3 معاشیات میں شماریات اور ریاضی کے بنیادی آلات
(Basic Tools of Statistics and Mathematics in Economics)

3.1 متغیرات (Variables)

ان سے مراد ایسی مقداریں ہیں جن کی قدریں معینہ یا مقرر نہ ہوں بلکہ کسی بحث کے دوران اپنی جسامت یا حجم تبدیل کر سکتی ہوں۔ متغیر سے مراد ایسی قابل پیائش قدر ہے جو کسی بحث کے دوران اپنی جسامت تبدیل کرتی رہتی ہے اور ایک سطح پر قائم نہیں رہتی۔ عام زندگی میں وقت، درجہ حرارت، ہوا کا دباؤ اور گاڑی کی رفتار وغیرہ سب متغیرات ہیں۔ اسی طرح معاشیات میں بھی ایسی بہت سی مقداریں ہیں جو اپنی قدریں تبدیل کرتی رہتی ہیں۔ ان میں قیمت، طلب، رسد، آمدنی، بچت اور سرمایہ کاری وغیرہ یہ سب مقداریں معاشیاتی متغیرات کہلاتی ہیں۔

پروفیسر کوروز (Professor Kooros) نے متغیر کی تعریف ان الفاظ میں کی ہے۔

"A variable is a symbol which during a discussion may assume different values or a set of admissible values."

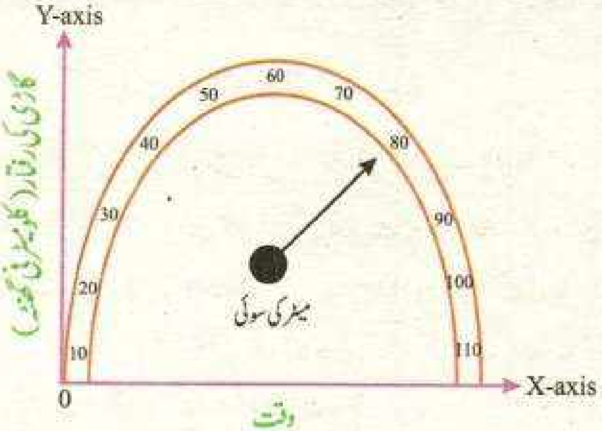
''متغیر ایک ایسی رمزی علامت ہے جو کسی بحث کے دوران مختلف قیمتیں یا قابل قبول قیمتوں کا سلسلہ یا مجموعہ اپنا سکتی ہے''۔

ریاضی میں متغیرات کو رمزی علامت کی صورت میں لکھنے کیلئے عموماً انگریزی ابجد x,y,z کا استعمال کیا جاتا ہے۔ اسی طرح معیشت دان بھی معاشیاتی متغیرات کے اظہار کے لئے رمزی علامت کے طور پر انگریزی نام کے پہلے حرف کو استعمال کرتے ہیں۔ مثلاً قیمت (Price) کے لیے 'P' طلب (Demand) کے لیے 'D'، رسد (Supply) کے لیے 'S'، لاگت (Cost) کے لیے 'C'، وصولی (Revenue) کے لیے 'R' استعمال کیے جاتے ہیں، لیکن کچھ متغیرات کے لیے ماہرین معاشیات نے اس اصول سے ہٹ کر علامتیں مقرر کی ہیں۔ مثلاً آمدنی (Income) کے لئے 'Y'، درآمد (Import) کے لئے 'M'، برآمد (Export) کے لئے 'X'، منافع (Profit) کے لیے ' π ' وغیرہ۔

علم معاشیات میں ہم معاشیاتی متغیرات اور ان کے درمیان باہمی تعلق کا مطالعہ کرتے ہیں کہ قیمت اور طلب و رسد میں کیا رشتہ ہے۔ صرف، بچت اور سرمایہ کاری کا قومی آمدنی سے کیا تعلق ہے۔ کوئی متغیر کسی مسئلہ، بحث یا معاملہ کے دوران جتنی ممکنہ قدریں اپنی حدود کے اندر اختیار کر سکتا ہو وہ متغیر کا سلسلہ حدود (Range) کہلاتا ہے۔ متغیر کے سلسلہ حدود کی پست ترین قدر کو حد زیریں (Lower bound) اور بلند ترین قدر کو حد بالا (Upper bound) کہا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر اگر کوئی گاڑی صفر سے 80 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتی ہے تو صفر رفتار حد زیریں اور 80 رفتار حد بالا کہلاتی ہے۔ اسلئے رفتار گاڑی کے متغیر کا

سلسلہ حدود ہے۔

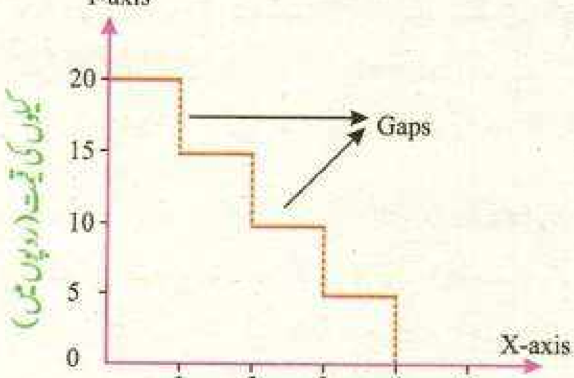
مسلسل متغیر (Continuous Variable)



ایسا متغیر جو اپنی قدروں کو تبدیل کرتے وقت اپنے سلسلہ حدود میں کسی بھی قدر کو چھوڑ کر نہ گذرے اور اپنے سلسلہ حدود میں کوئی وقفہ نہ چھوڑے تو یہ مسلسل متغیر کہلاتا ہے۔ گاڑی کی رفتار، گھڑی کی سوئیاں اور تھرما میٹر کا پارہ سب مسلسل متغیر کی مثالیں ہیں۔ اسی طرح جب کوئی گاڑی 80 کلو میٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتی ہے تو گاڑی کے میٹر کی سوئی صفر اور 80 کے درمیان کسی بھی رفتار کو چھوڑ کر نہیں گزرتی بلکہ مسلسل صفر اور 80 کے درمیان تمام نقاط کو چھو کر گزرتی ہے۔ اس لیے مسلسل متغیر کا خط تمام نقاط کے مسلسل ملاپ کو ظاہر کرتا ہے۔ مسلسل متغیر کو ڈائیگرام کی صورت میں بھی ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

ڈائیگرام میں x-axis پر وقت اور y-axis پر گاڑی کی رفتار ظاہر کی گئی ہے۔ میٹر کی سوئی اس بات کا اظہار کر رہی ہے کہ گاڑی کی رفتار صفر سے 80 کلو میٹر پہنچنے تک کہیں بھی کوئی وقفہ یا رخنہ نہیں چھوڑتی بلکہ صفر اور 80 کلو میٹر کے درمیان تمام قدروں کو چھو کر گذرتی ہے۔

غیر مسلسل متغیر (Discontinuous Variable)



جب کوئی متغیر اپنی قدریں بدلتے وقت اپنے سلسلہ حدود کے اندر کچھ قدروں یا قیمتوں کو نہ اپنائے اور چھوڑ کر گذر جائے تو اسے غیر مسلسل متغیر کہتے ہیں۔ گویا غیر مسلسل متغیر میں رخنے (Gaps) یا چھلانگیں (Jumps) پائی جاتی ہیں۔ مثلاً قیمتیں غیر مسلسل متغیر ہیں کیونکہ جب کسی شے کی قیمت تبدیل ہوتی ہے تو تبدیلی کے درمیان کئی قیمتوں کو بغیر چھوئے گذر جاتی ہے۔ قیمتوں کی ایسی تبدیلی کو غیر مسلسل متغیر کہا جاتا ہے جس کو ڈائیگرام سے بھی واضح کیا جاسکتا ہے۔

