

شماراتی اشکال (Statistical Diagrams)



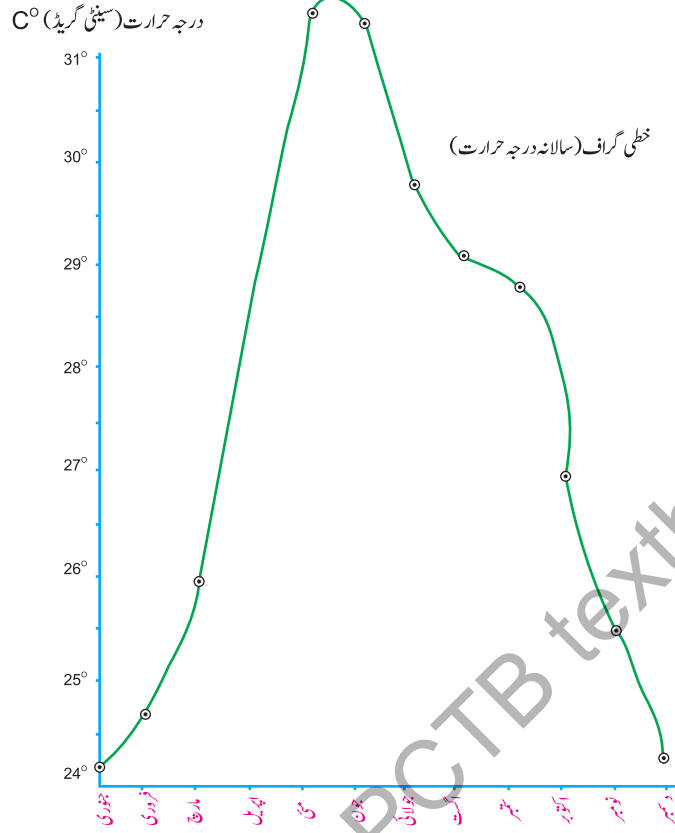
علم جغرافیہ ایک ماحولیاتی سائنس ہے جس میں طبعی، معاشی، معاشرتی، تمدنی اور تجارتی حوالے سے بہت سا مواد اکٹھا کیا جاتا ہے۔ ایسے مواد کو قابل فہم صورت میں پیش کرنے کے لیے مختلف شماراتی اصولوں سے واقفیت ضروری ہے۔ شماراتی تکنیکوں سے مراد ایسے طریقے ہیں جن کی مدد سے حاصل کردہ مواد (Data) کو مختلف جدولوں، اشکال اور گرافوں وغیرہ کی شکل میں ایک مقداری طریقے سے ظاہر کیا جاتا ہے تاکہ ان کا فہم آسان ہو سکے۔ مختلف شماراتی اعداد و شمار کو مختلف طریقوں سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اعداد و شمار کو بذریعہ اشکال ظاہر کرنے کا مقصد یہ ہوتا ہے کہ اعداد و شمار کا ملاحظہ کیے بغیر ایک ہی نظر سے ان کی حقیقت کا اندازہ ہو جائے، یعنی ہم آسانی کے ساتھ مختلف اشیا کی پیداوار اور مقدار کا باہمی موازنہ یا مقابلہ کر سکیں۔ اس لیے ان اعداد و شمار کو ظاہر کرنے والے طریقے بڑی اہمیت کے حامل ہوتے ہیں۔ ان اعداد و شمار کو مندرجہ ذیل اشکال میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

- 1- خطی یا لائن گراف Line Graph
- 2- پٹی دار یا بار گراف Bar Graph
- 3- مدور اشکال یا پائی گراف Pie Graph

1- خطی یا لائن گراف (Line Graph)

اس قسم کے گراف میں کسی چیز کی آہستہ یا اچانک تبدیلی کو ظاہر کیا جاتا ہے۔ خطی گراف بنانے کے لیے گراف پیپر پر دو خطوط ایک افقی اور دوسرا عمودی کھینچے جاتے ہیں۔ افقی خط پر وقت سے متعلقہ اعداد و شمار یعنی دن، مہینے اور سال وغیرہ ظاہر کیے جاتے ہیں جبکہ عمودی خط پر تبدیل ہونے والے اعداد و شمار یعنی کہ درجہ حرارت، بارش، ہوا کا دباؤ وغیرہ کی پیداوار وغیرہ ظاہر کیے جاتے ہیں۔ مقداروں کو ظاہر کرنے کے لیے ایک مناسب پیمانہ مقرر کیا جاتا ہے۔ پھر اس پیمانے کی مدد سے وقت سے متعلقہ اعداد و شمار یعنی دن، مہینے اور سال وغیرہ کے سامنے نقطے لگا دیے جاتے ہیں۔ آخر میں ان نقاط کو آپس میں ملائے ہوئے ایک خط کھینچ دیا جاتا ہے۔ اس طرح خطی گراف تیار ہو جاتا ہے۔ مثال کے طور پر کسی ایک مقام کے ماہانہ اوسط درجہ حرارت سینٹی گریڈ کی تقسیم درج ذیل ہے۔ اس کا خطی گراف اس طرح تیار ہوگا۔

