frac{-(a-1)}{a+1}$

$$= \frac{4x}{(x-2)(x-1)} + \frac{4}{x-1} - \frac{5}{x-2}$$

$$\text{L.C.M} = (x-2)(x-1)$$

$$= \frac{4x + 4(x-2) - 5(x-1)}{(x-2)(x-1)}$$

$$= \frac{4x + 4x - 8 - 5x + 5}{(x-2)(x-1)}$$

$$= \frac{3x-3}{(x-2)(x-1)} = \frac{3(x-1)}{(x-2)(x-1)}$$

$$= \frac{3}{x-2}$$

$$\frac{x+y}{12x-6y} + \frac{x-y}{18x-9y} \quad (\text{iii})$$

$$\frac{x+y}{12x-6y} + \frac{x-y}{18x-9y}$$

$$= \frac{x+y}{6(2x-y)} + \frac{x-y}{9(2x-y)}$$

$$\text{L.C.M} = 18(2x-y)$$

$$= \frac{3(x+y) + 2(x-y)}{18(2x-y)}$$

$$= \frac{3x + 3y + 2x - 2y}{18(2x-y)} = \frac{5x+y}{18(2x-y)}$$

$$\frac{2}{x+2y} - \frac{x-6y}{x^2-4y^2} \quad (\text{iv})$$

$$\frac{2}{x+2y} - \frac{x-6y}{x^2-4y^2}$$

$$= \frac{2}{x+2y} - \frac{x-6y}{(x)^2 - (2y)^2}$$

$$= \frac{2}{x+2y} - \frac{x-6y}{(x+2y)(x-2y)}$$

$$(\text{L.C.M} = (x+2y)(x-2y))$$

$$= \frac{2(x-2y) - (x+6y)}{(x+2y)(x-2y)}$$

$$= \frac{2x - 4y - x + 6y}{(x+2y)(x-2y)}$$

$$\frac{4-x^2}{x} - \frac{x+2}{x+2} + 5 \quad (\text{iii})$$

$$= \frac{4-x^2}{x} - \frac{x+2}{x+2} + 5$$

$$= \frac{4-x^2}{x} - 1 + 5 = \frac{4-x^2}{x} + 4$$

$$= \frac{4-x^2+4x}{x} \quad (\text{ذواضعاف اقل لینے سے})$$

$$= \frac{-x^2+4x+4}{x}$$

$$= \frac{-(x^2-4x-4)}{x}$$

حل مشق 5.2

مختصر کیجئے۔

$$\frac{3}{x-y} + \frac{1}{y-x} \quad (\text{i})$$

$$\frac{3}{x-y} + \frac{1}{y-x}$$

$$\frac{3}{x-y} + \frac{1}{-x+y}$$

$$= \frac{3}{x-y} + \frac{1}{-(x-y)}$$

$$= \frac{3}{x-y} - \frac{1}{(x-y)}$$

$$(\text{L.C.M} = x-y)$$

$$= \frac{3-1}{x-y}$$

$$= \frac{2}{x-y}$$

$$\frac{4x}{x^2-3x+2} - \frac{4}{1-x} - \frac{5}{x-2} \quad (\text{ii})$$

$$\frac{4x}{x^2-3x+2} - \frac{4}{1-x} - \frac{5}{x-2}$$

$$= \frac{4x}{x^2-2x-x+2} - \frac{4}{-x+1} - \frac{5}{x-2}$$

$$= \frac{4x}{x(x-2)-1(x-2)} - \frac{4}{-(x-1)} - \frac{5}{x-2}$$

$$= \frac{5}{x(x+3)-2(x+3)} - \frac{1}{2x(x-2)-3(x-2)}$$

$$= \frac{5}{(x+3)(x-2)} - \frac{1}{(x-2)(2x-3)}$$

$$\text{L.C.M} = (x+3)(x-2)(2x-3)$$

$$= \frac{5(2x-3)-1(x+3)}{(x+3)(x-2)(2x-3)}$$

$$= \frac{10x-15-x-3}{(x+3)(x-2)(2x-3)}$$

$$= \frac{9x-18}{(x+3)(x-2)(2x-3)}$$

$$= \frac{9(x-2)}{(x+3)(x-2)(2x-3)}$$

$$= \frac{9}{(x+3)(2x-3)}$$

$$\frac{2x}{x+y} - \frac{y}{x-y} - \frac{2y^2}{x^2-y^2} \quad (\text{vii})$$

$$\frac{2x}{x+y} - \frac{y}{x-y} - \frac{2y^2}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{2x}{x+y} - \frac{y}{x-y} - \frac{2y^2}{(x+y)(x-y)}$$

$$\text{L.C.M} = (x+y)(x-y)$$

$$= \frac{2x(x-y)-y(x+y)-2y^2}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{2x^2-2xy-xy-y^2-2y^2}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{2x^2-3xy-3y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$\frac{7}{2x^2-x-6} - \frac{8}{3x^2-4x-4}$$

$$= \frac{7}{2x^2-4x+3x-6} - \frac{8}{3x^2-6x+2x-4}$$

$$= \frac{x+2y}{(x+2y)(x-2y)} = \frac{1}{x-2y}$$

$$\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} - \frac{2x+3}{x^2+3x+2} \quad (\text{v})$$

$$\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} - \frac{2x+3}{x^2+3x+2}$$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} - \frac{2x+3}{x^2+2x+x+2}$$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} - \frac{2x+3}{x(x+2)+1(x+2)}$$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} - \frac{2x+3}{(x+2)(x+1)}$$

$$\text{L.C.M} = (x+2)(x+1)$$

$$= \frac{1(x+2)-2(x+1)-(2x+3)}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{x+2-2x-2-2x-3}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{x-2x-2x+2-2-3}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{-3x-3}{(x+1)(x+2)} = \frac{-3(x+1)}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{-3}{x+2}$$

$$\frac{5}{x^2+x-6} - \frac{1}{2x^2-7x+6} \quad (\text{vi})$$

$$\frac{5}{x^2+x-6} - \frac{1}{2x^2-7x+6}$$

$$= \frac{5}{x^2+3x-2x-6} - \frac{1}{2x^2-4x+3x+6}$$

$$\frac{7}{2x^2-x-6} - \frac{8}{3x^2-4x-4} \quad (\text{viii})$$

حل:

$$\begin{aligned}
 &= \frac{7}{2x(x-2)+3(x-2)} - \frac{8}{3x(x-2)+2(x-2)} \\
 &= \frac{7}{(x-2)(2x+3)} - \frac{8}{(x-2)(3x+2)} \\
 (\text{LCM} &= (x-2)(2x+3)(3x+2)) \\
 &= \frac{7(3x+2)-8(2x+3)}{(x-2)(2x+3)(3x+2)} = \frac{21x+14-16x-24}{(x-2)(2x+3)(3x+2)} \\
 &= \frac{5x-10}{(x-2)(2x+3)(3x+2)} = \frac{5(x-2)}{(x-2)(2x+3)(3x+2)} \\
 &= \frac{5}{(2x+3)(3x+2)}
 \end{aligned}$$

$$\frac{x+2}{x^2-x-12} - \frac{x}{x^2+6x+9} \quad (\text{ix})$$

حل:

$$\begin{aligned}
 &\frac{x+2}{x^2-x-12} - \frac{x}{x^2+6x+9} \\
 &= \frac{x+2}{x^2-4x+3x-12} - \frac{x}{x^2+3x+3x+9} \\
 &= \frac{x+2}{x(x-4)+3(x+4)} - \frac{x}{x(x+3)+3(x+3)} \\
 &= \frac{x+2}{(x-4)(x+3)} - \frac{x}{(x+3)(x+3)} \\
 &= \frac{(x+2)(x+3)-x(x-4)}{(x-4)(x+3)(x+3)} = \frac{x^2+3x+2x+6-x^2+4x}{(x-4)(x+3)(x+3)} \quad (\text{LCM} = (x-4)(x+3)(x+3)) \\
 &= \frac{x^2+5x+6-x^2+4x}{(x-4)(x+3)^2} = \frac{9x+6}{(x-4)(x+3)^2} \\
 &= \frac{3(3x+2)}{(x-4)(x+3)^2}
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-5x+6} \quad (\text{x})$$

حل:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-5x+6} \\
 &= \frac{1}{x^2-3x-x+3} + \frac{1}{x^2-2x-x+2} - \frac{1}{x^2-3x-2x+6} \\
 &= \frac{1}{x(x-3)-1(x-3)} + \frac{1}{x(x-2)-1(x-2)} - \frac{1}{x(x-3)-2(x-3)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{(x-2)(x-1)} - \frac{1}{(x-3)(x-2)} \\
 &= \frac{(x-2) + (x-3) - (x-1)}{(x-1)(x-2)(x-3)} \quad (\text{LCM} = (x-1)(x-2)(x-3)) \\
 &= \frac{x-2+x-3-x+1}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{x+x-x-2-3+1}{(x-1)(x-2)(x-3)} \\
 &= \frac{x-4}{(x-1)(x-2)(x-3)}
 \end{aligned}$$

$$\frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{y-x} \quad (\text{xi})$$

حل:

$$\begin{aligned}
 &\frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{y-x} \\
 &= \frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{y-x} = \frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{-1(x-y)} \\
 &= \frac{x^3}{x-y} - \frac{y^3}{x-y} \\
 &= \frac{x^3 - y^3}{x-y} = \frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{(x-y)} \quad (\text{LCM} = (x-y)) \\
 &= (x^2 + xy + y^2)
 \end{aligned}$$

$$-2 \quad \frac{1}{x^2+2} \text{ کو } \frac{2x^3+x^2+3}{(x^2+2)^2} \text{ میں سے تفریق کیجیے۔}$$

حل:

$$\begin{aligned}
 &\frac{2x^3+x^2+3}{(x^2+2)^2} - \frac{1}{x^2+2} \\
 &= \frac{2x^3+x^2+3-(x^2+2)}{(x^2+2)^2} \quad (\text{LCM} = (x^2+2)^2) \\
 &= \frac{2x^3+x^2+3-x^2-2}{(x^2+2)^2} = \frac{2x^3+1}{(x^2+2)^2}
 \end{aligned}$$

ناطق جملوں کی ضرب اور تقسیم
(a) ضرب

$$\text{مثال 6: مختصر کیجیے: } \frac{x^2-5x+6}{x^2-25} \times \frac{x^2+5x}{2x-6}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{x^2-5x+6}{x^2-25} \times \frac{x^2+5x}{2x-6} = \frac{x^2-2x-3x+6}{x^2-5^2} \times \frac{x(x+5)}{2(x-3)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-5)(x+5)} \times \frac{x(x+5)}{2(x-3)} = \frac{x(x-2)}{2(x-5)}
 \end{aligned}$$

حل:

مثال 7: مختصر کیجیے: $\frac{3a^2 - 6ab}{6ab} \times \frac{10b^2}{4ab - 8b^2}$ حل:

$$= \frac{3a(a - 2b)}{6ab} \times \frac{10b^2}{4b(a - 2b)} = \frac{30}{24} = \frac{5}{4}$$

(b) ناطق جملے سے تقسیم کرنے کے لیے ضرب کی طرح اس کے معکوس سے ضرب دیں۔

مثال 8: $\frac{2a^2 - 2c^2}{15a^2c^2} \div \frac{3a + 3c}{5ac}$ حل:

$$= \frac{2a^2 - 2c^2}{15a^2c^2} \times \frac{5ac}{3a + 3c} = \frac{2(a^2 - c^2)}{15a^2c^2} \times \frac{5ac}{3(a + c)}$$

$$= \frac{2(a + c)(a - c)}{15a^2c^2} \times \frac{5ac}{3(a + c)} = \frac{2(a - c)}{9ac}$$

مثال 9: مختصر کیجیے: $\frac{x^3 - a^3}{x^2 - 2bx + b^2} \times \frac{x^2 - bx - cx + bc}{ax - x^2} \div \frac{x^2 - cx}{x - b}$ حل:

$$= \frac{x^3 - a^3}{x^2 - 2bx + b^2} \times \frac{x^2 - bx - cx + bc}{ax - x^2} \times \frac{x - b}{x^2 - cx}$$

$$= \frac{(x - a)(x^2 + ax + a^2)}{(x - b)(x - b)} \times \frac{(x - b)(x - c)}{x(a - x)} \times \frac{x - b}{x(x - c)}$$

$$= -(a - x)(x^2 + ax + a^2) \times \frac{1}{x(a - x)} \times \frac{1}{x} = \frac{-(x^2 + ax + a^2)}{x^2}$$

خود آزمائی

(ii) $\frac{5a^2}{4a - 8} \cdot \frac{6a - 12}{10a}$ حل:

$$= \frac{5a^2}{4(a - 2)} \cdot \frac{6(a - 2)}{10a}$$

$$= \frac{5 \times 6 \times a^2 \times (a - 2)}{4 \times 10 \times a \times (a - 2)}$$

$$= \frac{30a^{2-1}}{40} = \frac{3a}{4}$$

مختصر کیجیے: (i) $\frac{32x^2y^2z^5}{3x^3y} \cdot \frac{243x^6}{x^4y^2z}$ حل:

$$= \frac{32 \times 243 x^{2+6} y^{2-1} z^{5-1}}{3 x^{3+4} y^{1+2} z}$$

$$= \frac{2592 x^8 z^4}{y^3}$$

حل مشق 5.3

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + 2ba} \times \frac{2a^2 + 10ab}{a^2 + 3ab - 10b^2} \quad \text{(iii)} \\ & \frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + 2ba} \times \frac{2a^2 + 10ab}{a^2 + 3ab - 10b^2} \\ & = \frac{(a)^2 + (2b)^2}{a(a+2b)} \times \frac{2a(a+5b)}{a^2 - 5ab - 2ab - 10b^2} \\ & = \frac{(a+2b)(a-2b)}{a(a+2b)} \times \frac{2a(a+5b)}{a(a+5b) - 2b(a+5b)} \\ & = \frac{(a-2b)}{a} \times \frac{2a(a+5b)}{a(a-2b)(a+5b)} \\ & = \frac{(a-2b) \times 2a}{a(a-2b)} \\ & = \frac{2a}{a} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(a+b)^2 - c^2}{(a+c)^2 - b^2} \times \frac{a^2 - (b-c)^2}{(a+c)^2 - c^2} \quad \text{(iv)} \\ & \frac{(a+b)^2 - c^2}{(a+c)^2 - b^2} \times \frac{a^2 - (b-c)^2}{(a+c)^2 - c^2} \\ & = \frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a+c+b)(a+c-b)} \times \frac{[a+(b-c)][a-(b-c)]}{(a+c+c)(a+c-c)} \\ & = \frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a+b+c)(a-b+c)} \times \frac{(a+b-c)(a-b+c)}{(a+2c)(a)} \\ & = \frac{a+b-c}{a-b+c} \times \frac{(a+b-c)(a-b+c)}{(a+2c)(a)} \\ & = \frac{(a+b-c)(a+b-c)}{a(a+2c)} \\ & = \frac{(a+b-c)^2}{a(a+2c)} \end{aligned}$$

