یونٹ 09

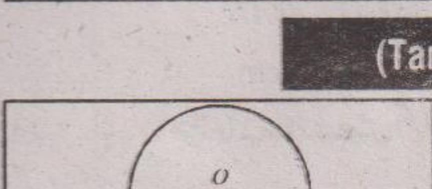
دائرہ کا مماس اور زاویے

حاصلاتِ تعلم

اس یونٹ کو مکمل کرنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- دائرہ کے مماس اور زاویوں کی خصوصیات کا استعمال کرتے ہوئے مسائل کو حل کر سکیں:
  - o اگر ایک خط دائرہ کے رداسی قطعہ کے بیرونی نقطہ پر عموداً کھینچا جائے تو وہ اس نقطہ پر دائرہ کا مماس ہوتا ہے۔
  - o دائرہ کے رداسی قطعہ نقطہ مماس اور مرکز کو ملانے والا رداسی قطعہ اور مماس ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔
  - o ایک بیرونی نقطہ سے دائرہ پر کھینچے گئے دو مماس لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔
  - o اگر دو دائرے بیرونی طور پر یا اندرونی طور پر مس کریں، تو ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ بالترتیب ان کے رداسوں کے مجموعے یا فرق کے برابر ہوتا ہے۔
  - o کسی دائرہ میں قوسِ صغیرہ سے بننے والا مرکزی زاویہ مقدار میں متعلقہ قوس کبیرہ کے محصور زاویے سے دوگنا ہوتا ہے۔
  - o دائرہ کے ایک ہی قطعہ میں کوئی بھی دو زاویے مساوی ہوتے ہیں۔
  - o نصف دائرہ میں ایک زاویہ قائمہ ہوتا ہے، جو نصف دائرہ سے بڑے قطعہ میں ہو تو قائمہ زاویہ سے چھوٹا ہوتا ہے، نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ میں ہو تو قائمہ زاویہ سے بڑا ہوتا ہے۔
  - o دائرہ میں بنی ہوئی کسی بھی چوکور کے متقابلہ زاویے سپلیمنٹری ہوتے ہیں۔
- زاویوں کو ڈگریوں اور ریڈین میں استعمال کرتے ہوئے قوس کی لمبائی اور دائرہ کے قطعہ کا رقبہ معلوم کر سکیں۔
- دائرہ کے مماس اور زاویوں کی خصوصیات کا اطلاق حقیقی دنیا کے مسائل جیسے کہ فن تعمیر، یادگاروں، اہرام وغیرہ پر کر سکیں۔
- دائرہ کی قوس کی لمبائی اور قطعہ کے رقبے میں حقیقی زندگی کے مسائل کو حل کرنے کے لیے تکونیات کا اطلاق کر سکیں۔

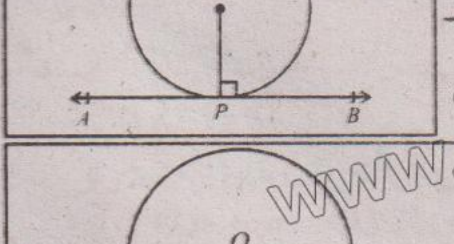
9.1 دائرہ کا مماس (Tangent to a Circle)



دائرہ کا مماس (Tangent to a Circle)

کسی مستوی میں، ایک خط دائرہ کا مماس کہلاتا ہے جو دائرہ کے محیط پر صرف ایک نقطہ کو چھوتا ہے۔

یہاں $\overleftrightarrow{AB}$ نقطہ P پر دائرہ کا مماس ہے۔ نقطہ P کو نقطہ مماس کہا جاتا ہے۔



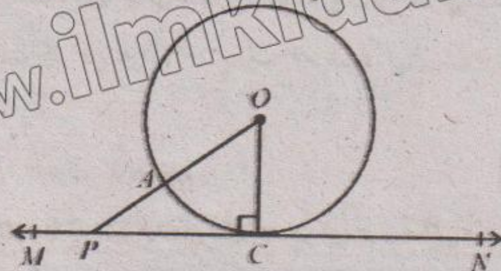
(a) اگر ایک دائرہ کے رداسی قطعہ کے بیرونی آخری نقطہ پر ایک خط کھینچا جائے جو اس پر عمود ہو، تو وہ اس نقطہ پر دائرہ کا مماس ہوتا ہے۔

اگر ایک دائرہ جس کا مرکز O اور $\overline{OC}$ اس کا رداسی قطعہ ہے۔ نقطہ C پر $\overleftrightarrow{AB} \perp \overline{OC}$، تو $\overleftrightarrow{AB}$ نقطہ C پر دائرے کا مماس ہے۔

www.ilmkidunya.com

(b) **دائرہ کے نقطہ مماس اور مرکز کو ملانے والا رداسی قطعہ اور مماس ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔**

اگر ایک دائرہ جس کا مرکز O اور $\overline{OC}$ اس کا رداسی قطعہ ہے۔ $\overleftrightarrow{MN}$ نقطہ C پر مماس ہے، تو $\overline{OC}\perp\overleftrightarrow{MN}$



مثال 1: **$\overline{QR}$ مرکز P اور رداس 4cm کے دائرہ کا نقطہ Q پر مماس ہے۔ یہ قطعہ خط PR سے اس طرح ملتا ہے کہ $m\overline{PR} = 8cm$۔ $\overline{QR}$ کی لمبائی کیا ہے؟**

حل: چوں کہ $\overline{QR}$ نقطہ Q پر دائرہ کا مماس ہے اور یہ $\overline{PQ}$ پر عمود ہے۔ ΔPQR ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے اور PR اس کا وتر ہے۔

مسئلہ فیثاغورث کا استعمال کرتے ہوئے

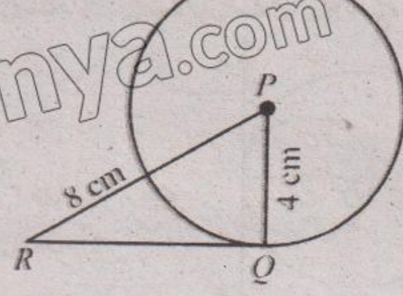
$$\left(m\overline{PR}\right)^2=\left(m\overline{PQ}\right)^2+\left(m\overline{QR}\right)^2$$