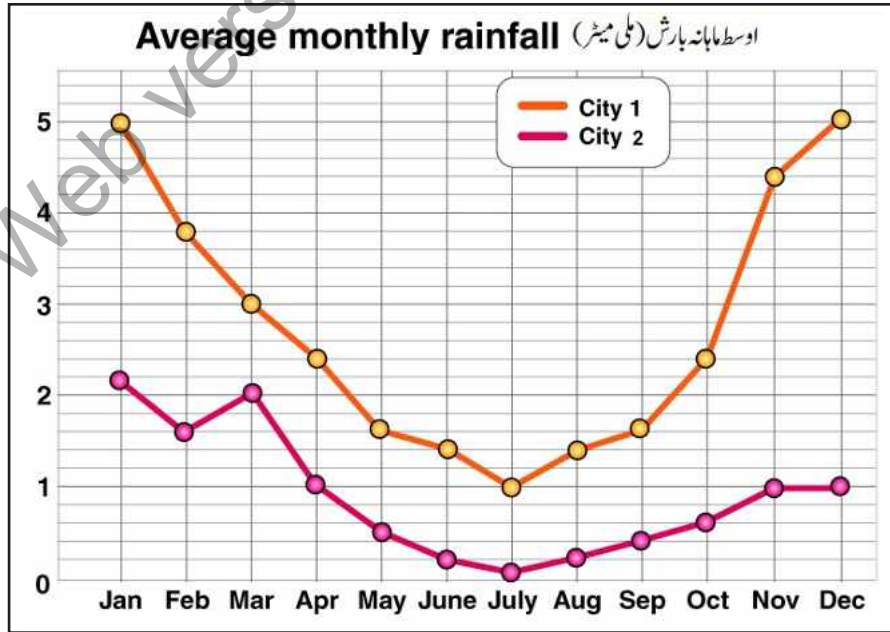
مہینے	درجہ حرارت سینٹی گریڈ میں	مہینے	درجہ حرارت سینٹی گریڈ
جنوری	10	جولائی	36.7
فروری	13.5	اگست	32.5
مارچ	16.8	ستمبر	29.6
اپریل	24.2	اکتوبر	27.4
مئی	30.0	نومبر	20.1
جون	38.5	دسمبر	15.8



خطی گراف (درجہ حرارت سینٹی گریڈ میں)

سرگرمی

دیے گئے خطی گراف کے مطابق دو مختلف شہروں میں بارش کی مقدار (ملی میٹر) کا جدول بنائیں۔



بارش کی مقدار (ملی میٹر) شہر 2	بارش کی مقدار (ملی میٹر) شہر 1	مہینہ
		جنوری
		فروری
		مارچ
		اپریل
		مئی
		جون
		جولائی
		اگست
		ستمبر
		اکتوبر
		نومبر
		دسمبر

خطی یا لائن گراف کی خوبیاں (Merits of Line Graph)

خطی یا لائن گراف کی مندرجہ ذیل خوبیاں ہیں۔

- 1- خطی گراف کی مدد سے بہت سی اشیا کی سالانہ، ماہانہ اور روزانہ کی پیداوار کی کمی و بیشی کو بہتر طریقے سے پیش کیا جاسکتا ہے۔
- 2- یہ گراف آب و ہوا کے اعداد و شمار دکھانے کے لیے بہتر ہے۔
- 3- اس گراف کے ذریعے مختلف مقداروں کا مقابلہ کرنا بہت آسان ہو جاتا ہے۔
- 4- اس گراف کے ذریعے چیزوں کی مقداروں کے اتار چڑھاؤ کو ظاہر کرنا آسان ہو جاتا ہے۔
- 5- خطی گراف شماریاتی اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کا آسان طریقہ ہے۔

خطی یا لائن گراف کی خامیاں (Demerits of Line Graph)

خطی یا لائن گراف کی مندرجہ ذیل خامیاں ہیں۔

- 1- اس گراف کے ذریعے کسی چیز کی فی صدی مقدار ظاہر نہیں کی جاسکتی۔
- 2- اس گراف کے ذریعے کسی چیز کی کل مقدار ظاہر کرتے وقت غلطی کا امکان موجود رہتا ہے۔

مشق (Exercise)

سوال 1: ایک مقام کا اوسط ماہانہ درجہ حرارت درج ذیل ہے اس کو خطی گراف کے ذریعے ظاہر کریں۔

مہینے	درجہ حرارت سینٹی گریڈ میں	مہینے	درجہ حرارت سینٹی گریڈ
جنوری	13.3	جولائی	40.5
فروری	14.5	اگست	37.4
مارچ	17.8	ستمبر	35.0
اپریل	22.0	اکتوبر	26.7
مئی	34.0	نومبر	23.0
جون	42.3	دسمبر	17.1