ڈائیگرام میں X محور پر وقت کا دورانیہ اور Y محور پر کیلوں کی قیمت ظاہر کی گئی ہے۔ ڈائیگرام سے ظاہر ہے کہ پہلے گھنٹے میں کیلوں کی قیمت 20 روپے فی درجن ہے۔ لیکن دوسرے گھنٹے میں کیلوں کی قیمت کم ہو کر 15 روپے ہو جاتی ہے۔ اس طرح قیمتوں میں پانچ روپے کا رخنہ یا فرق قیمت کی کئی قدریں چھوئے بغیر گزر جاتا ہے اور خط مسلسل نہیں رہتا جیسا کہ ڈائیگرام میں دکھایا گیا ہے۔ یہ خط غیر مسلسل متغیر کی نشاندہی کر رہا ہے۔ یاد رہے عموماً غیر معاشیاتی متغیرات مثلاً وقت، درجہ حرارت وغیرہ مسلسل ہوتے ہیں جبکہ معاشیاتی متغیرات مثلاً قیمت، طلب، رسد وغیرہ غیر مسلسل ہوتے ہیں۔

آزاد یا غیر تابع متغیر (Independent Variable)

آزاد یا غیر تابع متغیر ایسے متغیر کو کہتے ہیں جو کسی بحث کے دوران آزادانہ طور پر کسی دوسرے متغیر کی تبدیلی کے بغیر اپنی قدر یا قیمت کو تبدیل کرنے کی صلاحیت رکھتا ہو۔ اسلئے آزاد یا غیر تابع متغیر کسی دوسرے متغیر کی مقدار سے نہ تو متاثر ہوتا ہے اور نہ ہی اس پر دارومدار رکھتا ہے مثال کے طور پر قیمت ایک آزاد متغیر ہے کیونکہ جب کبھی بھی قیمت میں کمی یا زیادتی ہوتی ہے تو اشیا کی طلب قیمت کی کمی بیشی کے ساتھ تبدیل ہو جاتی ہے۔

تابع متغیر (Dependent Variable)

جب کوئی متغیر کسی مسئلہ یا بحث کے دوران آزادانہ طور پر اپنی قدر اپنانے کی صلاحیت سے محروم ہو اور اپنی قدر میں تبدیلی کا انحصار آزاد متغیر کی قدر میں تبدیلی پر رکھتا ہو تو وہ تابع متغیر کہلاتا ہے۔ مثلاً ہم جانتے ہیں کہ بچت (S) کا انحصار آمدنی (Y) پر ہے کیونکہ آمدنی کے کم یا زیادہ ہونے سے ہی بچت متاثر ہوتی ہے اس لیے بچت (S) آمدنی کا تابع متغیر ہے۔

3.2 مستقلات (Constants)

ایسی مقداریں جو کسی مسئلہ یا بحث کے دوران اپنی قدروں کو بالکل تبدیل نہیں کرتیں اور مستقل رہتی ہیں مستقلات کہلاتی ہیں۔ مثلاً گاڑی کی رفتار تو متغیر ہے لیکن گاڑی کا حجم اور وزن ساکن اور مستقل ہیں۔ اس میں کوئی تبدیلی نہیں آتی۔ اسی طرح ریاضی میں استعمال ہونے والے تمام اعداد کی قدر معین اور ساکن رہتی ہے کیونکہ 1 ہمیشہ 1 رہتا ہے اس لیے مستقل کہلاتا ہے۔ بعض اوقات مستقلات کے اظہار کے لیے انگریزی حروف a,b,c بھی استعمال کئے جاتے ہیں۔

3.3 بدل پذیر مستقلات یا پیرامیٹرز (Parameters)

بدل پذیر مستقلات سے مراد ایسی مقداریں جو کبھی اپنی قدریں برقرار رکھیں اور کبھی ان میں تبدیلی قبول کرلیں۔ یہ ایسی مقداریں ہوتی ہیں جو عملی زندگی میں تو تبدیل ہوتی رہتی ہیں لیکن بعض حالات میں انھیں بدستور فرض کرلیا جاتا ہے۔ مثلاً معاشیات کے قانون طلب کو صحیح ثابت کرنے کے لئے فرض کرلیا جاتا ہے کہ صارف کی آمدنی، فیشن اور آبادی وغیرہ میں تبدیلی نہیں ہوگی۔ جبکہ حقیقت میں یہ تبدیل ہوتے ہیں۔ لیکن معاشیات کے قانون میں ان کو ساکن فرض کیا جاتا ہے۔ اس لئے اس قسم

کے فرضی اور حقیقی رجحان کو پیرامیٹرز کہتے ہیں۔

3.4 تفاعل (Function)

تابع اور غیر تابع متغیر کے درمیان باہمی رشتہ کو تفاعل کہتے ہیں۔ غیر تابع یا آزاد متغیرات کی قدریں کسی دوسرے متغیر کے تابع نہیں ہوتیں بلکہ خود بخود بدل سکتی ہیں۔ جبکہ تابع متغیر کی قدریں آزاد متغیر کی قدروں پر انحصار کرتی ہیں اس لئے آزاد اور تابع متغیر کے درمیان رشتہ قائم کرنے کو تفاعل کہتے ہیں جس کو الجبری شکل میں یوں لکھا جاتا ہے۔

$$S = f(Y)$$

Saving is a function of income (Y)

اس طرح جب کوئی متغیر مقدار کسی دوسری مقدار پر انحصار کرتی ہو تو وہ اس کا تفاعل بن جاتی ہے۔

جب کہ تفاعلی مساوات سے ظاہر ہے کہ بچتوں کا دارومدار آمدنی کے معیار پر ہوتا ہے۔ پروفیسر کوروز (Professor Kooros) کے نزدیک تفاعل سے مراد ہے۔

> "If two variables x (Independent variable) and y (Dependent variable) are so related to each other and when we assign any value to x, there will be corresponding a single or more definite value of y exist."
>
> ”اگر دو متغیر مقداریں آپس میں اس طرح مربوط ہوں کہ اگر ان میں سے کسی ایک کو مخصوص قدر منسوب کردی جائے اور جواباً دوسرا متغیر ایک یا ایک سے زیادہ مخصوص قدریں اختیار کرلے تو کہا جائے گا کہ دوسرا متغیر پہلے کا تفاعل ہے۔“

ریاضیاتی علوم کی طرح معاشیات میں بھی متعدد متغیرات ایک دوسرے پر انحصار کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر کسی شے کی طلب کا انحصار اس شے کی قیمت پر ہوتا ہے گویا شے کی طلب قیمت کا تفاعل ہے۔ یعنی $Q_d = f(P)$

تفاعلی مساوات سے ظاہر ہے کہ قیمت کے بدلنے سے تابع متغیر طلب (Q_d) میں کمی یا زیادتی ہوتی ہے پس جو کوئی متغیر مقدار کسی دوسری متغیر مقدار پر انحصار کرتی ہے تو وہ اس کا تفاعل بن جاتی ہے اور ان دونوں متغیرات کے درمیان اس الجبری تعلق کو تفاعلی رشتہ (Functional Relationship) کہتے ہیں۔

تفاعل کی اقسام (Kinds of Function)