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \div \frac{x^2 + 2x + 4}{x^2 + 4x + 4}$$

1- مختصر کیجیے۔

$$\begin{aligned} & \frac{24/m}{5/\ell + 10m} \times \frac{5/\ell^2 - 20m^2}{16mn} \quad \text{(i)} \\ & \frac{24/m}{5/\ell + 10m} \times \frac{5/\ell^2 - 20m^2}{16mn} \\ & = \frac{24/m}{5(\ell + 2m)} \times \frac{5(\ell^2 - 4m^2)}{16mn} \\ & = \frac{24/m}{5(\ell + 2m)} \times \frac{5[(\ell)^2 - (2m)^2]}{16mn} \\ & = \frac{24/m}{5(\ell + 2m)} \times \frac{5[(\ell + 2m)(\ell - 2m)]}{16mn} \\ & = \frac{24/m \times 5(\ell - 2m)}{5 \times 16mn} \\ & = \frac{3(\ell - 2m)}{2n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x - 4} \times \frac{2x^2 + 8x}{3x + 6} \quad \text{(ii)} \\ & \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x - 4} \times \frac{2x^2 + 8x}{3x + 6} \\ & = \frac{x^2 - 2x - x + 2}{x^2 + 4x - x - 4} \times \frac{2x(x+4)}{3(x+2)} \\ & = \frac{x(x-2) - 1(x-1)}{x(x+4) - 1(x+4)} \times \frac{2x(x+4)}{3(x+2)} \\ & = \frac{(x-2)(x-1)}{(x+4)(x-1)} \times \frac{2x(x+4)}{3(x+2)} \\ & = \frac{2x(x-2)(x-1)(x+4)}{3(x+2)(x-1)(x+4)} \\ & = \frac{2x(x-2)}{3(x+2)} \end{aligned}$$

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \div \frac{x^2 + 2x + 4}{x^2 + 4x + 4} \quad \text{(v)}$$

حل:

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x)^3 - (2)^3}{(x)^2 - (2)^2} \div \frac{x^2 + 2x + 4}{x^2 + 2x + 2x + 4} \\
 &= \frac{(x-2)[(x)^2 + (x)(2) + (2)^2]}{(x+2)(x-2)} \div \frac{x^2 + 2x + 4}{x(x+2) + 2(x+2)} \\
 &= \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x+2)(x-2)} \div \frac{x^2 + 2x + 4}{(x+2)(x+2)} \\
 &= \frac{x^2 + 2x + 4}{x+2} \times \frac{(x+2)(x+2)}{x^2 + 2x + 4} = \frac{(x^2 + 2x + 4)(x+2)(x+2)}{(x^2 + 2x + 4)(x+2)} \\
 &= x+2
 \end{aligned}$$

$$\frac{(a^2 + ab)^2}{(a^2 - ab)^2} \div \left(\frac{a+b}{a-b} \right)^2 \quad (\text{vi})$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{(a^2 + ab)^2}{(a^2 - ab)^2} \div \left(\frac{a+b}{a-b} \right)^2 \\
 &= \frac{[a(a+b)]^2}{[a(a-b)]^2} \div \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = \frac{a^2(a+b)^2}{a^2(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} \\
 &= \frac{a^2(a+b)^2(a-b)^2}{a^2(a-b)^2(a+b)^2} \\
 &\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - x - 20} \div \left\{ \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 + 4x} \times \frac{x^3 - 5x^2 - 14x}{x^2 - 12x + 35} \right\} \quad (\text{vii})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - x - 20} \div \left\{ \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 + 4x} \times \frac{x^3 - 5x^2 - 14x}{x^2 - 12x + 35} \right\} \\
 &= \frac{x^2 - 3x + 2x - 6}{x^2 - 5x + 4x - 20} \div \left\{ \frac{x^2(x-3)}{x(x+4)} \times \frac{x(x^2 - 5x - 14)}{x^2 - 7x - 5x + 35} \right\} \\
 &= \frac{x(x-3) + 2(x-3)}{x(x-5) + 4(x-5)} \div \left\{ \frac{x^2(x-3)}{x(x+4)} \times \frac{x(x^2 - 7x + 2x - 14)}{x(x-7) - 5(x-7)} \right\} \\
 &= \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+4)} \div \left\{ \frac{x^2(x-3)}{x(x+4)} \times \frac{x[x(x-7) + 2(x-7)]}{(x-7)(x+5)} \right\} \\
 &= \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+4)} \div \left\{ \frac{x^2(x-3)}{x(x+4)} \times \frac{x(x-7)(x+2)}{(x-7)(x-5)} \right\} \\
 &= \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+4)} \div \left\{ \frac{x(x-3)}{(x+4)} \times \frac{x(x+2)}{x-5} \right\}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+4)} \times \frac{x^2(x-3)(x+2)}{(x+4)(x-5)} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+4)} \times \frac{(x+4)(x-5)}{x^2(x-3)(x+2)}$$

$$= \frac{(x+2)(x-3)(x+4)(x-5)}{x^2(x+2)(x-3)(x+4)(x-5)} \times \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{3x^2 - 3xy}{10x^2 + 10xy - 20y^2} \times \frac{5xy + 10y^2}{6x^2 + 6xy + 6y^2} \div \frac{2x^2 - 2y^2}{4x^3 - 4y^3} \quad (\text{viii})$$

$$\frac{3x^2 - 3xy}{10x^2 + 10xy - 20y^2} \times \frac{5xy + 10y^2}{6x^2 + 6xy + 6y^2} \div \frac{2x^2 - 2y^2}{4x^3 - 4y^3}$$

حل:

$$\frac{3x(x-y)}{10(x^2 + xy - 2y^2)} \times \frac{5y(x+2y)}{6(x^2 + xy + y^2)} \div \frac{2(x^2 - y^2)}{4(x^3 - y^3)}$$

$$= \frac{3x(x-y)}{10(x^2 + 2xy - xy - 2y^2)} \times \frac{5y(x+2y)}{6(x^2 + xy + y^2)} \div \frac{2(x-y)(x+y)}{4(x-y)(x^2 + xy + y^2)}$$

$$= \frac{3x(x-y)}{10[x(x+2y) - y(x+2y)]} \times \frac{5y(x+2y)}{6(x^2 + xy + y^2)} \times \frac{4(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{2(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{3x(x-y)}{10(x-y)(x+2y)} \times \frac{5y(x+2y)}{6(x^2 + xy + y^2)} \times \frac{2(x^2 + xy + y^2)}{x+y}$$

$$= \frac{3x}{10(x+2y)} \times \frac{5y(x+2y)}{6(x^2 + xy + y^2)} \times \frac{2(x^2 + xy + y^2)}{x+y}$$

$$= \frac{2 \times 3 \times 5 \times x \times y (x+2y) (x^2 + xy + y^2)}{10 \times 6 (x+y) (x+2y) (x^2 + xy + y^2)} = \frac{30xy}{60(x+y)}$$

$$= \frac{xy}{2(x+y)}$$

$$\frac{2x^2 - 98}{x^3 - 125} \times \frac{x^2 - 3x - 10}{3x - 21} \div \frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 + 5x + 25} \quad (\text{ix})$$

حل:

$$\frac{2x^2 - 98}{x^3 - 125} \times \frac{x^2 - 3x - 10}{3x - 21} \div \frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 + 5x + 25}$$

$$= \frac{2(x^2 - 49)}{(x)^3 - (5)^3} \times \frac{x^2 - 5x + 2x - 10}{3(x-7)} \div \frac{x^2 + 5x + 25}{x^2 + 5x + 25}$$

$$= \frac{2[(x)^2 - (7)^2]}{(x-5)[(x)^2 + (x)(5) + (5)^2]} \times \frac{x(x-5) + 2(x-5)}{3(x-7)} \div \frac{x(x+7) - 2(x+7)}{x^2 + 5x + 25}$$

$$= \frac{2(x+7)(x-7)}{(x-5)(x^2 + 5x + 25)} \times \frac{(x-5)(x+2)}{3(x-7)} \div \frac{(x+7)(x-2)}{x^2 + 5x + 25}$$

$$= \frac{2(x+7)(x-7)}{(x-5)(x^2 + 5x + 25)} \times \frac{(x-5)(x+2)}{3(x-7)} \times \frac{x^2 + 5x + 25}{(x+7)(x-2)}$$

$$\frac{2(x+2)(x+7)(x-7)(x-5)(x^2+5x+25)}{3(x-2)(x+7)(x-7)(x-5)(x^2+5x+25)} = \frac{2(x+2)}{3(x-2)}$$

$$\frac{x^2-2x}{2x+6} \times \frac{x^2+x-6}{x^2-5x} \times \frac{6x-30}{x^2-2x} \quad (x)$$

حل:

$$\frac{x^2-2x}{2x+6} \times \frac{x^2+x-6}{x^2-5x} \times \frac{6x-30}{x^2-2x}$$

$$= \frac{x(x-2)}{2(x+3)} \times \frac{x^2+3x-2x-6}{x(x-5)} \times \frac{6(x-5)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{x(x-2)}{2(x+3)} \times \frac{x(x+3)-2(x+3)}{x(x-5)} \times \frac{6(x-5)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{x(x-2)}{2(x+3)} \times \frac{(x+3)(x-2)}{x(x-5)} \times \frac{6(x-5)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{6 \times x(x-2)(x-2)(x+3)(x-5)}{2 \times x \times x(x-2)(x+3)(x-5)} = \frac{3(x-2)}{x}$$

5.3 مساواتوں کا حل جن کو دو درجی مساوات میں تبدیل کیا جاسکتا ہو (Solution of Equations Reducible to Quadratic Equations)

کچھ الجبری مساواتیں معیاری دو درجی شکل میں نہیں ہوتیں لیکن انہیں مناسب طریقے سے دو درجی مساوات میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ ایسی مساواتیں دو درجی مساواتوں میں تبدیل ہونے والی مساواتیں کہلاتی ہیں۔

قسم (i): $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ جہاں $n = 2$; $a \neq 0$

مثال 10: $2x^4 - 11x^2 + 12 = 0$
حل:

$$2x^4 - 11x^2 + 12 = 0$$

$$x^2 = y,$$

فرض کیا

$$2y^2 - 11y + 12 = 0$$

$$2y^2 - 3y - 8y + 12 = 0$$

$$y(2y-3) - 4(2y-3) = 0$$

$$(2y-3)(y-4) = 0$$

$$2y-3=0, y-4=0$$

$$2y-3=0, y-4=0$$

$$y = \frac{3}{2}, y = 4$$

$$x^2 = y \text{ درج کرنے سے}$$

$$\therefore x^2 = \frac{3}{2}, x^2 = 4$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}, x = +2 \Rightarrow \text{حل سیٹ } \left\{ \pm 2, \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \right\}$$

قسم (ii) قوت نمائی مساوات (Exponential Equation)

وہ مساواتیں جن میں متغیر قوت نمائی ہو قوت نمائی مساواتیں کہلاتی ہیں۔

$$2^x - 3 \cdot 2^{2x} = 56 \text{ مثال کے طور پر}$$

$$\text{مثال 11: حل کیجیے۔ } 4x - 3 \cdot 2^{x+3} + 128 = 0$$

$$\text{حل: } 4x - 3 \cdot 2^{x+3} + 128 = 0$$

مساوات کو یوں لکھا جاسکتا ہے:

$$(2^2)^x - 3 \cdot 2^x \cdot 2^3 + 128 = 0$$

$$2^{2x} - 24 \cdot 2^x + 128 = 0 \quad \dots (i)$$

$$2^{2x} = y^2, \text{ تو } 2^x = y \text{ فرض کیا}$$

$$y^2 - 24y + 128 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 16y - 8y + 128 = 0$$

$$y(y - 16) - 8(y - 16) = 0$$

$$(y - 16)(y - 8) = 0$$

$$y - 16 = 0, y - 8 = 0$$

$$y = 16, y = 8$$

$$y = 2^x$$

$$2^x = 16, 2^x = 8$$

$$2^x = 2^4, 2^x = 2^3$$

$$x = 4, x = 3$$

$$\therefore \text{ حل سیٹ } = \{4, 3\}$$

قسم (iii) معکوس مساوات (Reciprocal Equation)

ایسی مساوات جو متغیر کو اس کے معکوس سے بدلنے پر بھی تبدیل نہ ہو۔

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 = 0 \text{ مثال کے طور پر}$$

$$\text{مثال 12: حل کیجیے } 3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 4\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$

$$\text{حل: } 3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 4\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = y$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$$