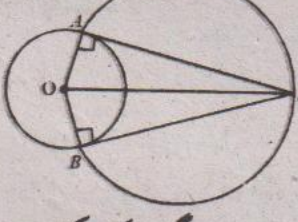
$$8^2=4^2+\left(m\overline{QR}\right)^2$$

$$64=16+\left(m\overline{QR}\right)^2$$

$$\left(m\overline{QR}\right)^2=64-16=48$$

$$m\overline{QR}=6.93cm$$

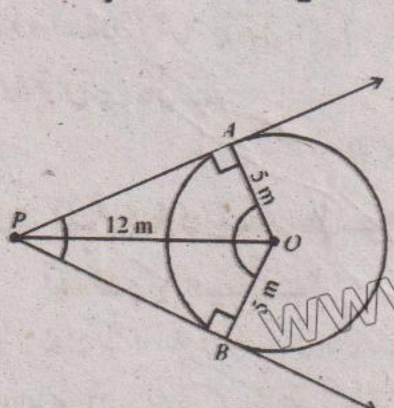




بیرونی نقطہ سے دائرہ پر کھینچے گئے دو مماس لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔

اگر $\overline{PA}$ اور $\overline{PB}$ ایک بیرونی نقطہ P سے ایک دائرہ پر کھینچے گئے دو مماس ہیں جس کا مرکز O ہے، جہاں A اور B رابطہ کے تماسی نقاط ہیں، تو $m\overline{PA} = m\overline{PB}$ ۔

مثال 2: **ایک ماہر تعمیرات (Architect) ایک عمارت پر ایک دائروی گنبد بناتا ہے جس کا رداس 5m ہے۔ گنبد کے مرکز سے روشنی کا راڈ 12m دور نصب کیا گیا ہے۔ سہارا دینے والی تاریں راڈ سے گنبد کے ساتھ منسلک کی گئی ہیں، جو گنبد کو دو نقاط پر چھو رہی ہیں۔ ہر تار کی لمبائی کیا ہے؟**



حل: فرض کریں کہ دو مماس (تاریں) $\overline{PA}$ اور $\overline{PB}$ نقطہ P (راڈ پر) سے دائرہ (گنبد) کے محیط پر کھینچے گئے ہیں۔

یہاں، $m\overline{OP}=12m,\ m\overline{OA}=m\overline{OB}=5m$

قائمۃ الزاویہ مثلث OAP میں، مسئلہ فیثاغورث کے مطابق،

$$\left(m\overline{OP}\right)^2=\left(m\overline{OA}\right)^2+\left(m\overline{AP}\right)^2$$

$$12^2=5^2+(m\overline{AP})^2$$

$$144=25+(m\overline{AP})^2$$

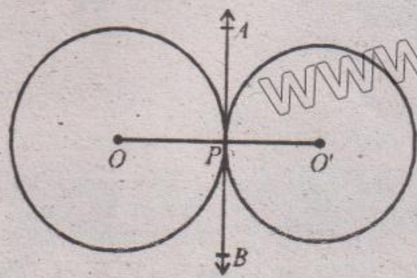
$$(m\overline{AP})^2=144-25=119$$

www.ilmkidunya.com

$$m\overline{AP} = 10.91\text{m}$$

لہٰذا، ہر تار کی لمبائی 10.91m ہے۔

(a) اگر دو دائرے بیرونی طور پر مَس کرتے ہوں، تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ ان کے رداسوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔



اگر مرکز O اور O' کے ساتھ دو دائرے نقطہ P پر بیرونی طور پر ایک دوسرے کو مَس کرتے ہوں $\overline{PO}$ اور $\overline{PO'}$ بالترتیب ان کے رداس ہوں تو

$$m\overline{OO'} = m\overline{OP} + m\overline{O'P}$$

مثال 3: دو دائروں کے رداس 4cm اور 6cm ہیں۔ اگر وہ بیرونی طور پر مَس کرتے ہیں، تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجیے۔

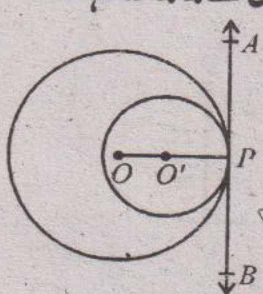
حل: چوں کہ دائرے بیرونی طور پر مَس کرتے ہیں۔

اس لیے ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ = ان کے رداسوں کا مجموعہ

$= 4 + 6$

$= 10 \text{ cm}$

(b) اگر دو دائرے اندرونی طور پر مَس کرتے ہیں۔ تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ ان کے رداسوں کے فرق کے برابر ہوتا ہے۔



اگر مرکز O اور O' کے ساتھ دو دائرے نقطہ P پر اندرونی طور پر ایک دوسرے کو مَس کرتے ہیں، $\overline{PO}$ اور $\overline{PO'}$ بالترتیب ان کے رداس ہوں تو $m\overline{OO'} = m\overline{OP} - m\overline{O'P}$

مثال 4: ایک اندرونی آرائشی دائرہ بیرونی گھڑی کی سطح کو اندرونی طور پر مَس کرتا ہے۔ اگر بیرونی دائرے کا رداس 12cm ہو اور اندرونی دائرہ کا رداس 7.5cm ہو، تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل: چوں کہ

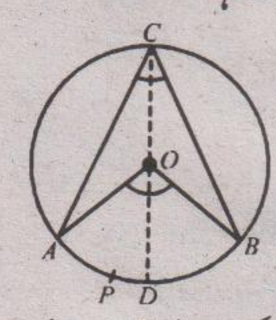
بیرونی دائرہ کا رداس $= 12\text{cm}$

اندرونی دائرہ کا رداس $= 7.5 \text{ cm}$

اس لیے ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ $= 12 - 7.5$

$= 4.5 \text{ cm}$

دائرہ میں قوسِ صغیرہ سے بننے والا مرکزی زاویہ مقدار میں متعلقہ قوسِ کبیرہ کے محصور زاویے سے دوگنا ہوتا ہے۔



مرکز O والے دائرہ میں، $\widehat{APB}$ ایک قوسِ صغیرہ ہے۔ یہ مرکز پر ایک زاویہ AOB بناتی ہے اور ایک زاویہ ACB قوسِ کبیرہ بناتی ہے۔

تب $m\angle AOB = 2m\angle ACB$

مثال 5: ایک خم دار پٹڑی ایک قوس بناتی ہے جو دائروی میدان کے مرکز پر 60° کا زاویہ بناتی ہے۔ یہ حد کے کسی ایک نقطہ پر کیا زاویہ بناتی ہے؟

حل: چوں کہ خم دار پٹڑی ایک قوس بناتی ہے جو دائروی میدان پر 60° کا زاویہ بناتی ہے۔ جیسا کہ ہم مانتے ہیں کہ کسی دائرہ کی قوس سے مرکز پر بننے والا زاویہ اس کے محیط کے باقی حصے پر کسی بھی نقطہ پر بننے والے زاویہ سے دوگنا ہوتا ہے۔