تفاعل کی دو اہم قسمیں درج ذیل ہیں۔

(i) تکثیری تفاعل (Increasing Function)

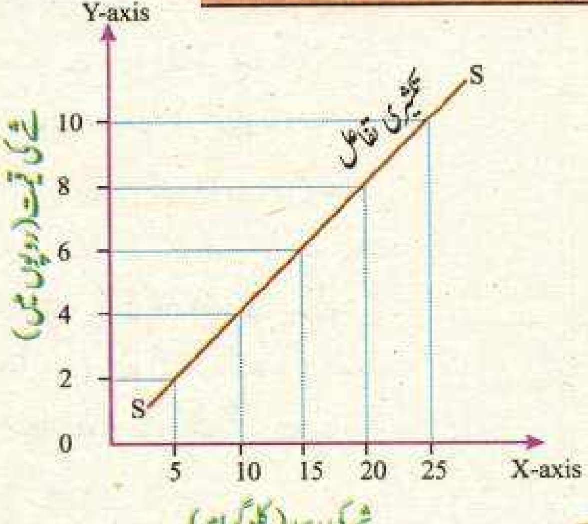
جب دو متغیرات ایک ہی سمت میں بڑھیں یا کم ہوں تو ایسی تبدیلی کو تکثیری تفاعل کہتے ہیں۔ یعنی دو مختلف متغیرات کے درمیان پائے جانے والے مثبت یا براہ راست رشتے کو تکثیری تفاعل کہتے ہیں۔

لہٰذا اگر کسی تابع متغیر (y) میں تبدیلی اسی سمت میں آئے جس سمت میں آزاد متغیر x میں تبدیلی واقع ہوئی ہو تو تابع متغیر y آزاد متغیر x کا تکثیری تفاعل کہلائے گا۔

علم معاشیات میں قیمت اور رسد کے درمیان پائے جانے والے رشتے کو تکثیری تفاعل کہتے ہیں۔ کیونکہ قانون رسد کے مطابق جب کسی شے کی قیمت میں اضافہ ہوتا ہے تو اس شے کی رسد میں بھی اضافہ ہوجاتا ہے اور قیمت میں کمی سے رسد بھی کم ہوجاتی ہے۔ اس کی وضاحت درج ذیل گوشوارہ اور ڈائیگرام سے کی جاسکتی ہے۔

گوشوارہ

شے کی قیمت (روپوں میں)	شے کی رسد (کلوگرام)
2	5
4	10
6	15
8	20
10	25



گوشوارہ سے ظاہر ہے کہ جب شے کی قیمت میں بڑھنے کا رجحان ہے تو شے کی رسد میں بھی اضافہ تکثیری نوعیت کا ہے۔ لہٰذا قیمت اور رسد کے درمیان مثبت یا تکثیری رشتہ پایا جاتا ہے۔

جبکہ ڈائیگرام میں S S خط اس بات کا اظہار کررہا ہے کہ قیمت اور رسد میں مثبت رشتہ پایا جاتا ہے کیونکہ جب قیمت میں اضافہ ہوتا ہے تو رسد میں بھی اضافہ ہوجاتا ہے اور قیمت میں کمی سے رسد بھی کم ہوجاتی ہے۔

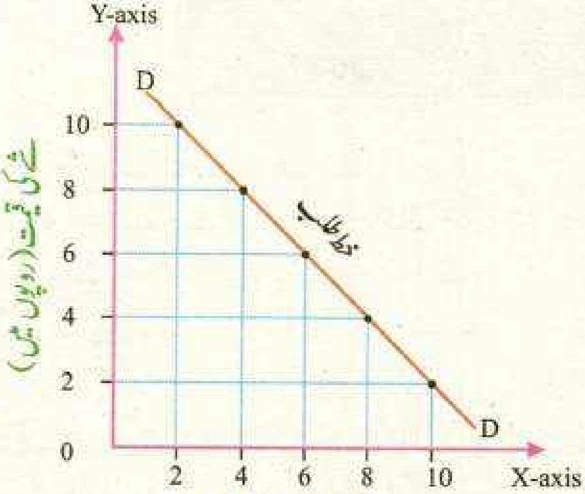
(ii) تقلیلی تفاعل (Decreasing Function)

جب دو متغیرات ایک دوسرے کی مخالف سمت میں تبدیل ہوں تو متغیرات کے اس رجحان کو تقلیلی تفاعل کہتے ہیں۔ یعنی دو مختلف متغیرات کے درمیان منفی یا بالواسطہ رشتہ پایا جاتا ہے۔ لہٰذا آزاد متغیر (x) کی قیمت بڑھنے سے تابع متغیر (y) کی قیمت کم ہوجائے اور اس کے برعکس آزاد متغیر x کی قیمت کم ہونے سے تابع متغیر y کی قیمت زیادہ ہوجائے تو تابع متغیر (y) آزاد متغیر (x) کا تقلیلی تفاعل کہلائے گا۔ اس سلسلہ میں ہم قانون طلب کی مثال پیش کرسکتے ہیں۔

قانون طلب کے مطابق قیمت آزاد متغیر اور طلب تابع متغیر ہے جن میں الٹا رشتہ پایا جاتا ہے۔ جب کسی شے کی قیمت بڑھتی ہے تو اس شے کی طلب کم ہوجاتی ہے اور قیمت کم ہونے سے طلب بڑھ جاتی ہے۔ اس لئے قیمت طلب کا تقلیلی تفاعل ہے۔ جس کو گوشوارہ اور ڈائیگرام کے ذریعے بھی پیش کیا جاسکتا ہے۔

گوشوارہ

شے کی قیمت (روپوں میں)	شے کی طلب (کلوگرام)
2	10
4	8
6	6
8	4
10	2



گوشوارہ سے ظاہر ہے کہ جب شے کی قیمت بڑھ رہی ہے تو شے کی طلب میں کمی واقع ہورہی ہے۔ گویا شے کی قیمت اور شے کی طلب کے درمیان الٹا رشتہ پایا جاتا ہے۔

ڈائیگرام میں DD خط قیمت اور طلب کے الٹ تعلق کی دلیل ہے کیونکہ DDخط یہ واضح کر رہاہے کہ جب قیمت کم ہوتی ہے تو شے کی طلب بڑھ جاتی ہے اور قیمت زیادہ ہونے پر طلب سکڑ جاتی ہے۔

3.5 مساوات کی تعریف (Definition of Equation)

مساوات سے مراد دو الجبری جملوں کی باہم برابری کا اظہار ہے۔ الجبری جملوں کی دونوں اطراف آپس میں برابر ہوتی ہیں۔ برابری کے اظہار کے لئے برابر کی علامت (=) کا استعمال کیا جاتا ہے۔ (=) کا نشان مساوات کی رمزی علامت کہلاتی ہے۔ مثلاً اگر دو الجبری جملے 3x-9اور x+6 آپس میں برابر ہوں تو ان کو مساوات کے انداز میں درج ذیل طریقے سے لکھا جاتا ہے۔

$$x+6=3x-9$$

لیکن اگر کوئی الجبری جملہ صفر کے برابر ہو تو اس کو مساوات کی شکل میں درج ذیل طریقے سے لکھا جاتا ہے۔

$$6x-36=0$$

کسی مساوات کے درجے کا تعین اس میں موجود متغیر کی قوت نما اور نامعلوم مقداروں کی مدد سے ہوتا ہے مثلاً اگر کسی مساوات میں متغیر کی قوت نما 1 ہو تو وہ یک درجی مساوات کہلائے گی اور اگر متغیر کی قوت نما 2 ہو تو وہ دو درجی مساوات کہلائے گی۔