دی گئی مساوات اس طرح حل جاتی ہے۔

$$3(y^2 - 2) + 4y - 14 = 0$$

$$3y^2 - 6 + 4y - 14 = 0$$

$$3y^2 + 4y - 20 = 0$$

$$3y^2 + 10y - 6y - 20 = 0$$

$$y(3y + 10) - 2(3y + 10) = 0$$

$$(3y + 10)(y - 2) = 0$$

$$3y + 10 = 0 \quad , \quad y - 2 = 0$$

$$y = -\frac{10}{3} \quad , \quad y = 2$$

مساوات (i) میں $-\frac{10}{3}$ y درج کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$x + \frac{1}{x} = -\frac{10}{3} \quad (3x \text{ سے ضرب دینے سے})$$

$$3x^2 + 3 = -10x$$

$$3x^2 + 10x + 3 = 0$$

$$3x^2 + 9x + x + 3 = 0$$

$$3x(x + 3) + 1(x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(3x + 1) = 0$$

$$x + 3 = 0, 3x + 1 = 0$$

$$x = -3, -\frac{1}{3}$$

اب مساوات (i) میں 2 y درج کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$x + \frac{1}{x} = 2 \quad (x \text{ سے ضرب دینے سے})$$

$$x^2 + 1 = 2x$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$\sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{0}$$

$$x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1$$

دونوں اطراف کا جذر المربع لینے سے

$$\text{حل: } x = 1, -3, -\frac{1}{3}$$

قسم (iv) $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) = k$ جہاں $a + b = c + d$ اور k کوئی بھی مستقل مقدار ہے۔

مثال 13: حل کیجیے: $(x + 2)(x + 3)(x - 5)(x - 6) = -12$

حل: یہاں 2 - 5 - 3 - 6

اجزاء کو ترتیب سے لکھنے سے

$$[(x + 2)(x - 5)][(x + 3)(x - 6)] = -12$$

$$(x^2 - 3x - 10)(x^2 - 3x - 18) = -12 \quad (i)$$

$$x^2 - 3x = y \quad (ii)$$

$$(y - 10)(y - 18) = 12$$

$$y^2 - 28y + 180 = 12$$

$$y^2 - 28y + 192 = 0$$

$$y^2 - 12y - 16y + 192 = 0$$

$$y(y - 12) - 16(y - 12) = 0$$

$$(y - 12)(y - 16) = 0$$

$$y - 12 = 0, y - 16 = 0$$

$$y = 12, 16$$

اب مساوات (ii) میں $y = 12$ درج کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$x^2 - 3x = 12$$

$$x^2 - 3x - 12 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2(1)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$$

مساوات (ii) میں $y = 16$ درج کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$x^2 - 3x = 16$$

$$x^2 - 3x - 16 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-16)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{73}}{2}$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}, \frac{3 \pm \sqrt{73}}{2} \right\}$$

خود آزمائی

$$(x+1)(x+2)(x-5)(x-6) = 144$$

$$(x+1)(x+2)(x-5)(x-6) = 144$$

$$[(x+1)(x-5)][(x+2)(x-6)] = 144$$

$$(x^2 - 5x + x - 5)(x^2 - 6x + 2x - 12) = 144$$

$$(x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x - 12) = 144$$

$$x^2 - 4x = y \text{ فرض کیا}$$

$$(y-5)(y-12) = 144$$

$$y^2 - 12y - 5y + 60 = 144$$

$$y^2 - 17y + 60 - 144 = 0$$

$$y^2 - 17y - 84 = 0$$

$$y^2 - 21y + 4y - 84 = 0$$

$$y(y-21) + 4(y-21) = 0$$

$$(y-21)(y+4) = 0$$

$$y = 21, y = -4$$

حل: $x^2 - 4x = y$ درج کرنے سے

$$x^2 - 4x = 21$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$x^2 - 7x + 3x - 21 = 0$$

$$x(x-7) + 3(x-7) = 0$$

$$(x-7)(x+3) = 0$$

$$x-7 = 0$$

$$x+3 = 0$$

$$x = 7$$

$$x = -3$$

$$x^2 - 4x = -4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x-2 = 0$$

$$x = 2$$

$$\text{حل سیٹ} = \{-3, 2, 7\}$$

$$y = 6, \quad 4y = 3$$

$$y = \frac{3}{4}$$

$$x^2 = 6$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{6}$$

$$x = \pm \sqrt{6}$$

$$x^2 = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{حل بیٹ} = \left\{ \pm \sqrt{6}, \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$$

$$5x^4 - 22x^2 + 8 = 0 \quad (\text{iii})$$

$$5x^4 - 22x^2 + 8 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$(x^2)^2 = y^2$$

$$x^4 = y^2$$

$$5y^2 - 22y + 8 = 0$$

$$5y^2 - 20y - 2y + 4 = 0$$

$$5y(y - 4) - 2(y - 4) = 0$$

$$(y - 4)(5y - 2) = 0$$

$$y - 4 = 0, \quad 5y - 2 = 0$$

$$y = 4, \quad 5y = 2$$

$$y = \frac{2}{5}$$

$$x^2 = 4$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$$

$$x = \pm 2$$

$$x^2 = \frac{2}{5}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{2}{5}} = \pm \frac{\sqrt{10}}{5}$$

5.4 حل مسئلہ

-1 درج ذیل مساواتوں کو حل کیجیے۔

$$5x^4 - 19x^2 + 12 = 0 \quad (\text{i})$$

$$5x^4 - 19x^2 + 12 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$(x^2)^2 = (y)^2$$

$$x^4 = y^2$$

$$5y^2 - 19y + 12 = 0$$

$$5y^2 - 15y - 4y + 12 = 0$$

$$5y(y - 3) - 4(y - 3) = 0$$

$$(y - 3)(5y - 4) = 0$$

$$y - 3 = 0, \quad 5y - 4 = 0$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

اس لیے

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$y = 3, \quad 5y = 4$$

$$4x^4 - 27x^2 + 18 = 0 \quad (\text{ii})$$

$$4x^4 - 27x^2 + 18 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$(x^2)^2 = y^2$$

$$x^4 = y^2$$

$$4y^2 - 27y + 18 = 0$$

$$4y^2 - 24y - 3y + 18 = 0$$

$$4y(y - 6) - 3(y - 6) = 0$$

$$(y - 6)(4y - 3) = 0$$

$$y - 6 = 0, \quad 4y - 3 = 0$$

حل:

اس لیے

$$4y(y-2) - 2(y-2) = 0$$

$$(y-2)(4y-2) = 0$$

$$y-2=0, 4y-2=0$$

$$y=2, 4y=2$$

$$y = \frac{1}{2}$$

4^x درج کرنے سے

$$4^x = 2$$

$$(2^2)^x = 2$$

$$2^{2x} = 2$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$4^x = 2^{-1}$$

$$(2^2)^x = 2^{-1}$$

$$2^{2x} = 2^{-1}$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\}$$

$$3^x + 3^{3-x} - 12 = 0 \quad (\text{vi})$$

$$3^x + 3^{3-x} - 12 = 0$$

$$3^x + 3^{3.3-x} - 12 = 0$$

$$3^x + \frac{27}{3^x} - 12 = 0$$

$$3^x = y$$

$$y + \frac{27}{y} - 12 = 0$$

دونوں اطراف کو y سے ضرب دینے سے

$$y(y) + y \left(\frac{27}{y} \right) - y(12) = y(0)$$

$$y^2 + 27 - 12y = 0$$

$$y^2 - 12y + 27 = 0$$

$$y^2 - 9y - 3y + 27 = 0$$

$$y(y-9) - 3(y-9) = 0$$

$$(y-9)(y-3) = 0$$

$$y-9=0, y-3=0$$

$$y=9, y=3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{5}$$

$$4 \cdot 2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 1 = 0 \quad (\text{iv})$$

$$4 \cdot 2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 1 = 0$$

$$4 \cdot 2^{2x} \cdot 2 - 9 \cdot 2^x + 1 = 0$$

$$8 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 1 = 0$$

$$2^{2x} = y$$

$$(2^x)^2 = y^2$$

$$2^{2x} = y^2$$

فرض کیا

اس لیے

$$8y^2 - 9y + 1 = 0$$

$$8y^2 - 8y - y + 1 = 0$$

$$8y(y-1) - 1(y-1) = 0$$

$$(y-1)(8y-1) = 0$$

$$y-1=0, 8y-1=0$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

$$y=1, 8y=1$$

2^x درج کرنے سے

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$4^{1+x} + 4^{1-x} - 10 = 0 \quad (\text{v})$$

$$4^{1+x} + 4^{1-x} - 10 = 0$$

$$4^1 \cdot 4^x + 4^1 \cdot 4^{-x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

$$4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$$

فرض کیا

اس لیے

$$4y + \frac{4}{y} - 10 = 0$$

دونوں اطراف کو y سے ضرب دینے سے

$$y(4y) + y \left(\frac{4}{y} \right) - y(10) = y(0)$$

$$4y^2 + 4 - 10y = 0$$

$$4y^2 - 10y + 4 = 0$$

$$4y^2 - 8y - 2y + 4 = 0$$

حل سیٹ = $\left\{\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 33 = 0$ (viii)

حل: فرض کیا
دونوں اطراف کا مربع لینے سے

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$

اس لیے

$y^2 - 2 + 2y - 33 = 0$

$y^2 + 2y - 35 = 0$

$y^2 + 7y - 5y - 35 = 0$

$y(y+7) - 5(y+7) = 0$

$(y+7)(y-5) = 0$

$y+7=0, y-5=0$

$y=-7, y=5$

دونوں اطراف کو $x + \frac{1}{x} = y$

$x + \frac{1}{x} = -7$

$x + \frac{1}{x} + 7 = 0$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) + x(7) = x(0)$

$x^2 + 1 + 7x = 0$

$x^2 + 7x + 1 = 0$

$a=1, b=7, c=1$ دو درجہ کی کلیہ استعمال کرنے سے

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4}}{2}$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{45}}{2}$

حل سیٹ $\{2, 1\}$

$5^{1+3x} + 5^{2-3x} - 126 = 0$ (vii)

$5^{1+3x} + 5^{2-3x} - 126 = 0$

$5^{1+3x} + 5^{2-3x} - 126 = 0$

$5(5^{3x}) + \frac{25}{5^{3x}} - 126 = 0$

فرض کیا
اس لیے

$5y + \frac{25}{y} - 126 = 0$

دونوں اطراف کو y سے ضرب دینے سے

$y(5y) + y\left(\frac{25}{y}\right) - y(126) = y(0)$

$5y^2 + 25 - 126y = 0$

$5y^2 - 126y + 25 = 0$

$5y^2 - 125y - y + 25 = 0$

$5y(y-25) - 1(y-25) = 0$

$(y-25)(5y-1) = 0$

$y-25=0, 5y-1=0$

$y=25, 5y=1$

$y = \frac{1}{5}$

5^{3x} درج کرنے سے

$5^{3x} = 25$

$5^{3x} = 5^2$

$3x = 2$

$x = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 + 2$$

$$2(y^2 + 2) - 25y - 17 = 0$$

$$2y^2 + 4 - 25y - 17 = 0$$

$$2y^2 - 25y - 13 = 0$$

$$2y^2 - 26y + y - 13 = 0$$

$$2y(y - 13) + 1(y - 13) = 0$$

$$(y - 13)(2y + 1) = 0$$

$$y - 13 = 0$$

$$y = 13$$

$$x - \frac{1}{x} = 13$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) - x\left(\frac{1}{x}\right) = 13(x)$$

$$x^2 - 1 = 13x$$

$$x^2 - 13x - 1 = 0$$

$$a = 1, b = -13, c = -1$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 + 4}}{2}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{173}}{2}$$

$$2y + 1 = 0$$

$$2y = -1$$

$$y = -\frac{1}{2}$$

$$y = x - \frac{1}{x} \text{ درج کرنے سے}$$

$$x - \frac{1}{x} = -\frac{1}{2}$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) - x\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{2}(x)$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{3^2 \times 5}}{2}$$

$$x = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

$$x + \frac{1}{x} = 5 \text{ اب}$$

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) - 5(x) = 0$$

$$x^2 + 1 - 5x = 0$$

$$x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$a = 1, b = -5, c = 1$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{ \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}, \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2} \right\}$$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 25\left(x - \frac{1}{x}\right) - 17 = 0 \text{ (ix)}$$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 25\left(x - \frac{1}{x}\right) - 17 = 0 \text{ حل}$$

$$x - \frac{1}{x} = y \text{ فرض کیا}$$

دونوں اطراف کا مربع لینے سے

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = y^2$$

$$2(y^2 - 2) - 5y - 14 = 0$$

$$2y^2 - 4 - 5y - 14 = 0$$

$$2y^2 - 5y - 18 = 0$$

$$2y^2 - 9y + 4y - 18 = 0$$

$$y(2y - 9) + 2(2y - 9) = 0$$

$$(2y - 9)(y + 2) = 0$$

$$2y - 9 = 0, y + 2 = 0$$

$$2y = 9, y = -2$$

$$y = \frac{9}{2}$$

$$x + \frac{1}{x} = y$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{9}{2}$$

دونوں اطراف کو $2x$ سے ضرب دینے سے

$$2x(x) + 2x\left(\frac{1}{x}\right) = 2x\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$2x^2 + 2 = 9x$$

$$2x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$a = 2, b = -9, c = 2$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(2)(2)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 16}}{4}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{65}}{4}$$

$$x + \frac{1}{x} = -2$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) = -2(x)$$

$$x^2 + 1 = -2x$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x)^2 + 2(x)(1) + (1)^2 = 0$$

$$(x + 1)^2 = 0$$

اس ہے

$$x^2 + \frac{x}{2} - 1 = 0$$

دونوں اطراف کو 2 سے ضرب دینے سے

$$2(x^2) + 2\left(\frac{x}{2}\right) - 2(1) = 2(0)$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$a = 2, b = 1, c = -2$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 16}}{4}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{ \frac{13 \pm \sqrt{173}}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} \right\}$$

$$2x^4 - 5x^3 - 14x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (x)$$

$$2x^4 - 5x^3 - 14x^2 - 5x + 2 = 0$$

دونوں طرف x^2 سے تقسیم کرنے سے

$$\frac{2x^4}{x^2} - \frac{5x^3}{x^2} - \frac{14x^2}{x^2} - \frac{5x}{x^2} + \frac{2}{x^2} = \frac{0}{x^2}$$

$$2x^2 - 5x - 14 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$$

$$2x^2 + \frac{2}{x^2} - 5x - \frac{5}{x} - 14 = 0$$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = y$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$$