لہٰذا محیط پر زاویہ $= \dfrac{60°}{2} = 30°$

www.ilmkidunya.com

خود آزمائی: ایک ریڈار سینا ایک قوس کا تجزیہ کرتا ہے جو مرکز پر 90° کا زاویہ بناتا ہے۔ یہ قوس اپنے دائروی راستے کے کنارے پر کیا زاویہ بناتی ہے؟

حل: ہم جانتے ہیں کہ کسی دائرہ کی قوس سے مرکز پر بننے والا زاویہ اس کے محیط کے باقی حصے پر کسی بھی نقطہ پر بننے والے زاویہ سے دوگنا ہوتا ہے۔

مرکز میں بننے والا زاویہ $= 90^\circ$

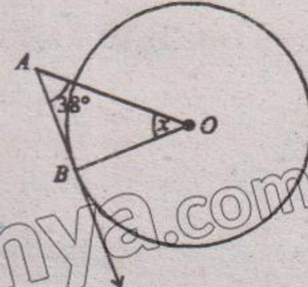
مرکز پر بننے والا زاویہ $= 2 \times$ (محیط پر بننے والا زاویہ)

محیط پر بننے والا زاویہ $= \dfrac{90}{2} = 45^\circ$

کنارے پر بننے والا زاویہ $= 45^\circ$

حل مشق 9.1

1- x کی قیمت معلوم کیجیے۔



حل: مثلث میں

$38^\circ =$ دائرہ سے باہر والے زاویے کی پیمائش

$x =$ دائرہ کے مرکز پر بننے والے زاویے کی پیمائش

$90^\circ =$ مثلث کے تیسرے زاویے کی پیمائش

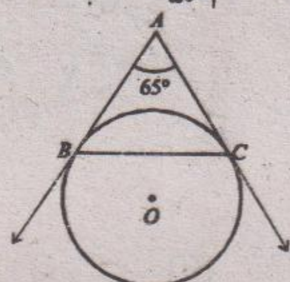
(رداسی قطعہ اور مماس ایک دوسرے کے عمود اًہوتے ہیں)

پس

(مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ)

$$x + 38^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$
$$x + 128^\circ = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$$

2- زاویہ ABC معلوم کیجیے۔



حل: ہم جانتے ہیں کہ بیرونی نقطہ سے دائرہ پر کھینچے گئے دو مماس لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔

$m\overline{AB} = m\overline{AC}$

لہٰذا

ΔABC مساوی الساقین ہے۔

ΔABC میں زاویوں کی پیمائش 180°

چونکہ $m\overline{AB} = m\overline{AC}$

تو

$m\angle ABC = m\angle ACB$

فرض کیا $m\angle ABC = m\angle ACB = x$

ہم جانتے ہیں

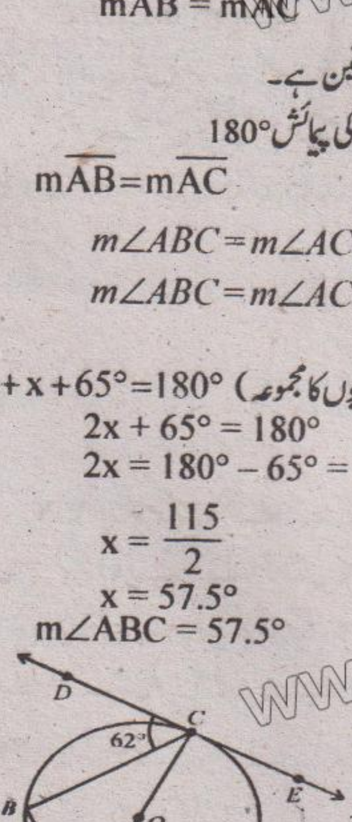
$x + x + 65^\circ = 180^\circ$ (مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ)

$$2x + 65^\circ = 180^\circ$$
$$2x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$
$$x = \frac{115}{2}$$
$$x = 57.5^\circ$$

پس، $m\angle ABC = 57.5^\circ$

3- B,A اور C مرکز O کے ساتھ ایک دائرہ کے محیط پر نقاط ہیں۔ $\overline{AC}$ دائرہ کا قطر ہے اور $\overleftrightarrow{DE}$ نقطہ C پر دائرہ کا مماس اور $m\angle BCD = 62^\circ$ ہے۔ معلوم کیجیے۔

(i) $m\angle BCA$ (ii) $m\angle BAC$



حل: معلوم

www.ilmkidunya.com

دائرہ کا قطر $= \overline{AC}$

نقطہ C پر مماس $= \overline{DE}$

$m\angle BCD = 62^\circ$

$m\angle BCA + m\angle BCD = 90^\circ$ (نقطہ C پر $\overline{OC} \perp \overline{DE}$)

$m\angle BCA + 62^\circ = 90^\circ$

$m\angle BCA = 90^\circ - 62^\circ$

$m\angle BCA = 28^\circ$ ______ (i)

مثلث ABC میں

$m\angle ABC = 90^\circ$ (قطع کے ذریعے محیط پر بننے والا زاویہ قائمہ (90°) ہے)

$m\angle BCA = 28^\circ$

ہم جانتے ہیں کہ

$$m\angle BAC + m\angle ABC + m\angle BCA = 180^\circ$$

$$m\angle BAC + 90^\circ + 28^\circ = 180^\circ$$

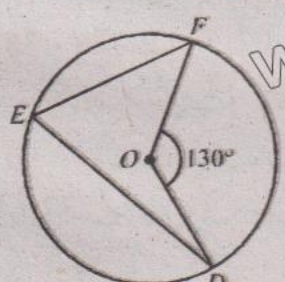
$$m\angle BAC + 118^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle BAC = 180^\circ - 118^\circ$$

$$= 62^\circ \quad \text{(ii)}$$

پس، ((i) اور (ii) سے) $m\angle BCA = 28^\circ,\ m\angle BAC = 62^\circ$

-4 D، E اور F مرکز O کے ساتھ ایک دائرہ کے محیط پر نقاط ہیں اور $m\angle DOF = 130^\circ$ ہے۔ $m\angle DEF$ معلوم کیجیے۔



حل: دائرے میں مرکز کے ساتھ $\widehat{DF}$ قوس صغیر ہے اور زاویہ ∠DOF قوس کبیرہ کے ذریعے بنتا ہے۔
ہم جانتے ہیں کہ کسی دائرے میں قوس صغیرہ سے بننے والا مرکزی زاویہ مقدار میں اپنی متعلقہ قوس کبیرہ کے محصور زاویے سے دوگنا ہوتا ہے۔