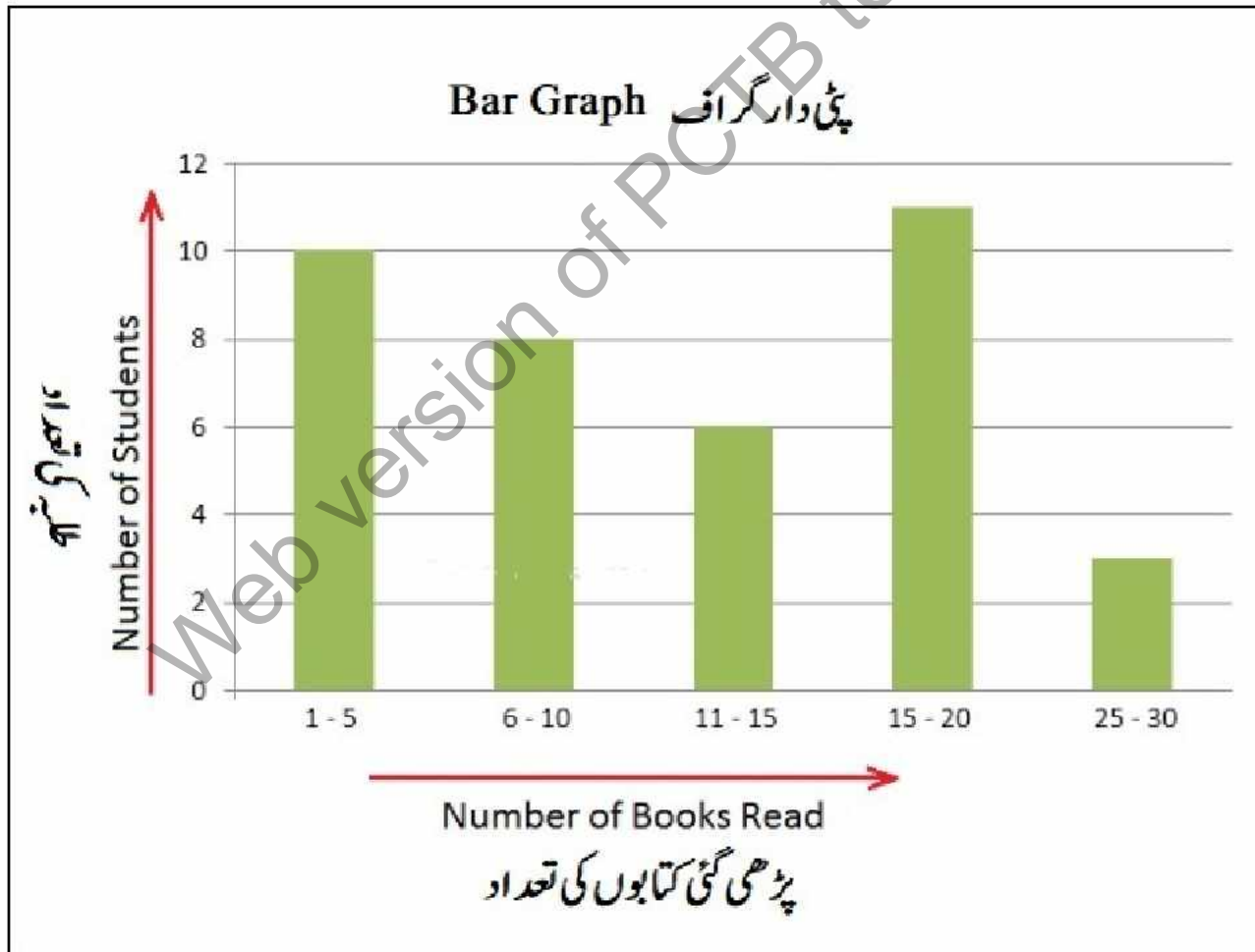
سوال 2: اگر ایک مقام کی ماہانہ اوسط بارش درج ذیل ہو تو اس کو خطی گراف کے ذریعے سے ظاہر کریں۔

مہینے	بارش (ملی میٹر)	مہینے	بارش (ملی میٹر)
جنوری	1.2	جولائی	4.9
فروری	0.5	اگست	7.2
مارچ	2.7	ستمبر	3.8
اپریل	0.4	اکتوبر	2.1
مئی	2.9	نومبر	1.8
جون	3.0	دسمبر	1.5

1۔ پٹی دار یا بار گراف (Bar Graph)

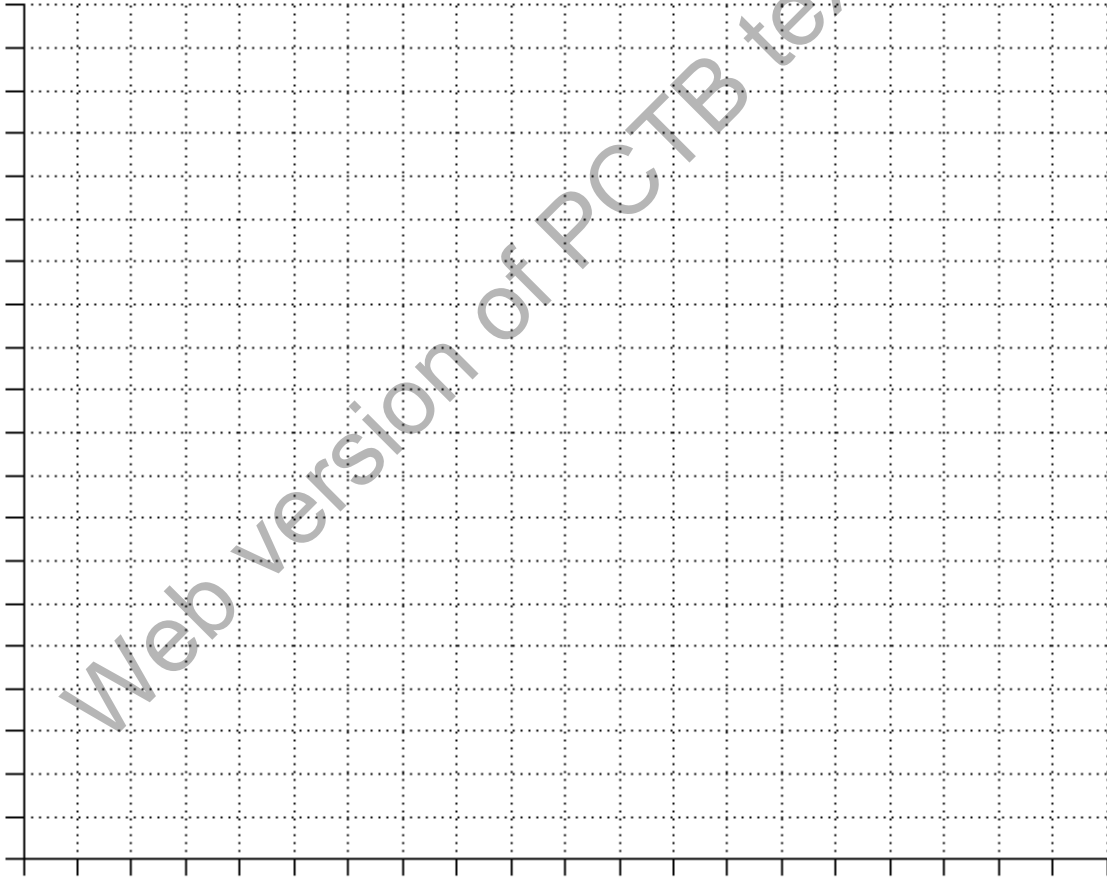
بعض اوقات شماریاتی اعداد و شمار کو گراف پیپر پر ایک ستون (کالم) یا پٹی کی شکل میں دکھایا جاتا ہے۔ اسے بار گراف یا پٹی دار گراف کہتے ہیں۔ یہ پٹیاں یکساں موٹائی میں ایک دوسرے کے ساتھ ساتھ برابر فاصلوں پر کھینچی جاتی ہیں۔ یہ طریقہ مختلف مقداروں کے آپس میں مقابلے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ اس میں پٹیوں کی لمبائی پیمانے کے مطابق بنائی جاتی ہے۔