اب

فرض کیا

قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-6)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+24}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{41}}{2}, \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2} \right\}$$

$$(x+3)(x+4)(x+5)(x+6) = -1 \quad (\text{xii})$$

$$(x+3)(x+4)(x+5)(x+6) = -1$$

عادوں کو ترتیب دینے سے

$$[(x+3)(x+6)][(x+4)(x+5)] = -1$$

$$(x^2+6x+3x+18)(x^2+5x+4x+20) = -1$$

$$(x^2+9x+18)(x^2+9x+20) = -1$$

$$x^2+9x = y \quad \text{فرض کیا}$$

$$(y+18)(y+20) = -1$$

$$y^2+20y+18y+360 = -1$$

$$y^2+38y+360+1 = 0$$

$$y^2+38y+361 = 0$$

$$(y)^2+2(y)(19)+(19)^2 = 0$$

$$(y+19)^2 = 0$$

دونوں اطراف کا جذر مربع لینے سے

$$\sqrt{(y+19)^2} = \sqrt{0}$$

$$y+19 = 0$$

$$y = -19$$

$$x^2+9x = y \quad \text{درج کرنے سے}$$

$$x^2+9x = -19$$

$$x^2+9x+19 = 0$$

$$a = 1, b = 9, c = 19$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{(9)^2 - 4(1)(19)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81-76}}{2}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{ \frac{-9 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$$

دونوں اطراف کا جذر مربع لینے سے

$$\sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{0}$$

$$x+1 = 0$$

$$x = -1$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{ \frac{9 \pm \sqrt{65}}{4}, -1 \right\}$$

$$(xi) (x+1)(x+2)(x-4)(x-5) + 8 = 0$$

$$(x+1)(x+2)(x-4)(x-5) + 8 = 0 \quad \text{حل:}$$

عادوں کو ترتیب دینے سے

$$[(x+1)(x-4)][(x+2)(x-5)] + 8 = 0$$

$$(x^2-4x+x-4)(x^2-5x+2x-10) + 8 = 0$$

$$(x^2-3x-4)(x^2-3x-10) + 8 = 0$$

$$x^2-3x = y \quad \text{فرض کیا}$$

اس لیے

$$(y-4)(y-10) + 8 = 0$$

$$y^2-10y-4y+40+8 = 0$$

$$y^2-14y+48 = 0$$

$$y^2-8y-6y+48 = 0$$

$$y(y-8)-6(y-8) = 0$$

$$(y-8)(y-6) = 0$$

$$y-8 = 0, y-6 = 0$$

$$y = 8, y = 6$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x^2-3x = 8$$

$$x^2-3x-8 = 0$$

$$a = 1, b = -3, c = -8$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+32}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$x^2-3x = 6$$

$$x^2-3x-6 = 0$$

$$a = 1, b = -3, c = -6$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال 14: ایک تاجر کچھ اشیاء 300 روپے میں خریدتا ہے۔ نقل و حمل کے دوران چار اشیاء ٹوٹ جاتی ہیں، لیکن وہ باقی اشیاء کو 1.25 روپے فی شے منافع کے حساب سے فروخت کرتا ہے اور مجموعی طور پر 350 روپے حاصل کرتا ہے۔ اس نے کتنی اشیاء خریدی تھیں؟
حل: فرض کیا اس نے x اشیاء 300 روپے میں خریدیں۔

$$\text{ہر شے کی قیمت} = \frac{300}{x} \text{ روپے۔}$$

اس نے 350 روپے میں $(x - 4)$ اشیاء بیچیں۔

$$\text{ہر شے کی قیمت فروخت} = \frac{350}{x - 4} \text{ روپے}$$

$$\frac{350}{x - 4} - \frac{300}{x} = 1.25$$

اب

$$\frac{350}{x - 4} - \frac{300}{x} = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

دونوں طرف $4x(x - 4)$ سے ضرب دینے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$350(4x) - 300(x - 4)(4) = 5x(x - 4)$$

$$1400x - 1200x + 4800 = 5x^2 - 20x$$

$$5x^2 - 20x + 1200x - 1400x - 4800 = 0$$

$$5x^2 - 220x - 4800 = 0$$

$$x^2 - 44x - 960 = 0$$

(5 سے تقسیم کرنے سے)

$$x^2 - 60x + 16x - 960 = 0$$

$$x(x - 60) + 16(x - 60) = 0$$

$$(x - 60)(x + 16) = 0$$

$$x - 60 = 0, x + 16 = 0$$

$$\therefore x = 60, -16$$

منفی قیمت کو رد کر دیا جاتا ہے۔

60 = خریدی گئی اشیاء کی تعداد

چیلنج!

آمنہ نے 50 کلوگرام پھل خریدے جن میں آم اور انگور شامل تھے۔ اس نے آموں کے لیے جو قیمت فی کلو ادا کی تھی، انگوروں کے لیے اس کی دوگنی قیمت ادا کی۔ اگر اس نے کل 18000 روپے آموں پر اور 6000 روپے انگوروں پر خرچ کیے، تو اس نے ہر پھل کتنے کلوگرام خریدا؟

حل: فرض کیا آم کی قیمت

روپے فی کلو x

تو (دوگنی ہے) روپے فی کلو $2x$ انگور کی قیمت

$$\text{آم کا وزن} = \frac{18000}{x} \text{ کلو}$$

$$\text{انگور کا وزن} = \frac{6000}{2x} \text{ کلو}$$

$$\begin{aligned} \frac{18000}{x} + \frac{6000}{2x} &= 50 \\ \frac{18000}{x} + \frac{3000}{x} &= 50 \\ \frac{18000 + 3000}{x} &= 50 \\ \frac{21000}{x} &= 50 \\ \frac{21000}{50} &= x \\ \Rightarrow x &= 420 \end{aligned}$$

لہذا
روپے فی کلو = 420 = آم کی قیمت
انگور کی قیمت = 2×420
= 840 روپے فی کلو

$$\begin{aligned} \text{آم کا وزن} &= \frac{18000}{420} \text{ کلوگرام} = 42.86 \text{ کلوگرام} \\ \text{انگور کا وزن} &= \frac{6000}{840} \text{ کلوگرام} = 7.14 \text{ کلوگرام} \end{aligned}$$

مثال 15: ایک ٹرین خاص اوسط رفتار سے 120 کلومیٹر کا فاصلہ طے کر سکتی ہے۔ سر دس چیک آپ کی وجہ سے اس کی رفتار 5 کلومیٹر فی گھنٹہ کم ہو جاتی ہے اور اس کے نتیجے میں سفر مقررہ وقت سے 20 منٹ زیادہ ہو جاتا ہے۔ مقررہ رفتار کیا تھی؟
حل: فرض کریں کہ مقررہ رفتار x کلومیٹر فی گھنٹہ ہے۔

$$120 \text{ کلومیٹر کے لیے مقررہ وقت ہے } \frac{120}{x} \text{ گھنٹے}$$

$$\frac{1}{3} \text{ گھنٹے} = \frac{20}{60} \text{ گھنٹے} = 20 \text{ منٹ}$$

لیکن $(x-5)$ کلومیٹر فی گھنٹہ اصل رفتار ہے اس لیے 120 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لیے اصل وقت $\frac{120}{x-5}$ ہے۔

$$\therefore \frac{120}{x-5} - \frac{120}{x} = \frac{1}{3}$$

$$360x - 360(x-5) = x(x-5)$$

$$x^2 - 5x - 1800 = 0$$

$$(x-45)(x+40) = 0$$

$$x-45=0, x+40=0$$

$$\therefore x=45, x=-40$$

منفی قیمت رد کر دی جاتی ہے۔

لہذا، مقررہ رفتار 45 کلومیٹر فی گھنٹہ ہے۔

حل مشق 5.5

ایک گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{6}$ حصہ = عرشہ کے کام کی شرح

ایک گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{x}$ حصہ = ابراہیم کے کام کی شرح
دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3-2}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$12 = x$$

پس، ابراہیم ایک کام کو مکمل کرنے کے لیے 12 گھنٹے لے گا۔

3- ایک پائپ 5 گھنٹے میں، جبکہ دوسرا 8 گھنٹے میں پانی بھرتا ہے۔
دوسرا پائپ 2 گھنٹے بعد بند کر دیا جاتا ہے۔ کل وقت معلوم کیجیے۔

حل: 1 گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{5}$ حصہ = پائپ A کے کام کرنے کی شرح

1 گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{8}$ حصہ = پائپ B کے کام کرنے کی شرح

پہلے 2 گھنٹوں میں دونوں پائپوں نے جتنا کام کیا۔

$$= 2 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{8} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{8+5}{40} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{13}{40} \right) = \frac{13}{20}$$

$$\text{باقی کام} = 1 - \frac{13}{20}$$

$$= \frac{20-13}{20} = \frac{7}{20}$$

باقی کام کرنے کے لیے پائپ A نے جتنا وقت لیا۔

$$= \frac{7}{\frac{1}{5}} = \frac{7}{1} = 7$$

$$\frac{7}{20} \times \frac{5}{1} = \frac{7}{4} = \text{گھنٹے}$$

1- ایک ٹرین یکساں رفتار سے 240 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ اگر اس نے اپنی رفتار 4 کلومیٹر فی گھنٹہ کم کر دی ہوتی، تو سفر میں 2 گھنٹے زیادہ لگتے۔ سفر کی شرح معلوم کیجیے۔

حل: کلومیٹر فی گھنٹہ x فرض کیا ٹرین کی اصل رفتار

$$\frac{240}{x} \text{ h اصل رفتار پر صرف ہونے والا وقت}$$

$$\text{کلومیٹر فی گھنٹہ } (x-4) = \text{نئی رفتار}$$

$$\text{نئی رفتار میں لیا گیا وقت } \frac{240}{x-4} \text{ کلومیٹر}$$

$$2 \text{ h دونوں اوقات میں فرق}$$

دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{240}{x-4} - \frac{240}{x} = 2$$

$$x(x-4) \left(\frac{240}{x-4} - \frac{240}{x} \right) = 2(x)(x-4)$$

$$x(240) - (x-4)(240) = 2x(x-4)$$

$$240x - (240x - 960) = 2x^2 - 8x$$

$$240x - 240x + 960 = 2x^2 - 8x$$

$$2x^2 + 240x - 240x + 8x + 960 = 0$$

$$2x^2 + 8x + 960 = 0$$

$$-2(x^2 - 4x - 480) = 0$$

$$x^2 - 4x - 480 = 0$$

$$x^2 - 24x + 20x - 480 = 0$$

$$x(x-24) + 20(x-24) = 0$$

$$(x-24)(x+20) = 0$$

$$x-24 = 0, x+20 = 0$$

$$x = 24, x = -20$$

$$x = 24, 20$$

منفی کی رقم خارج ہو جائے گی۔

2- عرشہ اور ابراہیم مل کر ایک کام 4 گھنٹے میں مکمل کرتے ہیں۔ اگر عرشہ اکیلی 6 گھنٹے میں یہی کام مکمل کرتی ہے تو ابراہیم یہی کام مکمل کرنے میں کتنا وقت لے گا؟

حل: گھنٹے x فرض کیا ابراہیم نے جتنے وقت میں کام مکمل کیا

ایک گھنٹے میں کام کا $\frac{1}{4}$ حصہ = دونوں کے مل کر کام کرنے کی شرح

ہر کار کی رفتار معلوم کیجیے۔

حل: x کلومیٹر فی گھنٹہ = کار A کی رفتار
 $(x+10)$ کلومیٹر فی گھنٹہ = کار B کی رفتار
 کل فاصلہ = 240 کلومیٹر
 کل وقت = 2 گھنٹے

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$[x+(x+10)] \times 2 = 240$$

$$(x+x+10) = \frac{240}{2}$$

$$2x+10 = 120$$

$$2x = 120 - 10$$

$$2x = 110$$

$$x = \frac{110}{2} = 55$$

کلومیٹر گھنٹہ 55 (x) پہلی کار (A) کی رفتار

کلومیٹر فی گھنٹہ 65 $= x + 10 = 55 + 10$ دوسری کار (B) کی رفتار

راشد ایک گھر کو 6 دن میں رنگ کر سکتا ہے، لیکن اگر اسے

مددگار مل جائے تو وہ اسے 4 دن میں کر سکتے ہیں۔ مددگار کو

اس لیے گھر کو رنگ کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

حل: x دن = فرض کیا مددگار کے ذریعے لیا گیا وقت

ایک دن میں مکان کا $\frac{1}{x}$ حصہ = مددگار کے کام کی شرح

ایک دن میں مکان کا $\frac{1}{6}$ حصہ = راشد کے کام کی شرح

ایک دن میں مکان کا $\frac{1}{4}$ حصہ = مشترکہ شرح

سوال میں دی گئی شرط کا مطابق

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3-2}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow x = 12$$

پس، مددگار کو اس لیے گھر کو رنگ کرنے میں 12 دن لگیں گے۔

1.75 گھنٹے

منٹ (0.75×60) گھنٹا 1

منٹ 45 گھنٹا 1

منٹ 45 گھنٹا 1

منٹ 45 گھنٹا 1 + 2 گھنٹے = کل وقت

منٹ 45 گھنٹے 3

4۔ حوریہ اکیلی کام کرتے ہوئے ایک پروجیکٹ 12 گھنٹے میں

مکمل کر سکتی ہے۔ اگر عبدالہادی اس کی مدد کرے اور وہ

دونوں مل کر اسے 5 گھنٹے میں مکمل کریں، تو عبدالہادی کو

اکیلے یہ پروجیکٹ مکمل کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

حل: فرض کیا عبدالہادی کو کام مکمل کرنے میں جتنا وقت لگے گا

مشترکہ شرح

1 گھنٹا میں کام کا $\frac{1}{12}$ حصہ = حوریہ کے کام کرنے کی شرح

1 گھنٹا میں کام کا $\frac{1}{x}$ حصہ = عبدالہادی کے کام کرنے کی شرح

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{x} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{12-5}{60} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{7}{60}$$

$$60 = 7x \Rightarrow \frac{60}{7} = x$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$= 8 \text{ گھنٹے } + (0.57 \times 60) \text{ منٹ}$$

$$= 8 \text{ گھنٹے } + 34.2 \text{ منٹ}$$

$$= 8 \text{ گھنٹے } + 34 \text{ منٹ}$$

$$= 8 \text{ گھنٹے } + 34 \text{ منٹ}$$

پس، عبدالہادی کو کام مکمل کرنے کے لیے 8 گھنٹے 34 منٹ لگیں گے۔

5۔ دو کاریں مخالف قصبوں سے ایک دوسرے کی طرف سفر کرتا

شروع کرتی ہیں ان کے درمیان فاصلہ 240 کلومیٹر ہے۔ ایک کار

x کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے اور دوسری کار $(x+10)$ کلومیٹر فی