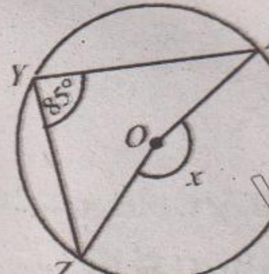
$2\,m\angle DEF = m\angle DOF$

$2m\angle DEF = 130^\circ$

$m\angle DEF = \dfrac{130^\circ}{2}$

$m\angle DEF = 65^\circ$

-5 X، Y اور Z مرکز O والے دائرہ کے محیط پر نقاط ہیں اور $m\angle XYZ = 85^\circ$ ۔ x معلوم کیجیے۔



حل: مرکز O پر بننے والے دائرہ میں $\widehat{ZX}$ ایک قوس صغیرہ ہے۔
یہ مرکز پر ایک زاویہ ∠ZOX بناتا ہے اور زاویہ ∠ZYX قوس کبیرہ کے ذریعے بنتا ہے۔ جس کی رو سے دائرے میں قوس صغیرہ سے بننے والا مرکزی زاویہ مقدار میں اپنی متعلقہ قوس کبیرہ کے محصور زاویے سے دوگنا ہوتا ہے۔

$m\angle ZOX = 2m\angle XYZ$

$x = 2(85^\circ) \Rightarrow x = 170^\circ$

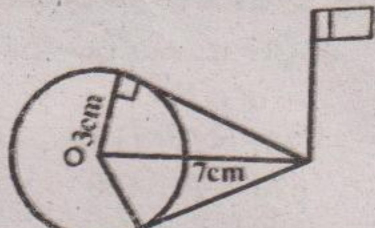
$x = 170^\circ$

www.ilmkidunya.com

6- ایک تاریخی یادگار میں 3m رداس کا ایک دائروی فوارہ بنایا گیا ہے۔ فوارے کے مرکز سے 7m کے فاصلے پر ایک پرچم کا پول نصب ہے۔ پول سے دو رسیاں فوارے کے کنارے سے اس طرح باندھی گئی ہیں کہ وہ صرف اسے مس کرتی ہیں۔ ہر رسی کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل:
(r) دائرہ نما فوارے کا رداس = 3m
(d) فوارے کے مرکز سے کھمبے کا فاصلہ = 7m
(*l*) رسی کی لمبائی = ?

جب کوئی خط کسی بیرونی نقطے سے دائرہ کے کنارے (مماس) کو چھوتی ہے تو یہ اس نقطہ پر رداس کے ساتھ قائمہ زاویہ ($90°$) بناتی ہے۔
مسئلہ فیثا غورث کے استعمال سے



$$d^2 = l^2 + r^2$$
$$7^2 = l^2 + 3^2$$
$$49 = l^2 + 9$$
$$49 - 9 = l^2$$
$$40 = l^2$$
$$\sqrt{l^2} = \sqrt{40}$$
$$l = 6.32m$$

چونکہ کسی بیرونی نقطے سے دائرہ پر کھینچے گئے دو مماس برابر ہوتے ہیں لہٰذا ہر رسی کی لمبائی برابر ہوگی۔
ہر رسی کی لمبائی = 6.32m

7- ایک مشین میں مناسب گردش کے لیے دو دائروی گیئرز ایک دوسرے کو بیرونی طور پر مَس کرتے ہیں۔ دو دائروی گیئرز کے رداس 5cm اور 7cm ہیں۔ اگر وہ بیرونی طور پر مَس کرتے ہیں تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ کیا ہے؟

حل: ہم جانتے ہیں کہ اگر دو دائرے بیرونی طور پر مَس کرتے ہیں تو ان کے مراکز درمیانی فاصلہ ان کے رداسوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔
(r_1) پہلے دائروی گیئر کا رداس = 5cm
(r_2) دوسرے دائروی گیئر کا رداس = 7cm
دائروی گیئرز کے مراکز کے درمیان کا فاصلہ = $r_1 + r_2$
= 5cm + 7cm = 12cm

8- ایک چھوٹا سینسر ایک سیٹلائٹ ڈش کے اندر واقع ہے اور اس کی دیوار کو اندرونی طور پر مَس کرتا ہے۔ اگر ڈش کا رداس 15cm ہو اور سینسر کا رداس 2.5cm ہو تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ اگر دو دائرے اندرونی طور پر مس کرتے ہیں تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ ان کے رداسوں کے فرق کے برابر ہوتا ہے۔
(R) سیٹلائٹ ڈش کا رداس = 15cm
(r) چھوٹے سینسر کا رداس = 2.5cm
ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ = R − r
= 15cm − 2.5cm = 12.5cm

9- ایک اندرونی ہولڈر بیرونی سلنڈر نما برتن کو اندرونی طور پر مَس کرتا ہے۔ اگر بیرونی برتن کا رداس 8cm ہو اور اندرونی ہولڈر کا رداس 6cm ہو تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ اگر دو دائرے ایک دوسرے کو اندرونی طور پر مس کرتے ہیں تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ ان کے رداسوں کے فرق کے برابر ہوتا ہے۔
(R) بیرونی سلنڈر نما برتن کا رداس = 8cm
(r) اندرونی ہولڈر کا رداس = 6cm

www.ilmkidunya.com

مراکز کے درمیان کا فاصلہ $= R - r$

$= 8cm - 6cm = 2cm$

10- ایک اہرام کی شکل کا مجسمہ 10m رداس کے دائروی پلازہ کے مرکز میں رکھا گیا ہے۔ ایک آرائشی پول دائرہ کے مرکز سے 26m کے فاصلے پر نصب ہے۔ پول کے بالائی حصے سے پلازہ کے کنارے تک دو گائیڈ تاریں جوڑی گئی ہیں، جو صرف دائرہ کو مَس کرتی ہیں۔ ہر تار کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل:

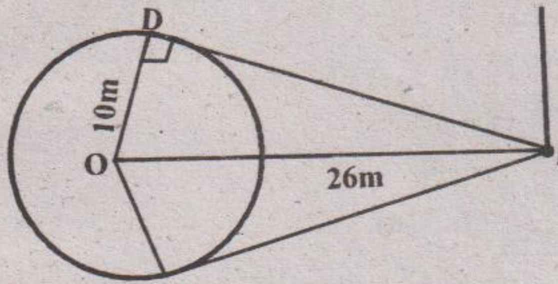
دائروی پلازہ کا رداس (r) $= 10m$

پلازہ کے مرکز سے پول کا فاصلہ (d) $= 26m$

تار کی لمبائی (l) $= ?$

جب ایک خط بیرونی نقطہ سے دائرہ کے کنارے (مماس) کو چھوتا ہے تو یہ اس نقطہ پر رداس کے ساتھ قائمہ زاویہ بناتا ہے۔