یہ گراف بنانے کے لیے بھی باہم عموداً دو خط کھینچے جاتے ہیں۔ اگر افقی خط پر مناسب وقفوں سے اشیا یا جگہوں کے نام لکھے جائیں تو دوسرے خط پر مقداریں ظاہر کی جاتی ہیں، یعنی یہ پٹیاں افقی یا عمودی حالت میں کھینچی جاتی ہیں لیکن عموماً عمودی پٹیوں کو ترجیح دی جاتی ہے کیونکہ پٹی کے بالمقابل اعداد و شمار آسانی سے درج ہو جاتے ہیں۔ یہ طریقہ ایک ہی نوعیت کی مختلف مقداروں کو ظاہر کرنے کے لیے بہت ہی موزوں سمجھا جاتا ہے مثلاً مختلف شہروں کی آبادی، درآمدات و برآمدات، سڑکوں کی لمبائی، کسی سکول یا کالج میں پڑھنے والے طلبہ کی تعداد وغیرہ۔ مثال کے طور پر ذیل میں ایک پٹی دار گراف دیا گیا ہے جس میں ایک سکول میں طلبہ کی تعداد اور ان کی پڑھی جانے والی کتب کو دکھایا گیا ہے۔



ایک کالج میں مختلف کلاسز میں طلبہ کی تعداد درج ذیل ہے اس کو بذریعہ پٹی دار گراف ظاہر کریں۔

کلاسز	طلبہ کی تعداد
1۔ فیسٹ ایئر	1025 طلبہ
2۔ سینڈ ایئر	833 طلبہ
3۔ تھرڈ ایئر	400 طلبہ
4۔ فورٹھ ایئر	370 طلبہ



پٹی دار گراف کو بناتے وقت درج ذیل باتوں کا خیال رکھنا چاہیے:

- ☆ پٹیوں کا درمیانی فاصلہ یکساں ہو
- ☆ پٹیوں کی لمبائی مقررہ پیمانے کے مطابق ہو
- ☆ تمام پٹیوں کی موٹائی یکساں ہو

پٹی دار گراف کی اقسام (Types of Bar Graph)

پٹی دار گراف کی تین بڑی اقسام ہیں:

- 1- واحد بار (Simple Bar)
- 2- کثیر بار (Multiple Bar)
- 3- مرکب بار (Compound Bar)

پٹی دار گراف کی خوبیاں (Merits of Bar Graph)

- 1- پٹی دار گراف مختلف مقداروں کا بہترین صورت میں موازنہ پیش کرتے ہیں۔
- 2- پٹی دار گراف کل مقدار اور فی صد مقدار کو بہترین صورت میں ظاہر کرتے ہیں۔
- 3- پٹی دار گراف دوسرے گرافوں کی نسبت زیادہ خوبصورت اور جاذبِ نظر لگتے ہیں۔