گھنٹہ کی رفتار سے سفر کرتی ہیں۔ دونوں کاریں 2 گھنٹے بعد ملتی ہیں۔

حل مشق 5.5

ایک گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{6}$ حصہ = عرشہ کے کام کی شرح

ایک گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{x}$ حصہ = ابراہیم کے کام کی شرح
دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3-2}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$12 = x$$

پس، ابراہیم ایک کام کو مکمل کرنے کے لیے 12 گھنٹے لے گا۔

3- ایک پائپ 5 گھنٹے میں، جبکہ دوسرا 8 گھنٹے میں پانی بھرتا ہے۔
دوسرا پائپ 2 گھنٹے بعد بند کر دیا جاتا ہے۔ کل وقت معلوم کیجیے۔

حل: 1 گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{5}$ حصہ = پائپ A کے کام کرنے کی شرح

1 گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{8}$ حصہ = پائپ B کے کام کرنے کی شرح

پہلے 2 گھنٹوں میں دونوں پائپوں نے جتنا کام کیا۔

$$= 2 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{8} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{8+5}{40} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{13}{40} \right) = \frac{13}{20}$$

$$\text{باقی کام} = 1 - \frac{13}{20}$$

$$= \frac{20-13}{20} = \frac{7}{20}$$

باقی کام کرنے کے لیے پائپ A نے جتنا وقت لیا۔

$$= \frac{7}{\frac{1}{5}} = \frac{7}{1} \times 5 = 7$$

$$\frac{7}{20} \times \frac{5}{1} = \frac{7}{4} = \text{گھنٹے}$$

1- ایک ٹرین یکساں رفتار سے 240 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ اگر اس نے اپنی رفتار 4 کلومیٹر فی گھنٹہ کم کر دی ہوتی، تو سفر میں 2 گھنٹے زیادہ لگتے۔ سفر کی شرح معلوم کیجیے۔

حل: کلومیٹر فی گھنٹہ x فرض کیا ٹرین کی اصل رفتار

$$\frac{240}{x} \text{ h اصل رفتار پر صرف ہونے والا وقت}$$

$$\text{کلومیٹر فی گھنٹہ } (x-4) = \text{نئی رفتار}$$

$$\text{نئی رفتار میں لیا گیا وقت } \frac{240}{x-4} \text{ کلومیٹر}$$

$$2 \text{ h دونوں اوقات میں فرق}$$

دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{240}{x-4} - \frac{240}{x} = 2$$

دونوں اطراف $(x-4)(x)$ سے ضرب دیجیے

$$x(x-4) \left(\frac{240}{x-4} - \frac{240}{x} \right) = 2(x-4)(x)$$

$$x(240) - (x-4)(240) = 2x(x-4)$$

$$240x - (240x - 960) = 2x^2 - 8x$$

$$240x - 240x + 960 = 2x^2 - 8x$$

$$2x^2 + 240x - 240x + 8x + 960 = 0$$

$$2x^2 + 8x + 960 = 0$$

$$-2(x^2 - 4x - 480) = 0$$

$$x^2 - 4x - 480 = 0$$

$$x^2 - 24x + 20x - 480 = 0$$

$$x(x-24) + 20(x-24) = 0$$

$$(x-24)(x+20) = 0$$

$$x-24 = 0, x+20 = 0$$

$$x = 24, x = -20$$

$$x = 24, 20$$

منفی کی رقم خارج ہو جائیگی

2- عرشہ اور ابراہیم مل کر ایک کام 4 گھنٹے میں مکمل کرتے ہیں۔ اگر عرشہ اکیلی 6 گھنٹے میں یہی کام مکمل کرتی ہے تو

ابراہیم یہی کام مکمل کرنے میں کتنا وقت لے گا؟

حل: گھنٹے x فرض کیا ابراہیم نے جتنے وقت میں کام مکمل کیا

ایک گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{4}$ حصہ = دونوں کے مل کر کام کرنے کی شرح

ہر کار کی رفتار معلوم کیجیے۔

حل: x کلومیٹر فی گھنٹہ = کار A کی رفتار
 $(x+10)$ کلومیٹر فی گھنٹہ = کار B کی رفتار
 کل فاصلہ = 240 کلومیٹر
 کل وقت = 2 گھنٹے

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$[x+(x+10)] \times 2 = 240$$

$$(x+x+10) = \frac{240}{2}$$

$$2x+10 = 120$$

$$2x = 120 - 10$$

$$2x = 110$$

$$x = \frac{110}{2} = 55$$

کلومیٹر گھنٹہ 55 = پہلی کار (A) کی رفتار

کلومیٹر فی گھنٹہ 65 = $x + 10 = 55 + 10$ = دوسری کار (B) کی رفتار

راشد ایک گھر کو 6 دن میں رنگ کر سکتا ہے، لیکن اگر اسے

مددگار مل جائے تو وہ اسے 4 دن میں کر سکتے ہیں۔ مددگار کو

اس لیے گھر کو رنگ کرانے میں کتنا وقت لگے گا؟

حل: x دن = فرض کیا مددگار کے ذریعے لیا گیا وقت

ایک دن میں مکان کا $\frac{1}{x}$ حصہ = مددگار کے کام کی شرح

ایک دن میں مکان کا $\frac{1}{6}$ حصہ = راشد کے کام کی شرح

ایک دن میں مکان کا $\frac{1}{4}$ حصہ = مشترکہ شرح

سوال میں دی گئی شرط کا مطابق

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3-2}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow x = 12$$

پس، مددگار کو اس لیے گھر کو رنگ کرنے میں 12 دن لگیں گے۔

گھنٹے 1.75 =

منٹ $(0.75 \times 60) + 1$ گھنٹا

منٹ 45 + 1 گھنٹا

منٹ 45 گھنٹا 1

منٹ 45 گھنٹا 2 = کل وقت

منٹ 45 گھنٹے 3

4۔ حوریہ اکیلی کام کرتے ہوئے ایک پروجیکٹ 12 گھنٹے میں

مکمل کر سکتی ہے۔ اگر عبدالبہادی اس کی مدد کرے اور وہ

دونوں مل کر اسے 5 گھنٹے میں مکمل کریں، تو عبدالبہادی کو

اکیلے یہ پروجیکٹ مکمل کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

حل: فرض کیا عبدالبہادی کو کام مکمل کرنے میں جتنا وقت لگے گا

مشترکہ وقت کی شرح

1 گھنٹا میں کام کا $\frac{1}{12}$ حصہ = حوریہ کے کام کرنے کی شرح

1 گھنٹا میں کام کا $\frac{1}{x}$ حصہ = عبدالبہادی کے کام کرنے کی شرح

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{x} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{12-5}{60}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{7}{60}$$

$$60 = 7x \Rightarrow \frac{60}{7} = x$$

$$x = \frac{60}{7}$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

$$x = \frac{60}{7} \text{ گھنٹے } 8.57$$

پس، عبدالبہادی کو کام مکمل کرنے کے لیے 8 گھنٹے 34 منٹ لگیں گے۔

5۔ دو کاریں مخالف قصبوں سے ایک دوسرے کی طرف سفر کرنا

شروع کرتی ہیں ان کے درمیان فاصلہ 240 کلومیٹر ہے۔ ایک کار

x کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے اور دوسری کار $(x+10)$ کلومیٹر فی

گھنٹہ کی رفتار سے سفر کرتی ہیں۔ دونوں کاریں 2 گھنٹے بعد ملتی ہیں۔

$$= \frac{5}{2} \text{ گھنٹے} = 2.5 \text{ گھنٹے}$$

$$= 2.5 \times 3600 = 9000 \text{ سیکنڈ}$$

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{600}{x} + \frac{600}{2x} = 9000$$

$$\frac{600}{x} + \frac{300}{x} = 9000$$

$$\frac{600+300}{x} = 9000$$

$$\frac{900}{x} = 9000$$

$$\frac{900}{9000} = x$$

$$\text{میٹر فی سیکنڈ } x = 0.1 \Rightarrow x = 0.1 \text{ میٹر فی سیکنڈ}$$

پس فہد نے 0.1 میٹر فی سیکنڈ کی رفتار سے دوڑنا شروع کیا۔

9- ایک سائیکل سوار ایک مخصوص رفتار سے 30 کلومیٹر کا فاصلہ

طے کرتا ہے۔ اگر اس کی رفتار 5 کلومیٹر فی گھنٹہ تیز ہوتی، تو سفر میں

1 گھنٹہ کم لگتا۔ رفتار معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا x کلومیٹر/گھنٹہ = ابتدائی رفتار

$$\text{گھنٹے} = \frac{30}{x} = \text{اصل رفتار پر وقت}$$

$$x + 5 = \text{رفتار } 5 \text{ کلومیٹر فی گھنٹہ زیادہ ہو تو نئی رفتار}$$

$$\text{گھنٹے} = \frac{30}{x+5} = \text{نئی رفتار پر وقت}$$

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{30}{x} - \frac{30}{x+5} = 1$$

$$x(x+5) \left(\frac{30}{x} \right) - x(x+5) \left(\frac{30}{x+5} \right) = x(x+5) (1)$$

$$(x+5)(30) - x(30) = x^2 + 5x$$

$$30x + 150 - 30x = x^2 + 5x$$

$$-x^2 - 5x + 150 = 0$$

7- اہل 10 کلومیٹر کا سفر $\frac{2x}{x+4}$ گھنٹوں میں کرتی ہے۔

اگر اس کی اوسط رفتار 8 کلومیٹر فی گھنٹہ ہو تو x کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: کلومیٹر فی گھنٹہ = 8 رفتار

کلومیٹر = 10 وقت

$$\text{گھنٹے} = \frac{2x}{x+4} = \text{وقت}$$

$$\text{فاصلہ} = \frac{10}{\text{وقت}} = \text{اوسط رفتار}$$

$$8 = \frac{10}{\frac{2x}{x+4}}$$

$$8 = 10 \times \frac{x+4}{2x}$$

$$8(2x) = 10(x+4)$$

$$16x = 10x + 40$$

$$16x - 10x = 40$$

$$6x = 40$$

$$x = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} = 6.67$$

$$x = 6.67$$

8- فہد ایک مخصوص رفتار سے 600 میٹر دوڑتا ہے اور پھر اپنی

رفتار دوگنی کر کے مزید 600 میٹر دوڑتا ہے۔ اگر اسے 1200 میٹر کا

فاصلہ طے کرنے میں $2\frac{1}{2}$ گھنٹے لگیں تو وہ رفتار معلوم کیجیے جس

سے اُس نے دوڑنا شروع کیا تھا (میٹر فی سیکنڈ میں)۔

حل: میٹر فی سیکنڈ x = فرض کیا فہد کی ابتدائی رفتار

$$\text{سیکنڈ } 600 = \text{پہلے 600 میٹر کا وقت}$$

$$2x = \text{اگلے 600 میٹر میں رفتار دوگنی}$$

$$\text{تو سیکنڈ } \frac{600}{2x} = \text{وقت}$$

$$\text{گھنٹے } 2\frac{1}{2} = \text{کل وقت}$$

$$x^2 + 5x - 150 = 0$$

$$x^2 + 15x - 10 - 150 = 0$$

$$x(x+15) - 10(x+15) = 0$$

$$(x+15)(x-10) = 0$$

$$x+15=0$$

$$x=-15$$

$$x-10=0$$

$$x=10$$

منفی شامل نہیں کیا جائے گا۔

$$\text{لہذا رفتار} = 10 \text{ km/h}$$

حل اعادہ مشق 5

1۔ درج ذیل سوالات کے دیے گئے چار ممکنہ جوابات میں سے درست جواب کا انتخاب کیجیے۔

$$(i) \frac{2x-1}{x^2+4} \text{ جملہ } \underline{\hspace{2cm}} \text{ ہے:}$$

- (a) کثیررتبی (b) الجبری کسر (c) عددی کسر (d) مساوات

$$(ii) \frac{18a^2bc^2}{12ac} \text{ کی مختصر ترین شکل ہے:}$$

- (a) $\frac{9abc}{6}$ (b) $\frac{3abc}{2}$ (c) $\frac{18b}{12}$ (d) $\frac{3}{2}$

$$(iii) \frac{15xyz}{10} \text{ کی مختصر ترین شکل ہے:}$$

- (a) $\frac{3xyz}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) xyz (d) $\frac{xyz}{2}$

$$(iv) \frac{3x+1}{5} + \frac{2x+3}{5} \text{ کی مختصر ترین شکل ہے:}$$

- (a) $\frac{5x+4}{10}$ (b) $\frac{5x+4}{5}$ (c) $\frac{5x+4}{25}$ (d) $5x+4$

$$(v) \left(\frac{x^2-y^2}{x+y} \right) (x-y) \text{ کی مختصر ترین شکل ہے:}$$

- (a) $(x+y)^2$ (b) x^2+y^2 (c) $x-y$ (d) $(x-y)^2$

$$(vi) (x^3-y^3) \div (x-y) \text{ کی مختصر ترین شکل ہے:}$$

- (a) x^2-xy+y^2 (b) x^2+xy+y^2 (c) x^2-y^2 (d) x^2+y^2

$$(vii) \frac{5}{x} + \frac{1-x}{3} = \frac{1}{6x} \text{ مساوات کی قسم ہے:}$$

- (a) جذری مساوات (b) معکوس مساوات (c) کسری مساوات (d) قوت نمائی مساوات

$$(viii) 5^x + 64 \cdot 5^{-x} - 20 = 0 \text{ مساوات کی قسم ہے:}$$

- (a) جذری مساوات (b) قوت نمائی مساوات (c) معکوس مساوات (d) کسری مساوات

$$(ix) y^2 - 24y + 128 = 0 \text{ کے ریش ہیں:}$$

- (a) 8, -16 (b) 8, 16 (c) -8, 16 (d) -8, -16

$$3x^2 + 10x + 3 = 0 \quad (x)$$

$$(x-3), (3x-1) \quad (d) \quad (x-3), (3x+1) \quad (c) \quad (x+3), (3x-1) \quad (b) \quad (x+3), (3x+1) \quad (a)$$