آسان الفاظ میں مساوات سے مراد:

"An Equation is a statement of quantity between two algebr aic expressions in which one expression may be zero"

"مساوات دو الجبری جملوں کا بیان ہے جس میں ایک جملہ صفر بھی ہو سکتا ہے"۔

لہٰذا مساوات ایک ایسا الجبری جملہ ہے جو کسی ایک متغیر کا دوسرے متغیر پر دارومدار ظاہر کرتا ہے اور ہر جملہ حروف یا اعداد کا ایسا مجموعہ ہوتا ہے جو منفی (-) اور مثبت (+) علامتوں سے منسلک ہوتا ہے۔ مساوات کے رمزی نشان (=) کے دائیں اور بائیں جانب کے جملوں کو طرفین (Sides) کہا جاتا ہے۔

مساوات کی اقسام (Kinds of Equation)

مساوات کی اقسام درج ذیل ہیں۔

(الف) یک درجی مساوات (Linear Equation)

ایسی مساوات جس میں ایسا متغیر موجود ہو جس کی نامعلوم مقدار کی قوت نما زیادہ سے زیادہ ایک ہو یک درجی مساوات کہلائے گی۔ مثال کے طور پر

$$3x - 12 = 0$$

یک درجی مساوات کو عمومی صورت (General Form) میں اس طرح لکھا جاتا ہے۔

$$ax + b = 0$$

اس میں x کی زیادہ سے زیادہ قوت نما ایک ہے جب کہ a اور b مستقل مقداریں ہیں۔ مقدار a مثبت بھی ہو سکتی ہے اور منفی بھی لیکن یہ صفر نہیں ہو سکتی یعنی $a \neq 0$ جبکہ b مثبت، منفی یا صفر ہو سکتی ہے۔

یک درجی مساوات کو حاصل کرنے کے لئے نامعلوم مقداروں کو مساوات کے بائیں جانب (left side) لے جاتے ہیں اور معلوم مقداروں کو دائیں جانب (right side) لے آتے ہیں۔ مثال کے طور پر معلوم مقداروں کو دائیں جانب لے جائیں۔

$3x - 12 = 0$ یا $3x = 12$

$x = 12/3 = 4$ پس نامعلوم مقدار کی قدر $x = 4$ ہے۔

یک درجی مساوات کا گراف (Graphic Representation)

یک درجی مساوات کا گراف ہمیشہ خط مستقیم (Straight Line) کی شکل کا ہوتا ہے اس لئے اگر x اور y کی قدروں کے صرف دو جوڑوں کے نقاط کو معلوم کرلیا جائے تو ان کو ملانے سے یک درجی مساوات کا خط حاصل ہوتا ہے جس کو جتنا چاہیں بڑھا سکتے ہیں۔ لیکن احتیاطاً مناسب نقاط لے کر خط اخذ کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر

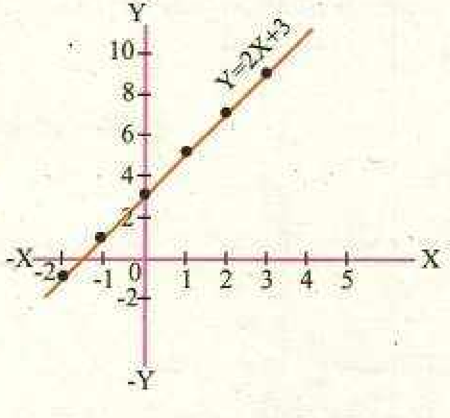
$$y = 2x + 3$$

مساوات کا گراف بنانے کے لئے سب سے پہلے x کی کچھ قدریں فرض کی جاتی ہیں اور پھر فرض کی ہوئی قدروں کو مساوات میں رکھنے سے y کی قدریں معلوم ہوجاتی ہیں۔ اب x اور y کی قدروں کو باہم ملانے سے یک درجی مساوات کا گراف بن جاتا ہے جس کی وضاحت درج ذیل گوشوارہ اور ڈائیگرام سے واضح ہے۔

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-1	1	3	5	7	9

فرض کیا $x = -2, -1, 0, 1, 2, 3$

اس طرح x کی باقی قدروں کو دی ہوئی مساوات میں درج کرکے متغیر y کی قدریں معلوم کرسکتے ہیں۔



جبکہ $x = -2$ ہوتو

$$y = 2x + 3$$

$$y = 2(-2) + 3$$

$$y = -4 + 3 = -1$$

لہٰذا $y = -1$

ڈائیگرام سے ظاہر ہے کہ گوشوارہ میں موجود قدروں کو آپس میں ملانے سے یک درجی مساوات کا خط حاصل ہوجاتا ہے جو خط مستقیم کی شکل ہے۔

(ب) دو درجی مساوات (Quadratic Equation)

اگر کسی مساوات میں نامعلوم مقدار کی سب سے بڑی قوت نما 2 ہو تو اسے دو درجی مساوات کہا جاتا ہے۔ دو درجی مساوات

کو عمومی صورت (General Form) میں اس طرح لکھا جاتا ہے۔

$$ax^2 + bx + c = 0$$

اس مساوات میں b,a اور c بدل پذیر مستقلات ہیں۔ لیکن اس میں a صفر کے برابر نہیں رکھا جاسکتا یعنی $a \neq 0$ کیونکہ اگر $a = 0$ ہو تو مساوات یک درجی بن جائے گی۔

دو درجی مساوات کا حل (Solution of Quadratic Equation)

دو درجی مساوات کو دو طریقوں سے حل کیا جاسکتا ہے۔

(i) اجزائے ضربی کے ذریعے (By Factorization)

(ii) فارمولے کے ذریعے (By Formula)

اجزائے ضربی کے طریقے سے حل (By Factorization)

مثال کے طور پر $2x^2 + x - 1 = 0$

مساوات کے حل کیلئے اجزائے ضربی کا طریقہ اپناتے ہیں۔

سب سے پہلے a=2 اور c=-1 کا حاصل ضرب لیتے ہیں (یعنی 2-=(1-)(2) اب b=1 کو دو ایسے اجزا میں توڑتے ہیں کہ ان کا جمعی حاصل 1+ کے برابر اور حاصل ضرب 2- کے برابر ہوجائے اور یہ اجزا 2+ اور 1- ہوسکتے ہیں جن کا جمعی حاصل 1+ اور حاصل ضرب 2- ہوگا۔

جمعی حاصل $(+2)+(-1) = +1$

حاصل ضرب $+(2)\,(-1) = -2$

اس طرح حل کرنے سے مساوات کی اندرونی رقم دو حصوں میں تقسیم ہوجاتی ہے جس کو ہم یوں لکھ سکتے ہیں۔

معیاری صورت $2x^2+x-1=0$

یا $2x^2+2x-x-1=0$

اب جوڑے بناتے ہیں۔ $(2x^2+2x) -1\,(x+1) = 0$

مشترک نکالنے سے $2x\,(x+1) - 1(x+1) = 0$

$(2x-1)(x+1)$ یا $2x=1, x=-1$

x= 1/2, x = -1 گویا x کی (1/2,-1) دو قیمتیں نکلتی ہیں۔

دو درجی مساوات کا فارمولے سے حل (Solution of Quadratic Equation by Formula)