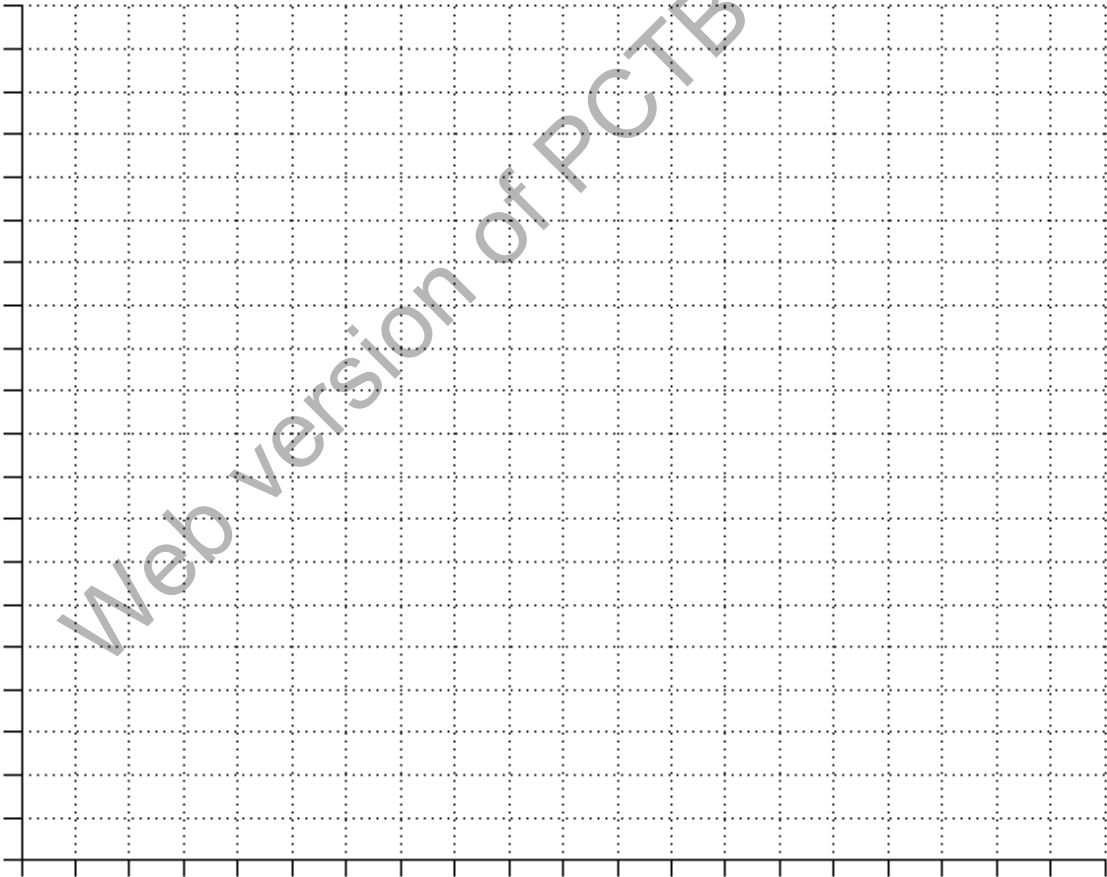
پٹی دار گراف کی خامیاں (Demerits of Bar Graph)

- 1- پٹی دار گراف پر آب و ہوا کے اعداد و شمار کو درست طریقے سے ظاہر کرنا مشکل ہے۔
- 2- پٹی دار گراف نسبتاً زیادہ جگہ گھیرتا ہے۔
- 3- اگر مقداروں میں بہت زیادہ فرق ہو تو ایک پٹی بہت چھوٹی ہوگی جبکہ دوسری پٹی بہت لمبی ہو جائے گی اور کم جگہ پر نہیں آسکے گی۔

مشق (Exercise)

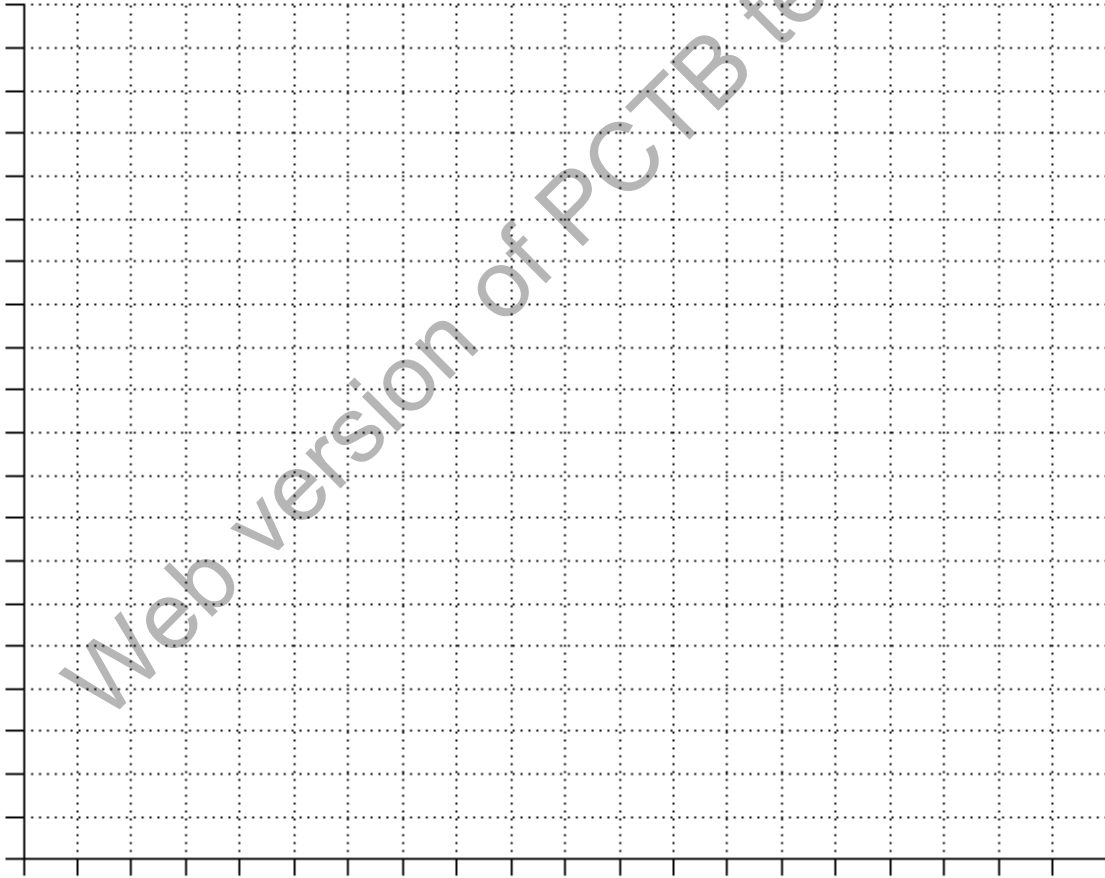
سوال 1: مندرجہ ذیل اعداد و شمار ایک ملک کی برآمدات کے دیے گئے ہیں ان کو بذریعہ پٹی دار گراف ظاہر کریں۔