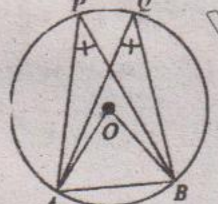
اب مسئلہ فیثاغورث کے استعمال سے



$$d^2 = l^2 + r^2$$
$$(26)^2 = l^2 + (10)^2$$
$$676 = l^2 + 100$$
$$676 - 100 = l^2$$
$$576 = l^2$$
$$\sqrt{l^2} = \sqrt{576}$$
$$l = 24m$$

جیسا کہ کسی بیرونی نقطے سے دائرہ پر کھینچے گئے دو مماس لمبائی میں برابر ہوتے ہیں لہٰذا دونوں تاروں کی لمبائی برابر ہوگی۔

لہٰذا ہر ایک تار کی لمبائی = 24m



دائرہ کے ایک ہی قطعہ میں کوئی بھی دو زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

اگر مرکز O والے دائرہ کے ساتھ $\angle APB$ اور $\angle AQB$ ایک ہی قطعہ APQB میں زاویے ہوں، تو $m\angle APB = m\angle AQB$۔

مثال 6: ایک لائبریری کی ایک بڑی دائروی رنگین شیشے کی کھڑکی میں، ایک ہی وتر AB سے دو آرائشی بیم مخالف قوس AB پر دو نقاط P اور Q تک کھینچے گئے ہیں، اس طرح کہ $\angle APB$ اور $\angle AQB$ بنتے ہیں۔ اگر $\angle APB$ کی پیمائش 40° ہو تو $m\angle AQB$ کی پیمائش کیا ہے؟

حل: ہم جانتے ہیں کہ دائرہ کے ایک ہی قطعہ میں کوئی بھی دو زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

چوں کہ $m\angle APB = 40°$

لہٰذا $m\angle AQB = 40°$

خود آزمائی: ایک پروجیکٹر ایک دائروی دیوار پر قوس کے اوپر ایک تصویر کا عکس بناتا ہے۔ قوس کے قطعہ پر دو ناظرین رپورٹ کرتے ہیں کہ ایک 50° کا زاویہ دیکھ رہا ہے۔ اسی قطعہ میں دوسرا زاویہ کیا ہے؟

حل: مشاہدہ کرنے والا 1 ایک زاویہ 50° بتاتا ہے۔

چونکہ مشاہدہ کرنے والا-2 ایک قطعہ میں ہے، اس کا مشاہدہ کیا گیا۔

زاویہ پہلے زاویہ کے برابر ہے۔

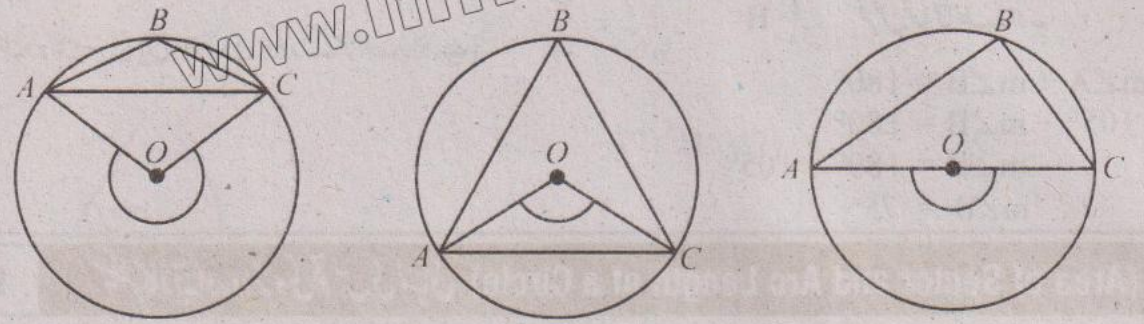
اس لیے دوسرا زاویہ بھی 50° ہے۔

www.ilmkidunya.com

(a) نصف دائرہ میں بننے والا زاویہ ایک قائمہ زاویہ ہوتا ہے۔

(b) نصف دائرہ سے بڑے قطعہ میں بننے والا زاویہ قائمہ زاویہ سے چھوٹا ہوتا ہے۔

(c) نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ میں بننے والا زاویہ قائمہ زاویہ سے بڑا ہوتا ہے۔



شکل I　　　　شکل II　　　　شکل III

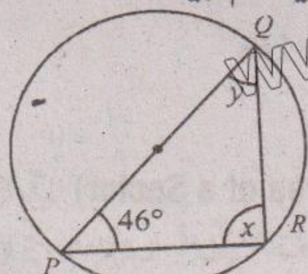
مرکز O کے ساتھ ایک دائرہ ہے اور دائرہ کا وتر $\overline{AC}$ ہے۔

(a) شکل I میں، ABC قطعہ نصف دائرہ ہے، تو $m\angle ABC = 90^\circ$

(b) شکل II میں، ABC قطعہ نصف دائرہ سے بڑا ہے، تو $m\angle ABC < 90^\circ$

(c) شکل III میں، ABC قطعہ نصف دائرہ سے چھوٹا ہے، تو $m\angle ABC > 90^\circ$

مثال 7: شکل میں Q,P اور R ایک دائرہ کے محیط پر نقاط ہیں اور قطعہ خط PQ قطر ہے۔ x اور y زاویے معلوم کیجیے۔



حل: چوں کہ نصف دائرہ میں زاویہ 90° ہوتا ہے۔ لہٰذا، $x = 90^\circ$ جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی مثلث کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

اس لیے　$46^\circ + 90^\circ + y = 180^\circ$

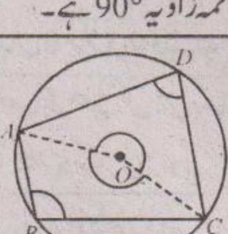
$136^\circ + y = 180^\circ$

$y = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$

خود آزمائی: ایک نیم دائروی پُل میں ایک کیبل محراب کے قطر کے ساتھ ایک مثلث بناتی ہے۔ اگر کیبل قطر کے اختتامی نقاط اور محراب کے بالائی حصے سے ملتی ہو تو بالائی حصے پر زاویہ معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ پل نصف دائروی ہے اور قطر کا استعمال کرتے ہوئے مثلث بنتی ہے۔ اس لیے بالائی حصے پر زاویہ قائمہ زاویہ 90° ہے۔