دو درجی مساوات کو درج ذیل فارمولے کی مدد سے بھی حل کیا جاسکتا ہے۔

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

فارمولے کے ذریعے مساوات کو حل کرنے کے لئے ضروری ہوتا ہے کہ پہلے اسے دو درجی مساوات کی معیاری شکل میں لکھا جائے پھر x^2 کے عددی سر کو (a),x کے عددی سر کو (b) اور مستقل مقدار کو c فرض کیا جائے۔ پھر ان فرض کردہ رقموں کو فارمولے میں درج کر کے مساوات حل کرلی جاتی ہے۔

مثال کے طور پر $2x^2 + x - 1 = 0$

لہٰذا $a = 2, b = 1, c = -1$

اب ہم تینوں رقموں کو فارمولے میں درج کرتے ہیں۔

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(2)(-1)}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4}$$

جزر لینے سے $x = \frac{-1 \pm 3}{4}$

$$x = \frac{-1+3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \frac{-1-3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$x = \left(\frac{1}{2}, -1\right)$$

x کی دو قیمتیں حاصل ہوئیں یعنی (1/2, -1)

دو درجی مساوات کا گراف (Graph of Quadratic Equation)

دو درجی مساوات کا گراف قریباً بیضوی شکل کا ہوتا ہے جس کو درج ذیل مساوات کے ذریعے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

مثال کے طور پر $Y = 4x^2 - 2$

اب X کی فرضی قدریں مساوات میں درج کرنے سے y کی قدریں معلوم کی جاسکتی ہیں۔

فرض کریں $X = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

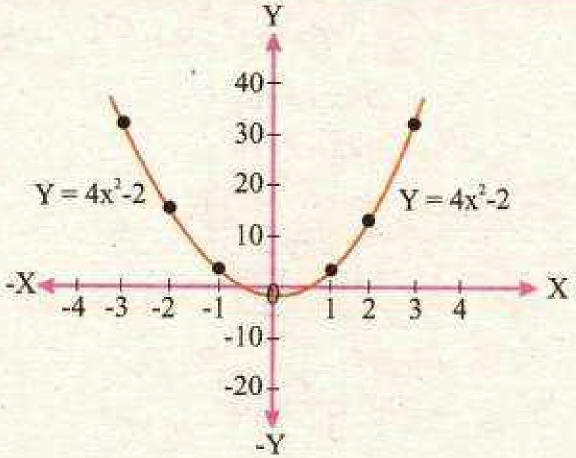
اگر $X = -3$ تو $Y = 4(-3)^2 - 2$

$Y = 4(9) - 2$ یا $Y = 36 - 2$

تب $Y = 34$

اسی طرح X کی باقی قدریں مساوات میں X کی جگہ رکھ کر Y کیلئے قدریں معلوم کی جاسکتی ہیں۔

متغیر x	-3	-2	-1	0	1	2	3
متغیر y	34	14	2	-2	2	14	34



x اور y کی قدروں کو باہم ملانے سے دو درجی مساوات کا خط حاصل ہوجاتا ہے۔

ہمزاد مساواتیں (Simultaneous Equations)

ایسی مساواتیں جن میں نامعلوم مقداروں کی تعداد ایک سے زائد ہو اور ان کی قیمتیں سب مساواتوں پر درست ثابت ہوں وہ ہمزاد مساواتیں کہلاتی ہیں یا جب دو نامعلوم مقداروں کے ساتھ دو مساواتیں دی ہوئی ہوں اور ان دونوں مساواتوں کا حل مشترک ہو یعنی نامعلوم مقداروں کی جو قدریں معلوم ہوں وہ دونوں مساواتوں میں درج کرنے سے مساوات کی دونوں اطراف آپس میں برابر ہوجائیں تو ایسی دونوں مساواتوں کو ہمزاد مساواتیں کہتے ہیں۔ باالفاظ دیگر یہ ایسی مساواتیں ہوتی ہیں جن کی نامعلوم مقداروں کی حل شدہ مقداریں بیک وقت سب مساواتوں پر صادق آتی ہیں۔ ہمزاد مساواتوں کے حل کیلئے ضروری ہے کہ دو نامعلوم مقداروں کی قدریں معلوم کرنے کیلئے دو مساواتیں موجود ہوں۔ کیونکہ صرف ایک مساوات سے دو نامعلوم مقداروں کی قدریں معلوم نہیں کی جاسکتیں۔ مساوات میں تین نامعلوم مقداریں (x,y,z) بھی ہوسکتی ہیں۔ اس لئے ان کے حل کیلئے تین مساواتوں کا موجود ہونا ضروری ہے۔

ہمزاد مساواتوں کو درج ذیل طریقوں سے حل کیا جاسکتا ہے۔

(i) ساقط کرنے کا طریقہ (Elimination Method) (ii) استبدال کا طریقہ (Substitution Method)

(i) ساقط کرنے کا طریقہ (Elimination Method)

اس طریقہ میں دو نامعلوم مقداروں میں سے کسی ایک کو ساقط کردیا جاتا ہے اور پھر اس کی قدر معلوم کرکے کسی ایک مساوات میں درج کرکے دوسری نامعلوم مقدار کی قدر معلوم کرلی جاتی ہے۔ مثال کے طور پر

(i) $4x+3y=7$ (ii) $2x-2y=9$

x کی قدر کو ساقط کرنے کے لئے ہمیں مساوات (i) کو 2 سے اور مساوات (ii) کو 4 سے ضرب دینی ہوگی پھر دوسری مساوات کو تفریق کردیا جاتا ہے اس طرح ہمیں y کی قیمت حاصل ہوجاتی ہے۔

$$2(4x+3y)=7$$
$$4(2x-2y)=9$$
$$8x+6y=14$$
$$\underline{\pm 8x \mp 8y = \pm 36}$$
$$\underline{14y=-22}$$

$$y=\frac{-22}{14}=\frac{-11}{7}$$

اب y کی قدر کو مساوات (i) میں رکھنے سے

$$4x+3(-11/7)=7$$

$$4x-33/7=7$$

دونوں اطراف کو 7 سے ضرب دیں تاکہ x کی قدر معلوم کی جاسکے۔

$$7(4x-33/7)=7x7$$

$$28x-33=49$$

$$28x=49+33 \text{ , } 28x=82$$

$$x=\frac{82}{28}=\frac{41}{14}$$

پس $$(x,y)=\left(\frac{41}{14},-\frac{11}{7}\right)$$

(ii) استبدال کا طریقہ (Substitution Method)

اس طریقہ میں کسی ایک متغیر کی قدر معلوم کرکے دوسرے میں درج کی جاتی ہے۔

مثال کے طور پر (i) ----- 4x+3y = 7

2x-2y = 9------ (ii)

مساوات (ii) میں سے x کی قدر معلوم کرنے کے لئے

$$2x = 2y + 9$$

$$x = \frac{2y + 9}{2}$$

$$x = y + \frac{9}{2}$$

اب ہم x کی قیمت مساوات (i) میں درج کرتے ہیں۔

$$4(y+9/2)+3y=7$$

$$4y+18+3y=7$$

$$7y+18=7$$

$$7y=7-18$$

$$7y = -11;\ y = -11/7$$

اب y کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$2x - 2\left(\frac{-11}{7}\right) = 9$$

$$2x + \frac{22}{7} = 9$$

دونوں اطراف کو 7 سے ضرب دیں تاکہ x کی قدر معلوم ہو سکے۔

$$7(2x+22/7)=9x7$$

$$14x+22=63$$

$14x=63-22$ یا $14x = 41$

$$x=41/14$$

پس $(x,y) = (41/14, -11/7)$

3.6 شماریاتی مواد (Statistical Data)