جواب

$$(x-y)^2 \quad (v) \quad \frac{5x+4}{5} \quad (iv) \quad \frac{3xyz}{2} \quad (iii) \quad \frac{3abc}{2} \quad (ii) \quad \text{الجبری کسر} \quad (i)$$

$$(x+3), (3x+1) \quad (x) \quad 8, 16 \quad (ix) \quad \text{قوت نمائی مساوات} \quad (viii) \quad \text{کسری مساوات} \quad (vii) \quad x^2 + xy + y^2 \quad (vi)$$

2- مختصر ترین شکل میں لکھیے:

$$(i) \quad \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 6x + 9}$$

$$\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 6x + 9}$$

$$= \frac{x^2 - 4x - 3x + 12}{x^2 - 3x - 3x + 9}$$

$$= \frac{x(x-4) - 3(x-4)}{x(x-3) - 3(x-3)}$$

$$= \frac{(x-4)(x-3)}{(x-3)(x-3)}$$

$$= \frac{x-4}{x-3}$$

حل:

$$(ii) \quad \frac{x^2 + 3x - 18}{7x - 21}$$

$$\frac{x^2 + 3x - 18}{7x - 21}$$

$$= \frac{x^2 + 6x - 3x - 18}{7(x-3)}$$

$$= \frac{x(x+6) - 3(x+6)}{7(x-3)}$$

$$= \frac{(x+6)(x-3)}{7(x-3)}$$

$$= \frac{x+6}{7}$$

حل:

3- مختصر کیجیے۔

$$\frac{5}{x^2 + x - 6} - \frac{1}{2x^2 - 7x + 6} \quad (i)$$

حل:

$$\frac{5}{x^2 + x - 6} - \frac{1}{2x^2 - 7x + 6}$$

$$= \frac{5}{x^2 + 3x - 2x - 6} - \frac{1}{2x^2 - 4x - 3x + 6}$$

$$= \frac{5}{x(x+3) - 2(x+3)} - \frac{1}{2x(x-2) - 3(x-2)}$$

$$= \frac{5}{(x+3)(x-2)} - \frac{1}{(x-2)(2x-3)}$$

$$= \frac{5(2x-3) - (x+3)}{(x-2)(x+3)(2x-3)}$$

$$= \frac{10x - 15 - x - 3}{(x-2)(x+3)(2x-3)}$$

$$= \frac{9x - 18}{(x-2)(x+3)(2x-3)}$$

$$= \frac{9(x-2)}{(x-2)(x+3)(2x-3)} = \frac{9}{(x+3)(2x-3)}$$

$$\frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} \div \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 + 6x + 9}$$

$$\frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} \div \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 + 6x + 9} \quad (ii)$$

حل:

$$= \frac{(x)^3 - (3)^3}{(x)^2 - (3)^2} \div \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 + 3x + 3x + 9}$$

$$= \frac{(x-3)[(x)^2 + (x)(3) + (3)^2]}{(x-3)(x+3)} \div \frac{x^2 + 3x + 9}{x(x+3) + 3(x+3)}$$

$$= \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 9)}{(x-3)(x+3)} \div \frac{x^2 + 3x + 9}{(x+3)(x+3)}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 9}{(x+3)} \times \frac{(x+3)(x+3)}{x^2 + 3x + 9} = \frac{(x+3)(x+3)(x^2 + 3x + 9)}{(x+3)(x^2 + 3x + 9)}$$

$$= x + 3$$

$$\frac{a^2 - (b-c)^2}{(a+b)^2 - c^2} \times \frac{a^2 - (b+c)^2}{(a-b)^2 - c^2} \quad (iii)$$

$$\frac{a^2 - (b-c)^2}{(a+b)^2 - c^2} \times \frac{a^2 - (b+c)^2}{(a-b)^2 - c^2}$$

حل:

$$= \frac{(a - (b-c))(a + (b-c))}{((a+b) - c)((a+b) + c)} \times \frac{(a + (b+c))(a - (b+c))}{((a-b) - c)((a-b) + c)}$$

$$= \frac{\cancel{(a-b+c)} \cancel{(a+b-c)}}{\cancel{(a+b-c)} \cancel{(a+b+c)}} \times \frac{\cancel{(a+b+c)} \cancel{(a-b-c)}}{\cancel{(a-b-c)} \cancel{(a-b+c)}} = 1$$

$$y - 9 = 0$$

$$y = 9$$

$$y - 7 = 0$$

$$y = 7$$

$$x^2 = y \text{ درج کرنے سے}$$

$$x^2 = 9$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

$$x^2 = 7$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{7}$$

$$x = \pm \sqrt{7}$$

4- درج ذیل مساواتوں کو حل کیجیے:

$$x^4 - 16x^2 + 63 = 0 \quad (i)$$

$$x^4 - 16x^2 + 63 = 0$$

$$x^2 = y \text{ فرض کیا}$$

$$(x^2)^2 - y^2$$

$$x^4 = y^2$$

$$y^2 - 16y + 63 = 0$$

$$y^2 - 9y - 7y + 63 = 0$$

$$y(y - 9) - 7(y - 9) = 0$$

$$(y - 9)(y - 7) = 0$$

اس لیے

$$= \pm \sqrt{\frac{3 \times 2}{2 \times 2}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{6}{4}} = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{ \pm \frac{\sqrt{10}}{2}, \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \right\}$$

$$3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0 \quad (\text{iii})$$

$$3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$$

$$3^x = y$$

$$(3^x)^2 = y^2$$

$$3^{2x} = y^2$$

$$y^2 - 12y + 27 = 0$$

$$y^2 - 9y - 3y + 27 = 0$$

$$y(y - 9) - 3(y - 9) = 0$$

$$(y - 9)(y - 3) = 0$$

$$y - 9 = 0$$

$$y = 9$$

$$y - 3 = 0$$

$$y = 3$$

3^x = 9 سے

$$3^x = 9$$

$$3^x = 3^2$$

$$x = 2$$

$$3^x = 3$$

$$3^x = 3^1$$

$$x = 1$$

$$\text{حل سیٹ} = \{1, 2\}$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0 \quad (\text{iv})$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0 \quad \text{حل:}$$

$$x + \frac{1}{x} = y$$

فرض کیا

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$$

اس لیے

$$y^2 - 2 - 3y - 2 = 0$$

$$\text{حل سیٹ} = \{+3, \pm\sqrt{7}\}$$

$$4x^4 - 16x^2 + 15 = 0 \quad (\text{ii})$$

$$4x^4 - 16x^2 + 15 = 0$$

حل:

$$x^2 = y$$

فرض کیا

$$(x^2)^2 = y^2$$

$$x^4 = y^2$$

اس لیے

$$4y^2 - 16y + 15 = 0$$

$$4y^2 - 10y - 6y + 15 = 0$$

$$2y(2y - 5) - 3(2y - 5) = 0$$

$$(2y - 5)(2y - 3) = 0$$

$$2y - 5 = 0$$

$$2y - 3 = 0$$

$$2y = 5$$

$$2y = 3$$

$$y = \frac{5}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$x^2 = \frac{5}{2}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{5}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{5 \times 2}{2 \times 2}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{10}{4}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{10}{2}}$$

دونوں اطراف کا جذر المربع لینے سے

$$x^2 = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$$

√2 سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$\text{حل سیٹ} = \{2 \pm \sqrt{3}, \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}\}$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 4 \quad (v)$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 4 \quad \text{حل:}$$

$$x + \frac{1}{x} = y \quad \text{فرض کیا}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$$

اس لیے

$$y^2 - 2 + y = 4$$

$$y^2 + y - 2 - 4 = 0$$

$$y^2 + y - 6 = 0$$

$$y^2 + 3y - 2y - 6 = 0$$

$$y(y + 3) - 2(y + 3) = 0$$

$$(y + 3)(y - 2) = 0$$

$$y + 3 = 0, \quad y - 2 = 0$$

$$y = -3, \quad y = 2$$

$$x + \frac{1}{x} = y \quad \text{درج کرنے سے}$$

$$x + \frac{1}{x} = -3$$

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) = -3(x)$$

$$x^2 + 1 = -3x$$

$$y^2 - 3y - 4 = 0$$

$$y^2 - 4y + y - 4 = 0$$

$$y(y - 4) + 1(y - 4) = 0$$

$$(y - 4)(y + 1) = 0$$

$$y - 4 = 0$$

$$y = 4$$

$$y + 1 = 0$$

$$y = -1$$

$$x + \frac{1}{x} = y \quad \text{درج کرنے سے}$$

$$x + \frac{1}{x} = 4$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) = x(4)$$

$$x^2 + 1 = 4x$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$a = 1, b = -4, c = 1$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - (4)(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{2(2 \pm \sqrt{3})}{2}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = y$$

اب
دونوں اطراف x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) = x(-1)$$

$$x^2 + 1 = -x$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$a = 1, b = 1, c = 1$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$y = 70$$

$$y = 8$$

$$x^2 + 2x = y$$

$$x^2 + 2x = 70$$

$$x^2 + 2x - 70 = 0$$

$$a = 1, b = 2, c = -70$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-70)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 280}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{284}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 \times 71}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{71}}{2}$$

$$x = \frac{2(-1 \pm \sqrt{71})}{2}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{71}$$

$$x^2 + 2x = 8$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x^2 + 4x - 2x - 8 = 0$$

$$x(x + 4) - 2(x + 4) = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$x + 4 = 0, x - 2 = 0$$

$$x = -4, x = 2$$

$$\text{حل سیٹ} = \{-4, -1 \pm \sqrt{71}\}$$

$$(x - 1)(x - 2)(x + 5)(x - 8) = -360 \quad (\text{vii})$$

$$(x - 1)(x - 2)(x + 5)(x - 8) = -360$$

$$[(x - 1)(x - 2)][(x + 5)(x - 8)] = -360$$

$$(x^2 - 2x - x + 2)(x^2 - 8x + 5x - 40) = -360$$

$$(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3x - 40) = -360$$

$$x^2 - 3x = y$$

$$(y + 2)(y - 40) = -360$$

$$y^2 - 40y + 2y - 80 = -360$$

$$y^2 - 38y - 80 + 360 = 0$$

$$y^2 - 38y + 280 = 0$$

$$y^2 - 28y - 10y + 280 = 0$$

$$y(y - 28) - 10(y - 28) = 0$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$a = 1, b = 3, c = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - (4)(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

اب دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) = 2(x)$$

$$x^2 + 1 = 2x$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$\sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{0}$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{1, \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$$

$$(x + 9)(x - 3)(x - 7)(x + 5) = 385 \quad (\text{vi})$$

حل: ترتیب دینے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$[(x + 9)(x - 7)][(x + 5)(x - 3)] = 385$$

$$(x^2 - 7x + 9x - 63)(x^2 - 3x + 5x - 15) = 385$$

$$(x^2 + 2x - 63)(x^2 + 2x - 15) = 385$$

$$x^2 + 2x = y$$

$$(y - 63)(y - 15) = 385$$

$$y^2 - 15y - 63y + 945 = 385$$

$$y^2 - 78y + 945 - 385 = 0$$

$$y^2 - 78y + 560 = 0$$

$$y^2 - 70y - 8y + 560 = 0$$

$$y(y - 70) - 8(y - 70) = 0$$

$$(y - 70)(y - 8) = 0$$

$$y - 70 = 0$$

$$y - 8 = 0$$

$$\begin{aligned}
 x - 7 &= 0 & x + 4 &= 0 \\
 x &= 7 & x &= -4 \\
 x^2 - 3x &= 10 \\
 x^2 - 3x - 10 &= 0 \\
 x^2 - 5x + 2x - 10 &= 0 \\
 x(x - 5) + 2(x - 5) &= 0 \\
 (x - 5)(x + 2) &= 0 \\
 x - 5 &= 0 & x + 2 &= 0 \\
 x &= 5 & x &= -2 \\
 \text{حل سیٹ} &= \{-4, -2, 5, 7\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (y - 28)(y - 10) &= 0 \\
 y - 28 &= 0 & y - 10 &= 0 \\
 y &= 28 & y &= 10 \\
 \text{درج کرنے سے } x^2 - 3x - y & \\
 x^2 - 3x &= 28 \\
 x^2 - 3x - 28 &= 0 \\
 x^2 - 7x + 4x - 28 &= 0 \\
 x(x - 7) + 4(x - 7) &= 0 \\
 (x - 7)(x + 4) &= 0
 \end{aligned}$$