نام اشیا	برآمدات کی مالیت (ملین ڈالرز میں)
1۔ معدنی تیل	5085
2۔ لوہا	6670
3۔ زرعی مشینری	2150
4۔ گندم	1855
5۔ ادویات	3315



سوال 2: پاکستان کی چند اہم سڑکوں کی لمبائی درج ذیل ہے۔ ان کو بذریعہ پٹی دار گراف ظاہر کریں۔

نام سڑک	لمبائی کلومیٹروں میں
1۔ سپرانڈس ہائی وے	1265
2۔ شاہراہ قراقرم	803
3۔ پاکستان موٹروے M2	367
4۔ پاکستان موٹروے M1	154
5۔ پاکستان موٹروے M3	52



3۔ مدور اشکال یا پائی گراف (Pie Graph)

پائی گراف کو دائروی اشکال، چرنی اشکال اور مدور اشکال کے نام سے بھی پکارتے ہیں، یعنی بعض اعداد و شمار کو چھوٹے بڑے دائروں کے ذریعے ظاہر کیا جاتا ہے اس طریقے میں مختلف مقداروں کو مختلف قسم کے نصف قطر کے دائروں کی مدد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یہ طریقہ اُس وقت استعمال کیا جاتا ہے جب کسی چیز کی مقداروں میں پایا جانے والا فرق بہت زیادہ ہو۔

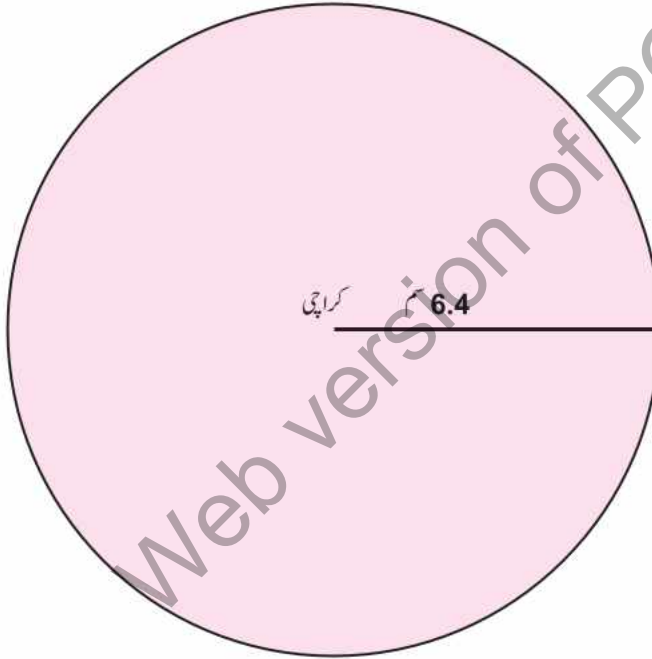
پائی گراف بنانے کے مندرجہ ذیل طریقے ہیں۔

- (i) جذری طریقہ (Root Methods)
- (ii) فیصدی طریقہ (Percentage Methods)
- (iii) زاویائی یا سیکٹر طریقہ (Angle or Sector Methods)

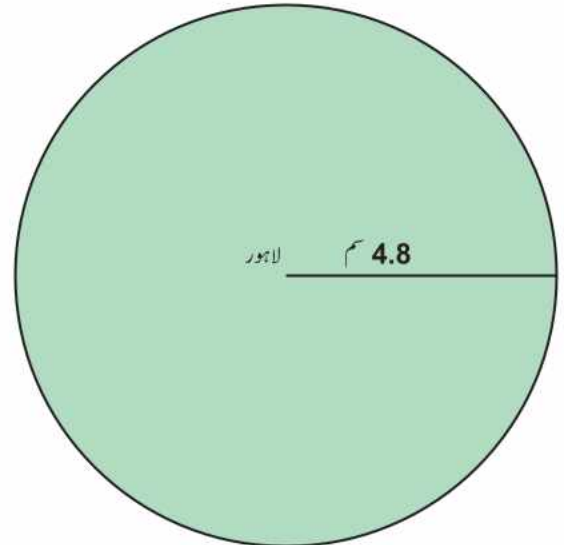
(i) جذری طریقہ (Root Methods)

جذری طریقہ میں دائروں کے کھینچنے کا اصول یہ ہے کہ ہر مقدار کا جذر معلوم کر لیا جاتا ہے اور پھر پیمانے کے مطابق ہر مقدار کے لیے الگ الگ نصف قطر معلوم کر کے دائرے کھینچ لیے جاتے ہیں۔

مثال کے طور پر 2017ء کے تخمینے کے مطابق کراچی کی آبادی 1 کروڑ 49 لاکھ جبکہ لاہور کی آبادی 1 کروڑ 10 لاکھ تھی۔ اس کو بذریعہ پائی گراف اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے۔



$$\begin{aligned} 14900000 &= \text{کراچی کی آبادی} \\ 3860 &= \text{جذر} \\ 600 \text{ پر تقسیم کرنے سے } 6.4 \text{ سم} &= \text{پیمانہ} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 11000000 &= \text{لاہور کی آبادی} \\ 3316.6 &= \text{جذر} \\ 600 \text{ پر تقسیم کرنے سے } 4.8 \text{ سم} &= \text{پیمانہ} \end{aligned}$$