کسی شعبہ کی تحقیق کے سلسلے میں پہلا اور بنیادی قدم شماریاتی مواد فراہم کرنا ہے تاکہ تحقیق کے مقاصد کو حاصل کیا جاسکے اور مطلوبہ نتائج اخذ کئے جاسکیں۔ شماریاتی مواد سے مراد وہ اعداد وشمار ہیں جنہیں کسی ضابطے کے تحت کسی شماریاتی تحقیق کے لئے اکٹھا کیا گیا ہو اور ان کی بنیاد پر قومی آمدنی اور معیار زندگی کو بہتر کرنے کیلئے تجاویز دی جاسکیں تاکہ ملکی ذرائع کا بہترین استعمال ممکن ہوسکے۔ شماریاتی مواد اکٹھا کرنے کے دو اہم طریقے ہیں۔

ابتدائی تعدادی مواد (Primary Statistical Data)

ابتدائی تعدادی مواد سے مراد ایسے اعداد وشمار اور معلومات ہیں جو کسی تحقیقاتی ادارے کی جانب سے کسی شماریاتی تحقیق کی غرض سے ابتدائی حالت میں اکٹھے کئے ہوں اور تجزیہ کی تحقیق کے لئے شماریاتی مرحلوں سے گزارا گیا ہو۔ ابتدائی تعدادی مواد کسی تحقیقاتی ادارے کی طرف سے اکٹھا کیا جانے والا وہ ابتدائی مواد جو خاص مقاصد کے لئے استعمال کیا جاتا ہے مثلاً مردم شماری کی رپورٹ ابتدائی تعدادی مواد کے زمرے میں آتی ہے کیونکہ مردم شماری کمیشن ہی ان اعداد وشمار کو اکٹھا کرکے ترتیب دیتا ہے اور پھر خود ہی شائع کرتا ہے اس لئے اسے خام مواد بھی کہا جاسکتا ہے۔

ابتدائی تعدادی مواد اکٹھا کرنے کا طریقہ

ابتدائی تعدادی مواد اکٹھا کرنے کیلئے درج ذیل طریقے اختیار کئے جاتے ہیں۔

(i) ذاتی مشاہدہ (Personal Observation)

اس طریق کار کے مطابق معلومات یا ابتدائی مواد اکٹھا کرنے والا محقق ذاتی طور پر عوام سے براہ راست انٹرویو کے ذریعے مطلوبہ معلومات حاصل کرتا ہے ۔بسا اوقات معلومات اکٹھا کرنے والا شخص لوگوں میں گھل مل جاتا ہے۔ ان کے ساتھ رسم و رواج اپناتا ہے اور ان کا اعتماد حاصل کرکے اپنی مطلوبہ معلومات اکٹھی کرلیتا ہے۔ اس لئے اس طریقے سے معلومات اکٹھا کرنے کے لئے ضروری ہے کہ محقق خوش اخلاق، فرض شناس ،غیر جانبدار اور تعصب سے بالاتر ہو۔ اس طرح اکٹھی کی جانے والی معلومات ہمیشہ درست اور تحقیق کے مقاصد حاصل کرنے میں بڑی مددگار ثابت ہوتی ہیں۔ معلومات اکٹھی کرنے کا یہ طریقہ سست اور مہنگا ثابت ہوتا ہے۔

(ii) بالواسطہ ذاتی مشاہدہ (Indirect Personal Observation)

بسا اوقات معلومات دہندہ بصورت مجبوری یا جان بوجھ کر معلومات حاصل کرنے والے محقق کو درست معلومات فراہم کرنے سے گریز کرتے ہیں۔ جن سے ان کے پوشیدہ راز فاش ہونے کا خدشہ ہوتا ہے۔ جیسے کچھ سرکاری ملازمین اپنی ضمنی آمدنی اور

تاجران اپنی حقیقی آمدنی انکم ٹیکس سے بچنے کے لیے نہیں بتاتے۔ بعض اوقات معلومات فاصلہ کی دوری یا وقت کی قلت کے باعث جواب دہندہ سے ذاتی طور پر مل کر معلومات حاصل کرنا مشکل ہوتا ہے تو پھر ایسے حالات میں ایسے تمام اشخاص کے قریبی دوستوں یا قریب رہنے والے لوگوں سے براہ راست یا بالواسطہ طور پر ان اشخاص کے بارے میں شہادت لی جاتی ہے اور معلومات کی صداقت کے لئے ایک سے زائد افراد کی گواہی لے لی جاتی ہے لیکن اس طریقے میں کوشش کی جاتی ہے کہ معلومات کی گواہی ایسے افراد سے لی جائے جو تعلیم یافتہ اور مسائل سے متعلق آگاہی رکھتے ہوں اور جانبداری سے بالاتر ہو کر اپنی گواہی دیں۔ یہ طریقہ اس وقت اختیار کیا جاتا ہے جب معلومات اکٹھی کرنا مشکل اور عوام براہ راست محقق سے ملنے سے گریز کریں۔

(iii) سوالناموں کے ذریعے (Through Questionnaires)

اس طریقہ کار میں مطلوبہ معلومات کی تحقیق کے لئے معیاری سوالات کی ایک فہرست تیار کر کے عوام کے پاس بذریعہ ڈاک یا قریبی علاقوں میں ذاتی طور پر محقق کے ذریعے بھیج دی جاتی ہے اور معلومات دہندہ سے درخواست کی جاتی ہے کہ وہ انہیں پُر کر کے واپس بھیج دے۔ اس طریق کار کی کامیابی کے لئے ضروری ہے کہ سوالنامہ آسان اور عام فہم ہو، ہاں یا نہیں میں جواب ہو اور لوگوں کے ذاتی مسائل یا معاملات سے متعلق نہ ہو۔ کسی حد تک یہ طریقہ سستا اور معلومات دہندہ کیلئے آسان ہے لیکن اس میں خامی یہ ہے کہ اس طرح سے اکٹھی کی ہوئی معلومات قابل یقین نہیں ہوتیں۔ لیکن اگر لوگوں کو یقین دلا دیا جائے کہ وہ ان کے راز کو پوشیدہ رکھیں گے تو ہوسکتا ہے کہ لوگ صحیح معلومات فراہم کردیں۔ یہ طریقہ عام طور پر سرکاری سطح پر معلومات اکٹھی کرنے کیلئے استعمال کیا جاتا ہے۔

(iv) رجسٹریشن کے ذریعے (Through Registration)

اس طریقے میں محقق اپنی معلومات کے حصول کے لئے متعلقہ محکمہ کے حکام سے ذاتی طور پر رابطہ قائم کر کے معلومات اکٹھی کرلیتا ہے۔ مثلاً اگر شرح اموات اور پیدائش کے متعلق معلومات اکٹھی کرنا ہوں تو وہ میونسپل کمیٹیوں سے براہ راست حاصل کرلیتے ہیں۔ اس طرح جرائم اور حادثات کے متعلق معلومات قانون لاگو کرنے والے اداروں اور پولیس اسٹیشنوں سے حاصل کرلیتے ہیں۔ یہ طریقہ بہت موثر اور ارزاں ہے اور محقق کو مطلوبہ معلومات کا درست مواد حاصل ہو جاتا ہے۔

(v) مقامی اخبارات کے ذریعے (Through Local Press Media)