دائرہ میں بنی ہوئی کسی بھی چوکور کے متقابلہ زاویے سپلیمنٹری ہوتے ہیں۔

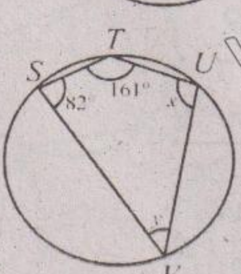


اگر مرکز O والا دائرہ ہو اور ABCD دائرہ کے اندر ایک چوکور ہو تو

$$m\angle CBA + m\angle ADC = 180^\circ$$

$$m\angle BAD + m\angle BCD = 180^\circ$$

مثال 8: U,T,S اور V دائرہ کے محیط پر نقاط ہیں۔ x اور y زاویے معلوم کیجیے۔



حل: جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ دائرہ میں بنی ہوئی کسی بھی چوکور کے متقابلہ زاویے سپلیمنٹری ہوتے ہیں،

لہٰذا، $x + 82^\circ = 180^\circ$　|　$y + 161^\circ = 180^\circ$

$x = 98^\circ$　|　$y = 19^\circ$

www.ilmkidunya.com

خود آزمائی

ایک دائروی میز پر ایک آرائشی چوکور نمونہ بنا ہوا ہے۔ اگر چوکور کا ایک زاویہ 105° ہو تو متقابلہ زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا دیا گیا زاویہ A $= 105°$

فرض کیا مخالف زاویہ $= B$

چونکہ وہ سپلیمنٹری ہیں [دائروی چوکور کے مخالف زاویے]

$$m\angle A + m\angle B = 180°$$
$$105° + m\angle B = 180°$$
$$m\angle B = 180° - 105°$$
$$m\angle B = 75°$$

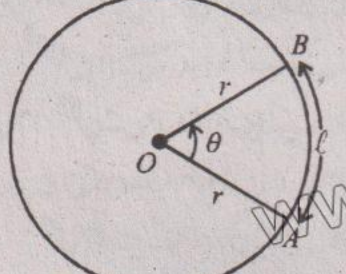
9.2 سیکٹر کا رقبہ اور دائرہ کی قوس کی لمبائی (Area of Sector and Arc Length of a Circle)

قوس کی لمبائی اور سیکٹر کا رقبہ

فرض کریں کہ رداس r والے دائرہ کی ایک دائروی قوس AB کی لمبائی l ہے اور θ ریڈین میں اس کے مرکزی زاویہ کی پیمائش ہے۔

تب l اور محیط $2\pi r$ کی نسبت $=$ θ اور 2π کی نسبت

یا $\ell : 2\pi r = \theta : 2\pi$

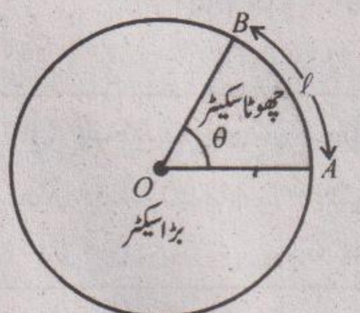


یا $$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$\ell = \frac{\theta}{2\pi} \times 2\pi r$$

$\ell = r\theta$ جہاں θ ریڈین میں ہے۔

سیکٹر کا رقبہ (Area of a Sector)



دائرہ کا سیکٹر دو رداسوں اور ان کی متعلقہ قوس سے گھرا ہوا علاقہ ہوتا ہے۔ پیزا کا ایک ٹکڑا اور گھڑی کی سوئیوں کے درمیان کا علاقہ دائرہ کے سیکٹر کی مثالیں ہیں۔ ایک سیکٹر دائرہ کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے جنھیں بڑا سیکٹر اور چھوٹا سیکٹر کہتے ہیں۔

رداس r والے دائروی علاقے کے سیکٹر کا رقبہ $\frac{1}{2} r^2\theta$ ہے۔

جہاں θ مرکزی زاویہ ہے اور اسے ریڈین میں ماپا جاتا ہے۔

ثبوت: جیسا کہ ملحقہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

$$\frac{\text{سیکٹر کا رقبہ}}{\text{دائرہ کا رقبہ}} = \frac{\text{سیکٹر کا مرکزی زاویہ}}{\text{دائرہ میں مکمل زاویہ}}$$

$$\frac{A}{\pi r^2} = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$A = \frac{\pi r^2\theta}{2\pi}$$

$\Rightarrow$ سیکٹر کا رقبہ $= \frac{1}{2} r^2\theta$

نوٹ:

$$A = \frac{1}{2} r^2\theta$$

$\because \ell = r\theta$

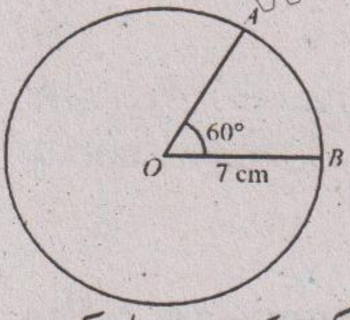
پس $A = \frac{1}{2} r(r\theta)$

$$A = \frac{1}{2} r\ell$$

www.ilmkidunya.com

مثال 9: دائرہ کے سیکٹر کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا مرکزی زاویہ °60 اور رداس 7cm ہے، قوس AB، کی لمبائی بھی معلوم کیجیے۔

حل: $r = 7\text{cm},\ \theta = 60° = \dfrac{60 \times \pi}{180} = 1.047$ یہاں ریڈین



سیکٹر کا رقبہ $= \dfrac{1}{2} r^2\theta$

$= \dfrac{1}{2}(7)^2(1.047)$

$= \dfrac{1}{2}(49)(1.047) = 25.65 \text{ cm}^2$

قوس AB کی لمبائی $= r\theta$

$= (7)(1.047) = 7.33 \text{ cm}$

مثال 10: ایک دائرہ کی قوس کی لمبائی اور سیکٹر کا رقبہ بالترتیب 5cm اور 25cm^2 ہیں۔ رداس اور سیکٹر کا مرکزی زاویہ معلوم کیجیے۔

حل: $\ell = 5\text{cm},\ A = 25 \text{ cm}^2,\ r = ?,\ \theta = ?$

جیسا کہ $\ell = r\theta \Rightarrow 5 = r\theta$

$\theta = \dfrac{5}{r}$ (i)