(ii) فیصدی طریقہ (Percentage Method)

اس طریقے میں جب ایک ہی طرح کی کل مقداروں کو ایک ہی دائرے کے اندر فیصد میں دکھانا ہو تو تمام مقداروں کو 100 کے برابر تصور کر کے اور پھر دائرے کو مقداروں کی مناسبت سے 100 پر تقسیم کر کے دائرے کو برابر حصوں میں تقسیم کر لیا جاتا ہے۔ اس طریقے میں کل مقدار کا کوئی سا مناسب نصف قطر کا دائرہ لگایا جاتا ہے جو کہ دائرے کے 360 درجوں کو ظاہر کرتا ہے اس کے بعد ہر مقدار کے مطابق اس کا زاویہ لگایا جاتا ہے۔

$$\text{فارمولہ} \quad \frac{\text{دی ہوئی مقدار} \times 100}{\text{کل دی ہوئی مقدار}}$$

مثال کے طور پر پاکستان کے صوبوں کی آبادی 2017ء کے اعداد و شمار کے مطابق قریباً 207.6 ملین ہے۔ یہ گراف بذریعہ فیصدی طریقہ بنایا گیا ہے۔

نمبر شمار	نام صوبہ	آبادی ملین میں	فیصدی حصہ
1۔	پنجاب	110	$110 \times 100 = 53\%$ 207.6
2۔	سندھ	47.8	$47.8 \times 100 = 23\%$ 207.6
3۔	خیبر پختونخوا	30.5	$30.5 \times 100 = 14.6\%$ 207.6
4۔	بلوچستان	12.3	$12.3 \times 100 = 6\%$ 207.6
5۔	فاٹا	5	$5 \times 100 = 2.4\%$ 207.6
6۔	اسلام آباد	2	$2 \times 100 = 1\%$ 207.6
–	ٹوٹل	207.6	–

اب کسی مناسب نصف قطر کا دائرہ کھینچتے ہیں اور ہر صوبے کی فیصد آبادی کے لیے زاویے معلوم کرتے ہیں۔

1۔ پنجاب $190.8 = 53 =$

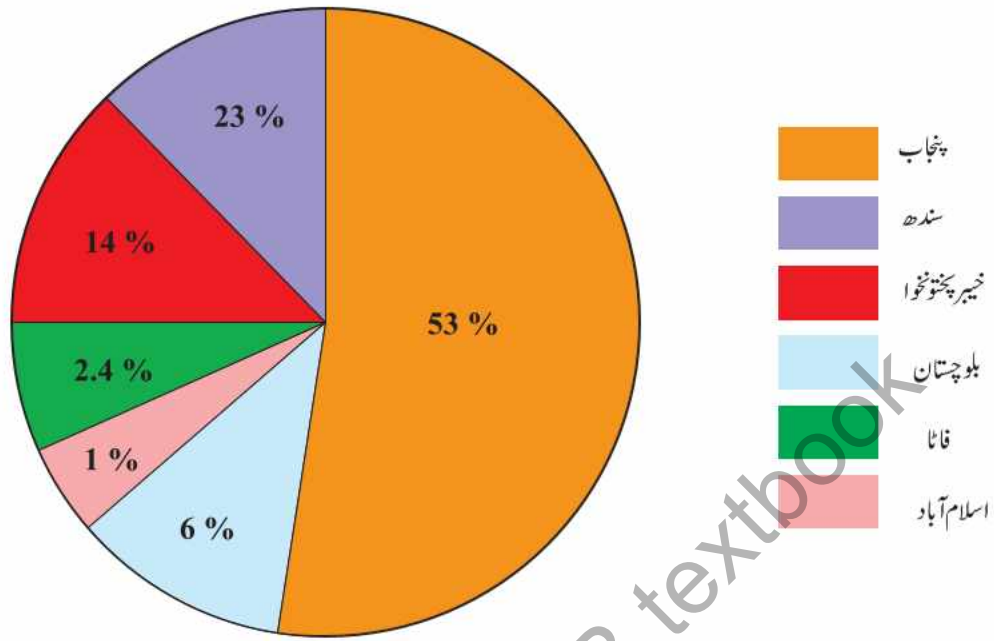
2۔ سندھ $82.8 = 23 =$

3۔ خیبر پختونخوا $52.56 = 14.6 =$

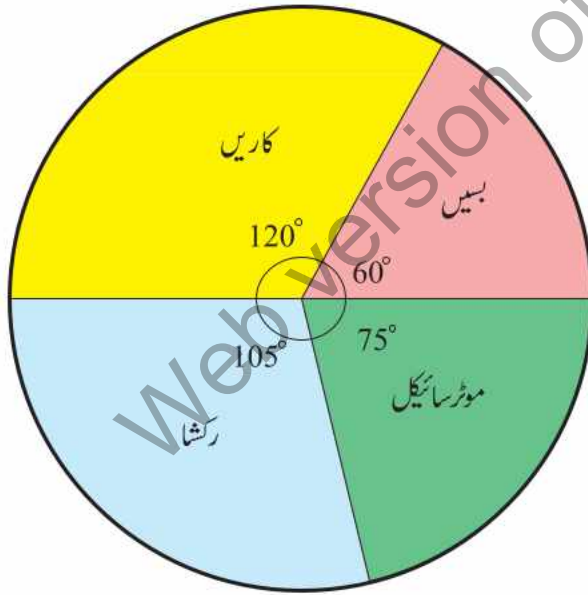
4۔ بلوچستان $21.6 = 6 =$

5۔ فاٹا $8.64 = 2.4 =$

6۔ اسلام آباد $3.6 = 1 =$



2017ء کی مردم شماری کے مطابق پاکستان کی آبادی کے پائی گراف کا فیصدی طریقہ



(iii) زاویاتی یا سیکٹر طریقہ (Sector Method)