بسا اوقات محقق کو بہت ساری معلومات مقامی اخبارات کی شائع کردہ رپورٹس سے مل جاتی ہیں۔ مقامی اخبار اپنے علاقے کے حالات کا جائزہ لے کر حالات کا مشاہدہ اپنے انداز میں اخبارات میں شائع کردیتے ہیں جن سے محقق کو کافی معلومات مل جاتی ہیں۔ اس طرح تحقیقی ادارے کی وقت اور پیسے دونوں کی بچت ہوجاتی ہے۔ اس طریقے سے حاصل کی جانے والی معلومات مستند نہیں ہوتیں لیکن پھر بھی محقق کیلئے تجزیہ کرنے میں مدد دیتی ہیں۔

(vi) تربیت یافتہ محقق کے ذریعے (Through Experienced Researchers)

بعض اوقات معلومات کے حصول کے لئے تحقیقی ادارہ اپنے کچھ افراد کو تربیت دے کر لوگوں کے پاس بھیجتا ہے جو لوگوں کو سوال نامہ پڑھ کر سناتا ہے اور ان سے جواب لے کر سوالنامہ پُر کرلیتا ہے۔ یہ طریقہ بہت موثر اور کامیاب ثابت ہوتا ہے اور اس کے ذریعے حاصل شدہ معلومات بہت حد تک درست ہوتی ہیں اور اس بات کا امکان بھی ختم ہوجاتا ہے کہ لوگ سوالنامہ کو ردی کی ٹوکری میں پھینک دیں۔ یہ طریقہ عموی طور پر سرکاری سطح پر اختیار کیا جاتا ہے۔

ثانوی تعدادی مواد (Secondary Statistical Data)

اس سے مراد حاصل شدہ وہ تمام ابتدائی معلومات ہیں جن کو کم از کم ایک مرتبہ شماریاتی تجزیہ اور تحقیق سے گزارا گیا ہو۔ یہاں یہ بات قابل ذکر ہے کہ بسا اوقات تعدادی مواد جو کسی ایک ادارے کے لئے ثانوی حیثیت رکھتا ہے وہ کسی دوسرے ادارے کیلئے ابتدائی نوعیت کا حامل ہوسکتا ہے۔ مثلاً اگر تحقیقاتی ادارہ اعداد وشمار اکٹھے کرتا ہے تو اعداد وشمار منصوبہ بندی کمیشن کے لیے ابتدائی نوعیت کے ہوں گے اور ان اعداد وشمار میں آبادی کے اعداد وشمار محکمہ مردم شماری کے لیے ثانوی نوعیت کے ہونگے۔

ثانوی تعدادی مواد اکٹھا کرنے کے ذرائع

ثانوی تعدادی مواد اکٹھا کرنے کے اہم طریقے درج ذیل ہیں۔

(i) سرکاری ذرائع (Government Sources)

ثانوی تعدادی مواد اکٹھا کرنے کے بڑے ذرائع وفاقی شماریاتی محکمے، صوبائی، لوکل گورنمنٹ کے محکمے اور وفاقی محکمے، مالیات، ریلوے، مواصلات اور بیوروآف شماریات وغیرہ ہیں۔

(ii) نیم سرکاری ذرائع (Semi -Government Sources)

نیم سرکاری اور غیر سرکاری محکموں کی مطبوعات مثلاً سٹیٹ بنک آف پاکستان، واپڈا، میونسپل کمیٹی، پی آئی ڈی سی، ضلعی کونسل وغیرہ ثانوی تعدادی مواد اکٹھا کرنے کے دوسرے بڑے اہم ذرائع ہیں۔

(iii) نجی ذرائع (Private Sources)

بسا اوقات ثانوی تعدادی مواد نجی مطبوعات مثلاً تجارتی اداروں، چیمبر آف کامرس اور مارکیٹ کی مطبوعات سے بھی اکٹھا کیا جاتا ہے۔

(iv) فنی ذرائع (Technical Sources)

ثانوی تعدادی مواد فنی مطبوعات مثلاً فنی وتکنیکی اداروں اور تجارتی رسائل سے اکٹھا کیا جاتا ہے۔

(v) تحقیقاتی اداروں کے ذرائع (Sources of Research Institutes)

اکثر ثانوی مواد تحقیقاتی اداروں کی مطبوعات مثلاً یونیورسٹی کے ادارہ تعلیم وتحقیق، ادارہ تحقیقات آبپاشی، ٹیکسٹ بک بورڈز وغیرہ سے حاصل کیا جاتا ہے۔

(vi) بین الاقوامی اداروں کی رپورٹس (Reports of International Organizations)

ثانوی تعدادی مواد بین الاقوامی ذرائع مثلاً عالمی بنک، آئی ایم ایف اور اقوام متحدہ کی رپورٹس سے بھی حاصل کیا جاتا ہے۔

3.7 جدول بندی (Tabulation)

تعدادی مواد کو باقاعدہ منظم طریقے سے افقی اور عمودی کالموں میں ترتیب دینے کے عمل کو جدول بندی کہتے ہیں۔

دیگر الفاظ میں جدول بندی سے مراد عددی مواد کو ایک خاص ترتیب اور قاعدہ سے پیش کرنا ہے تاکہ زیر بحث مسئلہ واضح ہوسکے۔ گویا جدول بندی شماریاتی تحقیق کے ترتیب وار جوابات فراہم کرتی ہے جن سے نتائج اخذ کرنے میں مدد ملتی ہے۔

جدول بندی کی اقسام (Kinds of Tabulation)

جدول بندی کی دو اہم اقسام درج ذیل ہیں۔

(الف) سادہ جدول بندی (Simple Tabulation)

(ب) مرکب جدول بندی (Compound Tabulation)

(الف) سادہ جدول بندی (Simple Tabulation)

سادہ جدول بندی میں اعداد کی صرف ایک خصوصیت یا صفت کو زیر بحث لایا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر پاکستان میں 61فی صد لوگ دیہاتوں میں رہتے ہیں اور 39فی صد شہروں میں بستے ہیں۔ لہٰذا پاکستان کی دیہاتی اور شہری آبادی کا جدول اس طرح ہوگا۔

شہری آبادی	دیہاتی آبادی
39فی صد	61فی صد

(ب) مرکب جدول بندی (Compound Tabulation)

مرکب جدول بندی میں اعداد کی ایک سے زائد خصوصیات یا صفات کو زیر بحث لایا جاتا ہے۔

مثلاً پاکستان میں افرادی قوت کی آمدنیوں کے معیار کے لحاظ سے تعداد کیا ہے۔

آمدنی کا معیار (روپوں میں)	سرکاری ملازمین	نجی ملازمین	ذاتی کاروبار
0-3000	200	600	100
3000-7000	400	800	300
7000-15000	500	700	250
15000-25000	300	400	400

جدول بندی کے اصول (Principles of Tabulation)

جدول بندی تیار کرتے وقت درج ذیل اصول اپنائے جاتے ہیں۔

(i) جدول بندی کے اعداد و شمار واضح، آسان اور عام فہم ہونے چاہئیں۔

(ii) جدول کا سائز دستیاب کاغذ پر زیر بحث لایا جا سکے۔

(iii) جدول کا عنوان پورے جدول کی عکاسی کرتا ہو۔

(iv) ہر عنوان کی پیمائش کی اکائیاں درج ہونی چاہیں تاکہ ان کی قدر معلوم ہو سکے۔

(v) جدول کے اہم عدد کے نیچے واضح موٹی سطر کشید کر دینی چاہیے تاکہ اس کی اہمیت واضح رہے۔