اور $A = \dfrac{1}{2} r^2\theta$

(i) کا استعمال کرتے ہوئے $25 = \dfrac{1}{2} r^2\left(\dfrac{5}{r}\right)$

$\dfrac{25 \times 2}{5} = r \Rightarrow \boxed{r = 10\text{cm}}$

r کی قیمت (i) میں درج کرنے سے

$\theta = \dfrac{5}{10}$

$\theta = \dfrac{1}{2}$ ریڈین

خود آزمائی

اگر $\ell = 14\text{m}$ قوس کی لمبائی اور $r = 4\text{m}$ دائرہ کا رداس ہوں تو مرکزی زاویہ اور دائرے کے سیکٹر کا رقبہ بھی معلوم کیجیے۔

حل: $\ell = 14 \text{ cm},\ r = 4\text{cm},\ \theta = ?$

ہم جانتے ہیں $\ell = r\,\theta$

$\theta = \dfrac{\ell}{r}$

$\theta = \dfrac{14}{4}$

$\theta = 3.5$ ریڈین

دائرے کے سیکٹر کا رقبہ $= A = \dfrac{1}{2}r^2\theta$

$A = \dfrac{1}{2} \times (4)^2(3.5)$

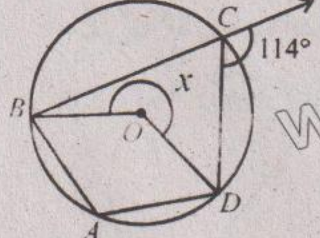
$A = \dfrac{1}{2} \times 16 \times 3.5$

$A = 8 \times 3.5$

$A = 28 \text{ cm}^2$

حل مشق 9.2

-1 C,B,A اور D مرکز O والے ایک دائرہ کے محیط پر نقاط ہیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ زاویہ x معلوم کیجیے۔



حل:

نقطہ C پر بننے والا بیرونی زاویہ = 114°

$m\angle BCD +$ بیرونی زاویہ $= 180°$ (خط مستقیم کے زاویے)

www.ilmkidunya.com

$$m\angle BCD + 114° = 180°$$
$$m\angle BCD = 180° - 114°$$
$$= 66°$$

دائروی چوکور میں

$$m\angle BAD + m\angle BCD = 180°$$
$$m\angle BAD + 66° = 180°$$
$$m\angle BAD = 180° - 66°$$
$$= 114°$$

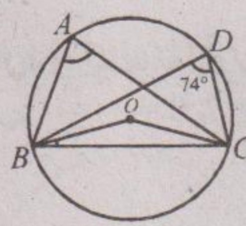
معکوس زاویہ بالکل دوگنا ہوتا ہے اس زاویے کے جو مخالف سمت میں محیط پر ایک ہی قوس کے ذریعے بنتا ہے۔

لہٰذا، $m\angle BOD$ ایک معکوس زاویہ ہے۔

$$m\angle BOD = 2m\angle BAD$$
$$x = 2(114°)$$
$$x = 228°$$

-2 ملحقہ شکل میں $m\angle BDC = 74°$ ہے۔

$m\angle BOC, m\angle BAC$ اور $m\angle OBC$ معلوم کیجیے۔



حل: دیا گیا ہے کہ

$$m\angle BDC = 74°$$
$$m\angle BAC = m\angle BDC$$

(دائرہ کے ایک ہی قطعہ میں بننے والے کونے کے دو زاویے آپس میں برابر ہوتے ہیں)

$$m\angle BAC = 74° \quad ___(i)$$
$$m\angle BOC = 2(m\angle BDC)$$

(کسی قوس سے مرکز پر بننے والا زاویہ اسی قوس کے ذریعے محیط پر بننے والے زاویے سے دوگنا ہوتا ہے)

$$m\angle BOC = 2(74°)$$
$$m\angle BOC = 148° \quad ___(ii)$$

ΔOBC میں

$m\overline{OB} = m\overline{OC}$ (ایک ہی دائرے کا رداس)

$m\angle OBC = mOCB$ (مساوی الساقین مثلث کے قاعدے کے زاویے)

$m\angle OBC + m\angle OCB + m\angle BOC = 180°$ (مثلث کے زاویوں کا مجموعہ)

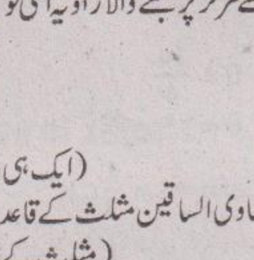
$m\angle OBC + m\angle OBC + m\angle BOC = 180°$ (جیسا کہ $m\angle OBC = m\angle OCB$)

$$2(m\angle OBC) + 148° = 180°$$
$$2(m\angle OBC) = 180° - 148$$
$$2(m\angle OBC) = 32°$$
$$m\angle OBC = \frac{32°}{2} = 16° \quad ___(iii)$$

لہٰذا، ((i)، (ii) اور (iii) سے) $m\angle BAC = 74°, m\angle BOC = 148°, m\angle OBC = 16°$

-3 درج ذیل اشکال میں x اور y زاویے معلوم کیجیے:

(i)



حل: دائروی چوکور میں

www.ilmkidunya.com

$m\angle ABC + m\angle ADC = 180°$ ___(i) (دائروی چوکور کے مخالف زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے)

$159° + x = 180°$

$x = 180° - 159°$

$x = 21°$ ___(i)

$m\angle BAD + m\angle BCD = 180°$ (جیسا کہ (i) میں)

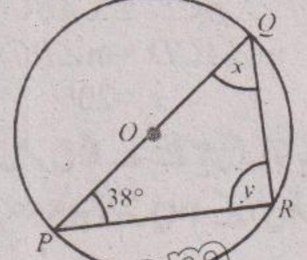
$74° + y = 180°$

$y = 180° - 74°$

$y = 106°$ ___(ii)

لہٰذا، (i) اور (ii) سے $x = 21°, y = 106°$

(ii)



حل: مثلث PQR میں

$m\angle PRQ = 90°$ (نصف دائرے کا زاویہ قائمہ زاویہ ہے)

$y = 90°$ ___(i)

$m\angle QPR + m\angle PRQ + m\angle PQR = 180°$

$38° + y + x = 180°$

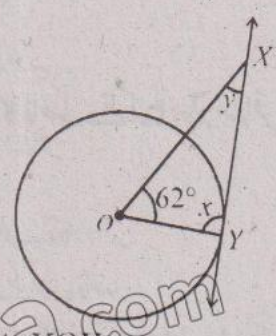
$38° + 90 + x = 180°$

$128° + x = 180° \Rightarrow x = 180° - 128°$

$x = 52°$ ___(ii)