5۔ احمد 50 گلاسوں کو پیٹ کرنے میں 2 گھنٹے لگاتا ہے، فائزہ 45 گلاسوں کو پیٹ کرنے میں 2 گھنٹے لگاتی ہے۔ اکٹھے کام کرتے ہوئے، انہیں 150 گلاسوں کو پیٹ کرنے میں کتنا وقت لگنا چاہیے؟

$$\text{حل:} \quad 25 \text{ گلاس فی} = \frac{50}{2} = \text{احمد ایک گھنٹے میں جتنے گلاس پیٹ کرتا ہے۔}$$

$$22.5 \text{ گلاس فی} = \frac{45}{2} = \text{فائزہ ایک گھنٹے میں جتنے گلاس پیٹ کرتی ہے۔}$$

$$47.5 \text{ گلاس} = 22.5 + 25 = \text{ایک ساتھ کام کرنے کا میں جتنے وقت لگے گا}$$

$$\text{منٹ} (0.16 \times 60) = 9.6 \text{ گھنٹے} = \frac{150}{47.5} = 3.16 \text{ گلاسوں کو پیٹ کرنے میں جتنے وقت لگے گا}$$

$$= 3 \text{ گھنٹے} + 9.6 \text{ منٹ}$$

$$= 3 \text{ گھنٹے} + 10 \text{ منٹ}$$

$$= 3 \text{ گھنٹے} + 10 \text{ منٹ}$$

6۔ ایک ٹل ایک ٹینک کو 6 گھنٹے میں بھر سکتا ہے۔ ایک دوسرا ٹل اسے 9 گھنٹے میں بھر کر سکتا ہے۔ اگر دونوں ٹل ایک ساتھ کھول دیے جائیں تو خالی ٹینک کو بھرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

$$\text{ٹینک 1} = \text{پہلا ٹل 6 گھنٹے میں جتنا ٹینک بھرتا ہے}$$

$$= \frac{1}{6} \text{ ٹینک}$$

$$\text{ٹینک 1} = \text{دوسرا ٹل 9 گھنٹے میں جتنا ٹینک بھرتا ہے}$$

$$\text{ٹینک } \frac{1}{9} = \text{دوسرا ٹل ایک گھنٹے میں جتنا ٹینک بھرتا ہے۔}$$

$$\text{دونوں ٹلوں کی مشترکہ رفتار} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9}$$

$$= \frac{3+2}{18} = \frac{5}{18}$$

$$\frac{5}{18} \text{ ٹینک 1 گھنٹے میں بھرے تو 1 ٹینک بھرنے کا وقت گھنٹے 3.6} = \frac{18}{5} = \frac{1}{5} = \text{ایک پورا ٹینک، بھرنے کا وقت}$$

$$18$$

$$\text{منٹ} (0.6 \times 60) = 3 \text{ گھنٹے} + 36 \text{ منٹ}$$

$$= 3 \text{ گھنٹے} + 36 \text{ منٹ}$$

$$\text{پس 3 گھنٹے 36 منٹ میں ٹینک بھر جائے گا۔}$$

7- ماہم نے کھلونوں کی ایک خاص تعداد 300 روپے میں خریدی۔ اگر ہر کھلونا 5 روپے سستا ہوتا تو وہ اس سے دو مزید کھلونے خرید سکتی تھی۔ اُس نے کتنے کھلونے خریدے؟

حل:

فرض کیا کہ ہر کھلونے کے خریدے گئے کھلونوں کی تعداد x ہے۔
 ہر کھلونے کی اصل قیمت = $\frac{300}{x}$

اگر ہر کھلونا 5 روپے سستا ہوتا تو 2 کھلونے زیادہ ملتے

ستتا ہونے کے بعد کی قیمت = $\frac{300}{x} - 5$

اب اسی پیسے (300 روپے) میں کھلونے ملتے ہیں $x + 2$

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق اب اس لیے $(x + 2) \left(\frac{300}{x} - 5 \right) = 300$

$(x + 2) \left(\frac{300 - 5x}{x} \right) = 300$

مساوات کے دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$x \times (x + 2) \left(\frac{300 - 5x}{x} \right) = 300 \times x$

$(x + 2) (300 - 5x) = 300x$

$300x - 5x^2 + 600 - 10x = 300x$
 $300x - 5x^2 - 10x + 600 - 300x = 0$

$-5x^2 - 10x + 600 = 0$

$-5(x^2 + 2x + 120) = 0$

$x^2 + 2x + 120 = 0$

$x^2 + 12x - 10x - 120 = 0$

$x(x + 12) - 10(x + 12) = 0$

$(x + 12)(x - 10) = 0$

$x + 12 = 0$ یا $x - 10 = 0$

$x = -12$ یا $x = 10$

$x = 10$

منفی قدر کو منفی نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

پس ماہم نے 10 کھلونے خریدے۔

معروضی طرز سوالات

اضافی کثیر الانتخابی سوالات

مجملہ تعبیر کی نئی امتحانی تکنیکس (Knowledge, Understanding, Application, Analytical & Conceptual) کی روشنی میں مرتب کیے گئے کثیر الانتخابی سوالات

الجبری کسر

5.1

درست جواب کا انتخاب کریں۔

ان میں سے کون سی الجبری کسر ہے؟

$ax^2 - bx + c = 0$ (d)

$\frac{3y}{x}$ (c)

$\frac{3x}{n-x}$ (b)

$ax + b = 0$ (a)

(d) غیر مساوات

(c) مساوات

(b) کثیر لفظی

(a) الجبری کسر

$$\frac{27x^2y}{2x+4y} \quad -2$$

$$\frac{x+5}{x+2} \quad -3$$

(d) ناطق جملہ

(c) مقادیر اسم

(b) مساوات

(a) کثیر لفظی

-4 کون سا ناطق جملہ نہیں ہے؟

$$\frac{5ab}{10} \quad (d)$$

$$\frac{x+y}{x^2-y^2} \quad (c)$$

$$\frac{2x}{3y} \quad (b)$$

$$\frac{3x^{-2}}{y} \quad (a)$$

ناطق جملوں کی آسان شکل

5.1.2

-5 درج ذیل میں سے الجبری کسر کی مثال کون سی ہے؟

(d) یہ سب

$$\frac{a+b}{a-b} \quad (c)$$

$$\frac{3x+y}{5x} \quad (b)$$

$$\frac{5}{y} \quad (a)$$

$$\frac{249}{8b} \quad (d)$$

$$\frac{15}{16} \quad (c)$$

$$\frac{a^2}{8} \quad (b)$$

$$\frac{8a^2b}{a} \quad (a)$$

-7 کی مختصر ترین شکل ہے:

$$\frac{(m-n)(m-n)}{m+n} \quad (d)$$

$$m-n \quad (c)$$

$$(m+n)(m-n) \quad (b)$$

$$m^3-n^3 \quad (a)$$

-8 کی مختصر ترین شکل کیا ہوگی؟

$$6x+8y \quad (d)$$

$$\frac{2xy}{2xy} \quad (c)$$

$$\frac{3xy+4xy}{2} \quad (b)$$

$$3x+4 \quad (a)$$

-9 کی مختصر ترین شکل ہے:

$$c^2+cd+d^2 \quad (d)$$

$$\frac{(c+d)(c-d)}{c-a} \quad (c)$$

$$(c-d)^2 \quad (b)$$

$$c-d \quad (a)$$

-10 کی مختصر ترین شکل ہے:

$$\frac{(x-y)^2}{x+y} \quad (d)$$

$$\frac{x}{x^2-y^3} \quad (c)$$

$$\frac{x^2y}{xy} \quad (b)$$

$$\frac{xy}{x^3y-xy^3} \quad (a)$$

-11 کی مختصر ترین شکل کا ہے:

$$5x \quad (d)$$

$$10 \quad (c)$$

$$x+5 \quad (b)$$

$$5 \quad (a)$$

-12 کی مختصر ترین شکل ہے:

$$\frac{x+4}{x-4} \quad (d)$$

$$\frac{x-4}{x+4} \quad (c)$$

$$-1 \quad (b)$$

$$\frac{1}{8x} \quad (a)$$

$$\frac{a+1}{a-11} \quad (d)$$

$$\frac{1}{a-11} \quad (c)$$

$$\frac{1}{a+11} \quad (b)$$

$$(a+1)(a-1) \quad (a)$$

$$\frac{x^2+7x+10}{x^2-4} \text{ کی مختصر ترین شکل ہے:} \quad -13$$

$$\frac{a+1}{a-11} \quad (d)$$

$$\frac{7x+10}{x+2} \quad (c)$$

$$\frac{x+5}{x-2} \quad (b)$$

$$\frac{x+5}{x+2} \quad (a)$$

$$\frac{4a}{a^3-a} \text{ کی مختصر ترین شکل ہے:} \quad -15$$

$$\frac{1}{(a+1)(a-1)} \quad (d)$$

$$\frac{4a}{a+1} \quad (c)$$

$$\frac{4}{a^2-1} \quad (b)$$

$$\frac{4a}{a^2+1} \quad (a)$$

ناطق جملوں کی مہارت

5.2

$$\frac{ac}{b-d} \quad (d)$$

$$\frac{ad+bc}{bd} \quad (c)$$

$$\frac{a+c}{b+d} \quad (b)$$

$$\frac{ac}{bc} \quad (a)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} \text{ کا L.C.M.} \quad -17$$

$$x^2-2 \quad (d)$$

$$x(x-2) \quad (c)$$

$$x^2+2 \quad (b)$$

$$x(x+2) \quad (a)$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \quad -18$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \quad (d)$$

$$\frac{1}{ab} \quad (c)$$

$$\frac{b-a}{ab} \quad (b)$$

$$\frac{a+b}{ab} \quad (a)$$

$$\frac{2}{c} + \frac{3}{f} = \quad -19$$

$$\frac{6}{c+f} \quad (d)$$

$$\frac{2f+3c}{cf} \quad (c)$$

$$\frac{2c-3f}{cf} \quad (b)$$

$$\frac{5}{c+f} \quad (a)$$

$$\frac{4}{x-3} - \frac{2}{x+1} = \quad -20$$

$$\frac{2x+2}{x^2-2x+3} \quad (d)$$

$$\frac{2}{(x-3)(x+1)} \quad (c)$$

$$\frac{2x-2}{(x-3)(x+1)} \quad (b)$$

$$\frac{2x+10}{(x-3)(x+1)} \quad (a)$$

$$x \text{ کی کون سی قیمت } \frac{x-5}{x^2-5} \text{ کو غیر تعریف شدہ بناتی ہے} \quad -21$$

$$0 \quad (d)$$

$$-5 \text{ اور } 5 \quad (c)$$

$$\text{صرف } -5 \quad (b)$$

$$\text{صرف } 5 \quad (a)$$

$$\frac{\frac{x}{1}}{y} = \frac{x}{y} \quad -22$$

$$\frac{xy}{1} \quad (d)$$

$$\frac{x}{y} \quad (c)$$

$$\frac{1}{xy} \quad (b)$$

$$\frac{y}{x} \quad (a)$$

$$\frac{24x^2y}{5c} \times \frac{10c}{48y} \quad -23$$

$$\frac{34}{5xy} \quad (d)$$

$$y^2 \quad (c)$$

$$240xy \quad (b)$$

$$x^2 \quad (a)$$

$$\frac{3x}{4y} + \frac{3x}{8y} \quad -24$$

کی مختصر ترین شکل ہوگی۔

$$2 \quad (d)$$

$$\frac{x}{y} \quad (c)$$

$$\frac{3x^2}{8y} \quad (b)$$

$$\frac{9x^2}{3xy^2} \quad (a)$$

$$(a^3 + b^3) \div (a + b) \quad -25$$

کی مختصر شدہ شکل کیا ہوگی؟

$$a^2 - ab - b^2 \quad (d)$$

$$a^2 + ab + b^2 \quad (c)$$

$$a^2 - ab + b^2 \quad (b)$$

$$a^2 + b^2 \quad (a)$$

$$a^2 - y^2 \times \frac{4x}{a - y} \quad -26$$

کی مختصر ترین شکل ہوگی۔

$$\frac{4}{a - y} \quad (d)$$

$$\frac{a + y}{a - y} \quad (c)$$

$$4x(a - b) \quad (b)$$

$$4x(a + y) \quad (a)$$

$$a^4 - b^4 \times \frac{1}{a + b} = \quad -27$$

$$(a^2 + b^2)(a - b) \quad (d)$$

$$\frac{a^2 - b^2}{ab} \quad (c)$$

$$\frac{a^3 - b^3}{ab} \quad (b)$$

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} \quad (a)$$

$$\frac{5x + 1}{y} - \frac{4}{y} \quad -28$$

کی مختصر ترین شکل کیا ہوگی؟

$$\frac{20x + 4}{y^2} \quad (d)$$

$$0 \quad (c)$$

$$\frac{ax + 1}{y} \quad (b)$$

$$\frac{5x - 3}{y} \quad (a)$$

$$\frac{9xy - x}{m} \quad (d)$$

$$\frac{m(x - 8)}{z} \quad (c)$$

$$\frac{12x^2y}{mz} \quad (b)$$

$$\frac{3x - 4y}{zm} \quad (a)$$

$$\frac{1}{15a^2c^2} \times \frac{3ac}{4l} \quad -30$$

کی مختصر ترین شکل ہے۔

$$\frac{15a^2c^2}{12ac} \quad (d)$$

$$\frac{3ac}{90acl} \quad (c)$$

$$\frac{1}{20acl} \quad (b)$$

$$20acl \quad (a)$$

31 $3x^4 - 11x^2 + 5 = 0$ کی تبدیل شدہ دو درجی مساوات ہے۔
 (a) $\frac{3x^2}{x} - \frac{11}{x} - 5 = 0$ (b) $3y^2 + 11y - 5 = 0$ (c) $3y^2 + 11y = 5$ (d) $3y^2 - 11y + 5 = 0$

32 ایسی مساوات جو فیئر کو اس کے معکوس سے بدلنے پر بھی تبدیل نہ ہو کہلاتی ہے۔
 (a) معکوس مساوات (b) قوت نمائی مساوات (c) جذری مساوات (d) سادہ مساوات

33 $2^x - 5 \cdot 2^{2x} + 3 = 0$ کہلاتی ہے:
 (a) جذری مساوات (b) خطی مساوات (c) قوت نمائی مساوات (d) سادہ مساوات

34 اگر $x^2 = \frac{3}{2}$ ہو تو $x =$ _____
 (a) $\frac{3}{2}$ (b) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (c) $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ (d) $\pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

35 $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ کو دو درجی مساوات میں تبدیل کرنے کے لیے ہم درج کرتے ہیں:
 (a) $x^{2n} = y$ (b) $x^n = y$ (c) $x = y^{2n}$ (d) $x = y^x$

36 $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$ کے حقیقی رُوں ہیں
 (a) 1, 3 (b) 0, 1 (c) 1, 2 (d) 3, 5