(vi) جدول کا ڈھانچہ اصل مقصد کی عکاسی کرتا ہو۔

(vii) جن کالموں کا مقابلہ کرنا مقصود ہو ان کو ایک دوسرے کے سامنے لکھیں۔

(viii) جدول بندی سے پہلے تعدادی مواد کا تخمینہ کر لینا چاہیے۔

(ix) جدول کے بڑے عنوانات کی تعداد کم لیکن چھوٹے عنوانات کی تعداد زیادہ ہونی چاہیے۔

(x) جدول کو سمجھنے میں دشواری کے امکان کو ختم کر دینا چاہیے۔

مشقی سوالات

سوال نمبر 1- ہر سوال کے دیے گئے چار ممکنہ جوابات میں سے درست جواب پر (✓) کا نشان لگائیں۔

1- اگر دو متغیر x اور y ہوں اور y کی قدر کا انحصار x کی قدر پر ہو تو اس تفاعلی رشتہ کو کس طرح لکھتے ہیں؟

(الف) $y = f(x)$　　(ج) $y + f(x)$

(ب) $x + f(y) = 0$　　(د) $x = f(y)$

2- ایسی علامتیں جو کسی ایک بحث کے دوران قابل قبول مختلف قدروں کا مجموعہ اختیار کر سکتی ہوں کہلاتی ہیں۔

(الف) مستقلات　　(ج) متغیرات

(ب) متبدلات　　(د) ساکنات

3- آزاد اور تابع متغیر کے درمیان باہمی تعلق کے اظہار کے لئے استعمال ہوتا ہے۔

(الف) ربط　　(ج) جدول

(ب) تفاعل　　(د) خط

4- یک درجی مساوات کا خط کس شکل کا ہوتا ہے؟

(الف) خط مستقیم　　(ج) شلجمی

(ب) دائری　　(د) بیضوی

5- ذیل میں سے کون سی مساوات دو درجی مساوات کی معیاری صورت ہے؟

(الف) $ax^2+bx^2+x=0$　　(ج) $ax^2+bx+c=0$

(ب) $ax^2+bx+cx=0$　　(د) $ax+bx+c=0$

6- اگر آزاد اور تابع متغیر ایک دوسرے کی مخالف سمت میں حرکت کریں تو ایسے تفاعلی رشتہ کو کہتے ہیں۔

(الف) یکسانی تفاعل　　(ج) تکثیری تفاعل

(ب) تقلیلی تفاعل　　(د) مستقل تفاعل

7- تعدادی مواد کو منظم طور پر افقی اور عمودی کالموں میں ترتیب دینے کے عمل کو کہتے ہیں۔

(الف) ثانوی مواد　　(ج) جدول بندی

(ب) اعشاری مواد　　(د) شماریاتی مواد

8- ذیل میں سے کونسا ذریعہ ابتدائی تعدادی مواد اکٹھا کرنے سے متعلق نہیں ہے؟

(الف) سوالنامہ کے ذریعہ　　(ج) رجسٹریشن کے ذریعہ

(ب) تحقیقی مطبوعات کے ذریعہ　　(د) ذاتی مشاہدہ کے ذریعہ

9- ایسی مساواتیں جن کی نامعلوم قدروں کی حل شدہ قدریں بیک وقت تمام مساواتوں پر صادق آتی ہیں کہلاتی ہیں۔

(الف) ہمزاد مساواتیں (ج) دو درجی مساواتیں

(ب) تین درجی مساواتیں (د) یک درجی مساواتیں

سوال نمبر 2۔ درج ذیل جملوں میں دی گئی خالی جگہ پُر کیجیے۔

1- گھڑی پر سوئیوں کی رفتار ایک .... متغیر ہے۔

2- دو درجی مساوات کو حل کرنے کا فارمولہ .... ہے۔

3- معاشیات میں انگریزی الفابیٹ z,y,x .... ہیں۔

4- .... شماریاتی تحقیق کے ترتیب وار جوابات فراہم کرتی ہے۔

5- .... دو الجبری جملوں کی برابری کا اظہار ہے۔

6- ایسی متغیر مقداریں جو اپنے سلسلہ حدود کے اندر رخنے نہ چھوڑیں .... کہلاتی ہیں۔

7- معاشی متغیرات .... اور غیر معاشی متغیرات .... نوعیت کے ہوتے ہیں۔

8- .... متغیر میں رخنے یا چھلانگیں پائی جاتی ہیں۔

9- کسی شماریاتی تحقیق کے لئے پہلی مرتبہ اکٹھے کئے ہوئے مواد کو .... کہتے ہیں۔

10- مستقلات کبھی .... نہیں ہوتے۔

سوال نمبر 3۔ کالم (الف) اور کالم (ب) میں دیے گئے جملوں میں مطابقت پیدا کر کے درست جواب کالم (ج) میں لکھیں۔

کالم (الف)	کالم (ب)	کالم (ج)
پیرامیٹرز	کار کی رفتار	
شے کی قیمت	ثانوی تعدادی مواد	
یک درجی مساوات	مفروضات	
مسلسل متغیر	غیر مسلسل متغیر	
ابتدائی تعدادی مواد	قیمتوں کا انتخاب	
متغیرات کا الٹ تعلق	مستقلات	
حکومت کی مطبوعات	مردم شماری	
	تفلیلی تفاعل	
	ax+b=0	

سوال نمبر 4- درج ذیل سوالات کے مختصر جوابات تحریر کیجیے۔

1- متغیرات سے کیا مراد ہے؟

2- مسلسل اور غیر مسلسل متغیر میں کیا فرق ہے؟

3- تفاعل سے کیا مراد ہے؟

4- تکثیری اور تقلیلی تفاعل میں کیا فرق ہے؟

5- ہمزاد مساواتوں سے کیا مراد ہے؟

6- جدول بندی سے کیا مراد ہے؟

سوال 5- درج ذیل سوالات کے جوابات تفصیلاً تحریر کیجیے۔

1- متغیرات سے کیا مراد ہے؟ ان کی اقسام کی وضاحت مثالوں سے کیجیے۔

2- درج ذیل معاشی اصطلاحات کا مفہوم مثالوں سے واضح کیجیے۔

(الف) مستقلات (ب) تفاعل (ج) پیرامیٹرز

3- درج ذیل مساواتوں کی وضاحت مثالوں سے کیجیے۔

(الف) یک درجی مساوات (ب) دو درجی مساوات (ج) ہمزاد مساواتیں

4- درج ذیل مساواتوں کو حل کیجیے۔

(الف) $4x-28=0$ (ب) $2(x+5)=2(x-2)$ (ج) $8x+2=18$

5- درج ذیل مساواتوں کا گراف بنائیے۔

(الف) $y=6x$ (ب) $y=16-2x$ (ج) $3x+y=21$

6- درج ذیل مساواتوں کو حل کیجیے۔

(الف) $x^2-7x+12=0$ (ب) $2x^2-x-1=0$ (ج) $3x^2-4x+9=0$

7- درج ذیل ہمزاد مساواتوں کو حل کیجیے۔

(الف) $2x+3y=13, 3x-y=3$ (ب) $3x-2(y-2)=10, 4x-2y=10$

8- درج ذیل ہمزاد مساواتوں کا گراف بنائیں۔

(الف) $3x-2x=-3, 2x+3y=11$ (ب) $5x+4y=13, 4x-5y=-6$

9- شماریاتی مواد جمع کرنے کے مختلف طریقوں کی وضاحت کیجیے۔

10- جدول بندی سے کیا مراد ہے؟ اس کی اقسام لکھیے، نیز جدول بندی کے اصول بیان کیجیے۔