اس طریقہ کو ایک ہی شے کی مختلف مقداروں کا باہمی موازنہ کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کے مطابق کل مقداروں کے مجموعے کو ظاہر کرنے کے لیے سب سے پہلے ایک مناسب نصف قطر کا دائرہ لگایا جاتا ہے۔ چونکہ دائرے میں 360 زاویے ہوتے ہیں، اس لیے ہر مقدار کا الگ الگ زاویہ معلوم کر لیا جاتا ہے۔ اس کا فارمولہ یہ ہے:

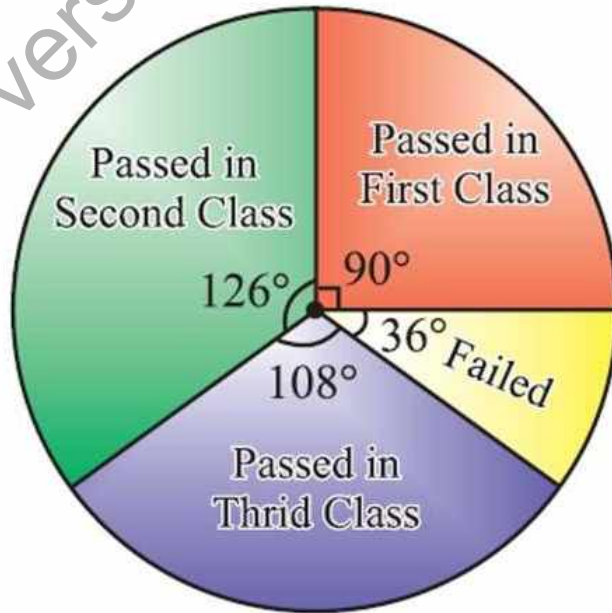
$$\frac{360 \times \text{مقدار}}{100}$$

پائی گراف کے ایک خاکے میں سیکٹر طریقہ کے تحت ایک شہر میں مختلف ذرائع آمد و رفت کو دکھایا گیا ہے۔

ذیل میں ایک سکول کے امتحان کا نتیجہ پائی گراف کے مختلف طریقوں کی مدد سے ظاہر کیا گیا ہے۔

رزلٹ	فرسٹ ڈویژن میں پاس	سیکنڈ ڈویژن میں پاس	تھرڈ ڈویژن میں پاس	فیل
طلبہ کی فیصد تعداد	25 %	35 %	30 %	10 %

رزلٹ	طلبہ کی فیصد	مرکزی زاویہ
فرسٹ ڈویژن میں پاس	25 %	$25/100 \times 360 = 90^\circ$
سیکنڈ ڈویژن میں پاس	35 %	$35/100 \times 360 = 126^\circ$
تھرڈ ڈویژن میں پاس	30 %	$30/100 \times 360 = 108^\circ$
فیل	10 %	$10/100 \times 360 = 36^\circ$
کل (Total)	100 %	360°



پائی گراف کی خوبیاں (Merits of Pie Graph)

- 1- پائی گراف مختلف مقداروں کا مقابلہ بہترین طریقے سے پیش کرتے ہیں۔
- 2- پائی گراف دوسرے طریقوں کے مقابلے میں زیادہ خوبصورت دکھائی دیتے ہیں۔
- 3- پائی گراف کے ذریعے بہت بڑی مقداروں اور بہت چھوٹی مقداروں کو آسانی سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔
- 4- فی صدی مقداروں کو ظاہر کرنے کا یہ بہت آسان طریقہ ہے۔
- 5- پائی گراف مختلف ممالک، شہروں کے رقبہ جات دکھانے کے لیے بہترین تصور کیے جاتے ہیں۔

پائی گراف کی خامیاں (Demerits of Pie Graph)

- 1- پائی گراف آب و ہوا کے اعداد و شمار ظاہر کرنے سے قاصر ہیں۔
- 2- پائی گراف کے دائرے عام طور پر زیادہ جگہ گھیرتے ہیں۔
- 3- اگر مقداروں میں فرق زیادہ نہیں ہوگا تو دائروں کے رقبوں میں بھی بہت فرق نہ ہوگا تو آپس میں مقابلہ مشکل ہوگا۔

مشق (Exercise)

سوال 1: ایک ملک کی بیرونی تجارت کے اعداد و شمار درج ذیل ہیں۔ ان کو بذریعہ پائی گراف ظاہر کریں۔

سال	برآمدات (ملین روپوں میں)	درآمدات (ملین روپوں میں)	کل تجارت
2019-20	16255	20867	37122
2021-22	15843	19724	35567

سوال 2: 2017ء کے تخمینے کے مطابق لاہور کی آبادی تقریباً 110 ملین جبکہ کراچی کی آبادی تقریباً 149 ملین تھی ان اعداد و شمار کو بذریعہ پائی گراف ظاہر کریں۔

سوال 3: ایک خاندان کے سالانہ اخراجات کی تفصیل دی گئی ہے۔ ان اعداد و شمار کو بذریعہ پائی گراف ظاہر کریں۔

متفرق	بچت	تعلیم	لباس	مکان کا کرایہ	خوراک	اشیا
25000	50000	35000	20000	60000	45000	اخراجات روپوں میں

Web version of PCTB textbook