37 اگر $4^x = 2$ ہو تو x کس کے برابر ہوگا؟
 (a) $-\frac{1}{2}$ (b) 2 (c) -2 (d) $\frac{1}{2}$

38 اگر $3^x = 1$ ہو تو x برابر ہوگا:
 (a) -3 (b) 2 (c) 0 (d) -1

39 ایک معکوس مساوات تبدیل نہیں ہوتی جب x کو _____ میں بدلتے ہیں۔
 (a) $\frac{1}{x}$ (b) $-\frac{1}{x}$ (c) $\frac{1}{x^2}$ (d) x^2

40 $2y^2 - 11y + 12 = 0$ کے یک درجی فیکٹر ہیں:
 (a) $(y + 11)(y + 2)$ (b) $(y - 3)(y - 4)$ (c) $(y - 16)$ (d) $(2y - 3)(y - 4)$

41 $y^2 - 24y + 128 = 0$ کے یک درجی فیکٹر ہیں:
 (a) $(y - 16)(y - 8)$ (b) $(y + 8)(y + 16)$ (c) $(y - 16)(y + 16)$ (d) $(y + 9)(y + 6)$

جوابات

1- $\frac{3y}{x}$	2- الجبری کسر	3- ناطق جملہ	4- $\frac{3x^2}{y}$	5- یہ سب
6- $\frac{a^2}{8}$	7- $m - n$	8- $3x + 4$	9- $c^2 + cd + d^2$	10- $\frac{1}{x^2 - y^2}$
11- 5	12- $\frac{x - 4}{x + 4}$	13- $\frac{1}{a - 11}$	14- $\frac{x + 5}{x - 2}$	15- $\frac{4}{a^2 - 1}$

$$\begin{array}{llll}
 \frac{2x+10}{(x-3)(x+1)} & -20 & \frac{2f+3c}{cf} & -19 \\
 (a^2-ab+b^2) & -25 & \frac{b-a}{ab} & -18 \\
 \frac{1}{20ac} & -30 & \frac{m(x-y)}{x-y} & -29 \\
 x^n=y & -35 & \frac{5x-3}{y} & -28 \\
 (y-16)(y-8) & -41 & \frac{1}{x} & -39 \\
 (2y-3)(y-4) & -40 & 0 & -38 \\
 \frac{1}{2} & -37 & 1.2 & -36
 \end{array}$$

اضافی مختصر سوالات

مختصر سوالات کی سطح تکفیس (Knowledge, Understanding, Application, Analytical & Conceptual) کی روشنی میں مرتب کیے گئے مختصر سوالات

5.1 الجبری کسر

- 1- الجبری کسر کی تعریف کریں۔
جواب: ایک الجبری کسر ایسی کسر ہوتی ہے۔ جہاں شمار کنندہ، مخارج یا دونوں الجبری جملوں پر مشتمل ہوں۔
- 2- x کی کون سی قیمت $\frac{7}{x-5}$ کو غیر تعریف شدہ بنا دے گی؟
جواب: x کی قیمت 5 نہیں ہو سکتی کیونکہ $\frac{7}{x-5}$ کو غیر تعریف شدہ بنا دے گا۔
- 3- ایک ناطق جملہ کی تعریف کریں۔
جواب: ایک ناطق جملہ $\frac{P(x)}{Q(x)}$ ہے جہاں $P(x)$ اور $Q(x)$ دو کثیر رقمیاں ہیں اور $Q(x) \neq 0$
- 4- کیا $\frac{19}{x}$ ایک ناطق جملہ ہے؟
جواب: ہاں $\frac{19}{x}$ ایک ناطق جملہ ہے کیونکہ مخارج ایک متغیر x پر مشتمل ہے۔ شمار کنندہ اور مخارج دونوں کثیر رقمیاں ہیں۔

$$= \frac{3ac^3y^2}{ay^2-2c}$$

$$= \frac{3ac^3y^2}{ay^2-2c}$$

$$= \frac{5x^2-15xy}{9xy-27y^2} \quad -6$$

$$= \frac{5x^2-15xy}{9xy-27y^2}$$

حل:

$$= \frac{18a^2c^3y^4}{6a^2y^2-12ac^3} \quad -5$$

$$= \frac{18a^2c^3y^4}{6a^2y^2-12ac^3}$$

$$= \frac{18a^2c^3y^4}{6a(ay^2-2c)}$$

$$= \frac{3a^{2-1}c^3y^2}{ay^2-2c}$$

حل:

$$= \frac{(x^2 + y^2)(x^2)^2 - (x^2)(y^2) + (y^2)^2}{(x^2 + y^2)}$$

$$= \frac{(x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)}{(x^2 + y^2)}$$

$$= x^4 - x^2y^2 + y^4$$

5.2 ناطق جملوں کی مہارت

$$-11 \quad \frac{x}{x-y} + \frac{2x}{x+y} \quad \text{کو مختصر کیجیے۔}$$

$$\frac{x}{x-y} + \frac{2x}{x+y} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{x(x+y) + 2x(x-y)}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2 + xy + 2x^2 - 2xy}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{3x^2 - xy}{(x-y)(x+y)}$$

$$-12 \quad \frac{x}{5} + \frac{5}{x} \quad \text{کو مختصر کیجیے۔}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{5}{x} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{x^2 + 25}{5x}$$

$$-13 \quad \frac{2}{x+3} - \frac{1}{x} \quad \text{کو مختصر کیجیے۔}$$

$$\frac{2}{x+3} - \frac{1}{x} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{2x - (x+3)}{x(x+3)}$$

$$= \frac{2x - x - 3}{x(x+3)}$$

$$= \frac{x-3}{x(x+3)}$$

$$-14 \quad \frac{3}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} \quad \text{کو مختصر کیجیے۔}$$

$$\frac{3}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{3}{(x+2)(x-2)} - \frac{1}{x-2}$$

$$= \frac{5x(x-3y)}{9y(x-3y)} = \frac{5x}{9y}$$

$$-7 \quad \frac{3x+4}{6x^2-x-12} \quad \text{کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔}$$

$$\frac{3x+4}{6x^2-x-12}$$

$$= \frac{3x+4}{6x^2-9x+8x-12}$$

$$= \frac{3x+4}{3x(2x-3)+4(2x-3)}$$

$$= \frac{3x+4}{(3x+4)(2x-3)}$$

$$= \frac{1}{(2x-3)}$$

$$-8 \quad \frac{4x+8}{4} \quad \text{کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔}$$

$$\frac{4x+8}{4}$$

$$= \frac{4(x+2)}{4} = x+2$$

$$-9 \quad \frac{x^2+5x+6}{x^2-4} \quad \text{کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔}$$

$$\frac{4x+8}{4}$$

$$= \frac{x^2+3x+2x+6}{(x)^2-(2)^2}$$

$$= \frac{x(x+3)+2(x+3)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+3}{x-2}$$

$$-10 \quad \frac{x^6+y^6}{x^2+y^2} \quad \text{کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔}$$

$$\frac{x^6+y^6}{x^2+y^2}$$

$$= \frac{(x^2)^3 + (y^2)^3}{x^2+y^2}$$

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \times \frac{x+2}{x^2 + 2x + 4} \quad \text{حل:} \quad -18$$

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \times \frac{x+2}{x^2 + 2x + 4}$$

$$= \frac{(x^3) - (2)^3}{(x)^2 - (2)^2} \times \frac{x+2}{x^2 + 2x + 4}$$

$$= \frac{(x-2)(x^2 + (2)(x) + (2)^2)}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x+2}{x^2 + 2x + 4}$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)(x^2 + 2x + 4)}{(x-2)(x+2)(x^2 + 2x + 4)}$$

$$= 1$$

$$\frac{x^2 - 9}{9x^2 - 9} \div \frac{x+3}{2x-3} \quad \text{حل:} \quad -19$$

$$\frac{x^2 - 9}{4x^2 - 9} \div \frac{x+3}{2x-3}$$

$$\frac{(x)^2 - (3)^2}{(2x)^2 - (3)^2} \div \frac{x+3}{2x-3}$$

$$\frac{(x+3)(x-3)}{(2x+3)(2x-3)} \times \frac{2x-3}{x+3}$$

$$= \frac{(x+3)(x-3)(2x-3)}{(x+3)(2x+3)(2x-3)}$$

$$= \frac{x-3}{2x+3}$$

$$\frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 16} \div \frac{x^2 + 6x + 9}{x+4} \quad \text{حل:} \quad -20$$

$$\frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 16} \div \frac{x^2 + 6x + 9}{x+4}$$

$$= \frac{x^2 - 4x + 3x - 12}{(x)^2 - (4)^2} \div \frac{(x)^2 + 2(x)(3) + (3)^2}{x+4}$$

$$= \frac{x(x-4) + 3(x-4)}{(x+4)(x-4)} \div \frac{(x+3)^2}{x+4}$$

$$= \frac{(x+3)(x-4)}{(x+4)(x-4)} \times \frac{x+4}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{3 - (x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{3 - x - 2}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{1 - x}{x^2 - 4}$$

$$\frac{1}{6x} + \frac{1}{4x^2} \quad \text{حل:} \quad -15$$

$$\frac{1}{6x} + \frac{1}{4x^2}$$

$$= \frac{2x + 3}{12x^2}$$

$$\frac{x^2 - 9}{4} \times \frac{8}{x-3} \quad \text{حل:} \quad -16$$

$$\frac{x^2 - 9}{4} \times \frac{8}{x-3}$$

$$= \frac{(x)^2 - (3)^2}{4} \times \frac{8}{x-3}$$

$$= \frac{(x+3)(x-3)}{4} \times \frac{8}{x-3}$$

$$= \frac{8(x+3)(x-3)}{4(x-3)}$$

$$= 2(x+3)$$

$$\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9} \times \frac{x+3}{2x-1} \quad \text{حل:} \quad -17$$

$$\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9} \times \frac{x+3}{2x-1}$$

$$= \frac{2x^2 + 6x - x - 3}{(x)^2 - (3)^2} \times \frac{x+3}{2x-1}$$

$$= \frac{2x(x+3) - 1(x+3)}{(x+3)(x-3)} \times \frac{x+3}{2x-1}$$

$$= \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+3)(x-3)} \times \frac{x+3}{2x-1}$$

$$= \frac{(2x-1)(x+3)(x+3)}{(2x-1)(x+3)(x-3)} = \frac{x+3}{x-3}$$

24- مساوات $5^{2x} 6 \cdot 5^x + 5 = 0$ میں اگر ہم $5^x = y$ فرض کیا

کون سی دو درجی مساوات حاصل ہوگی؟

$$y = 5^x \quad \text{اگر}$$

$$y^2 = (5^x)^2 \quad \text{جب}$$

$$y^2 = 5^{2x}$$

پس حاصل شدہ دو درجی مساوات ہوگی۔

$$y^2 - 6y + 5 = 0$$

25- قوت نمائی مساوات کی تعریف کریں۔

جواب: وہ مساواتیں جن میں متغیر قوت نمائیں ہو قوت نمائی مساواتیں

کہلاتی ہیں۔ مثال کے طور پر $2 - 3 \cdot 2^{2x} - 2$

26- معکوس مساوات کی تعریف کریں۔

جواب: ایسی مساوات جو متغیر کو اس کے معکوس سے بدلنے میں تبدیل نہ ہو۔

27- ایک قدرتی عدد اور اس کے معکوس کا مجموعہ $\frac{10}{3}$ ہے۔ عدد

معلوم کریں۔

حل: فرض کیا مطلوبہ قدرتی عدد x ہے اور اس کا معکوس $\frac{1}{x}$ ہے۔

$$x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \quad \text{مساوات قائم کرنے سے}$$

$$3x(x) + 3x\left(\frac{1}{x}\right) = 3x\left(\frac{10}{3}\right)$$

$$3x^2 + 3 = 10x$$

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$3x^2 - 9x - x + 3 = 0$$

$$3x(x - 3) - 1(x - 3) = 0$$

$$(x - 3)(3x - 1) = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$3x - 1 = 0$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$x = 3, \frac{1}{3} \quad \text{پس}$$

کیونکہ مطلوبہ عدد قدرتی عدد ہے۔ پس مطلوبہ عدد 3

$$\begin{aligned} &= \frac{(x-4)(x+4)(x+3)}{(x-4)(x+4)(x+3)(x+3)} \\ &= \frac{1}{x+3} \end{aligned}$$

$$-21 \quad \frac{10x^3}{x^3 - y^3} + \frac{5x}{x^2 + xy + y^2} \quad \text{کو مختصر کریں۔}$$

$$\text{حل:} \quad \frac{10x^3}{x^3 - y^3} + \frac{5x}{x^2 + xy + y^2}$$

$$= \frac{10x^3}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)} \times \frac{x^2 + xy + y^2}{5x}$$

$$= \frac{10x^3 \times (x^2 + xy + y^2)}{5x(x-y)(x^2 + xy + y^2)}$$

$$= \frac{2x^{3-1}}{x-y} = \frac{2x^2}{x-y}$$

$$-22 \quad \frac{y^5}{y-3} \times \frac{y^2-9}{y^4} \quad \text{کو مختصر کریں۔}$$

$$\text{حل:} \quad \frac{y^5}{y-3} \times \frac{y^2-9}{y^4}$$

$$= \frac{y^5}{y-3} \times \frac{(y)^2 - (3)^2}{y^4}$$

$$= \frac{y^5}{y-3} \times \frac{(y-3)(y+3)}{y^4}$$

$$= \frac{y^5(y-3)(y+3)}{y^4(y-3)}$$

$$= y^{5-4}(y+3)$$

$$= y(y+3)$$

5.3 مساواتوں کا حل جن کو دو درجی مساوات میں تبدیل کیا جاسکتا ہو

$$-23 \quad x^6 - 9x^3 + 7 = 0 \quad \text{کو دو درجی مساوات میں تبدیل کرنے کے لیے آپ کون سا متبادل استعمال کریں گے؟}$$

حل: فرض کیا $x^3 = y$

$$(x^3)^2 = y^2$$

$$x^6 = y^2$$

اس طرح متبادل سے مساوات $y^2 - 9y + 7 = 0$ بن جاتی ہے۔