لہٰذا، (i) اور (ii) سے $x = 52°, y = 90°$

(iii)



حل: $\triangle XOY$ میں

$m\angle XOY = 62°$ (معلوم)

$m\angle OYX = 90°$ (رداس $\overline{OY} \perp$ مماس $\overleftrightarrow{XY}$)

$x = 90°$ ___(i)

$m\angle XOY + m\angle OYX + m\angle OXY = 180°$

$62° + x + y = 180°$

$62° + 90° + y = 180°$

$152° + y = 180° \Rightarrow x\ 180° - 152°$

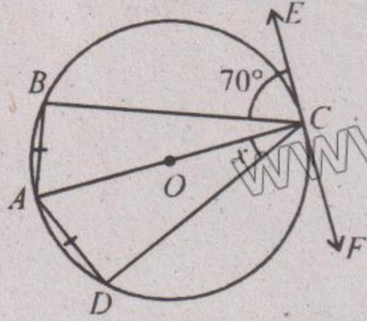
$y = 28°$ ___(ii)

لہٰذا، (i) اور (ii) سے $x = 90°, y = 28°$

www.ilmkidunya.com

4- دی گئی شکل میں زاویہ x معلوم کیجیے۔

حل: دی گئی شکل میں



$m\angle BCE = 70°$ (دیا گیا)

$m\angle CAB = m\angle BCE$ (ایک ہی دائرہ کے قطاع متبادلہ میں بننے والے برابر ہوتے ہیں)

$m\angle CBA = 70°$ ___(i)

ΔABC میں

$m\angle ABC = 90°$ (نصف دائرے کا زاویہ)

$m\angle CAB = 70°$ (سے (i))

$m\angle BCA = 180° - 90° - 70° = 20°$

$\Delta ACD \cong \Delta ABC$(R.H.S)

$m\angle ACD = m\angle BCA$ (متماثل مثلثوں کے متناظرہ زاویے)

$x = 20°$

5- ایک دائروی محراب پر ایک یادگار کے داخلی دروازے کے اوپر، دو مرتکز روشنی کے لیمپ اس طرح لگائے گئے ہیں کہ وہ ایک ہی وتر PQ سے محراب پر دو مخالف نقاط پر روشنی ڈالتے ہیں۔ اگر ایک لیمپ پر بننے والا زاویہ 55° ہو تو وتر PQ کے اسی طرف کے دوسرے لیمپ پر بننے والا زاویہ معلوم کیجیے۔

حل: ایک ہی وتر کے ذریعے محیط پر ایک ہی قطعہ میں بننے والے زاویے برابر ہوتے ہیں۔

ایک روشنی سے بنایا گیا زاویہ = 55°

دوسری روشنی سے بنایا گیا زاویہ = 55° (اوپر دی گئی خصوصیات کے مطابق)

6- دائروی باغ میں ایک پیدل چلنے کا راستہ ایک چوکور بناتا ہے۔ اگر ایک زاویہ 87° ہو تو متقابلہ زاویہ معلوم کیجیے۔

حل:

دائرے میں محصور چوکور کے ایک زاویے کی پیمائش = 87°

دائرے میں محصور چوکور کے مخالف زاویوں کا مجموعہ = 180°

(دائروی چوکور میں مخالف زاویے سپلیمنٹری ہوتے ہیں)

متقابلہ زاویہ = 180° − 87° = 93°

7- ایک دائروی جھولے کا رداس 12 ہے۔ اگر ایک مسافر جھولے کے محیط کے ساتھ 18m کا فاصلہ طے کرتا ہو تو مسافر کے مقام کا نقطہ آغاز سے زاویہ (ریڈین) معلوم کیجیے۔

حل:

دائروی جھولے کا رداس (r) = 12 m

مسافروں کا طے کردہ فاصلہ (ℓ) = 18 m

زاویہ کی پیمائش نقطہ آغاز سے (θ) = ?

$\ell = r\theta$

$18 = 12\theta$

$\frac{18}{12} = \theta$

$\frac{3}{2} = \theta$

$1.5 = \theta$

پس، $\theta = 1.5$ ریڈین

www.ilmkidunya.com

-8 θ معلوم کیجیے، جب (i) $\ell = 3cm, r = 2.2$ cm (ii) $\ell = 5.6cm, r = 2$ cm

(i) $\ell = 3cm, r = 2.2$ cm

حل:

$\ell = 3$ cm

$r = 2.2$ cm

$\theta = ?$

جیسا کہ $\ell = r\theta$

$$\theta = \frac{\ell}{r}$$

$$\theta = \frac{3}{2.2}$$

$\theta = 1.36$ ریڈین

(ii) $\ell = 5.6cm, r = 2$ cm

حل:

$\ell = 5.6$ cm

$r = 2$ cm

$\theta = ?$

جیسا کہ $\ell = r\theta$

$$\theta = \frac{\ell}{r}$$

$$\theta = \frac{5.6}{2}$$

$\theta = 2.8$ ریڈین

-9 r معلوم کیجیے، جب

(i) $\ell = 5.5$ cm, $\theta = 40°20'$

حل:

$\ell = 5.5$ cm

$\theta = 40°20'$

$r = ?$

جیسا کہ

$$\theta = 40° + \left(\frac{20}{60}\right)^{\circ}$$

$= 40° + (0.33)°$

$= 40.33°$

$$= 40.33 \times \frac{\pi}{180}$$

$= 0.704$ ریڈین

جیسا کہ $\ell = r\theta$

$$r = \frac{\ell}{\theta}$$

$$r = \frac{5.5}{0.704}$$

$r = 7.8$ cm

(ii) $\ell = 13cm, \theta = 70°$

حل:

$\ell = 13$ cm

$\theta = 70°$

$r = ?$

$$\theta = 70 \times \frac{\pi}{180}$$

$= 1.222$ ریڈین

جیسا کہ $\ell = r\theta$

$$r = \frac{\ell}{\theta}$$

$$r = \frac{13}{1.222}$$

$r = 10.64$ cm

-10 ℓ اور سیکٹر کا رقبہ معلوم کیجیے، جب

(i) $r = 1.7$ cm, $\theta = 0.25$ ریڈین

حل:

$r = 1.7$ cm

$\theta = 0.25$ ریڈین

$\ell = ?$

سیکٹر کا رقبہ $(A) = ?$

جیسا کہ $\ell = r\theta$

$\ell = (1.7)(0.25)$

$\ell = 0.425$ cm

سیکٹر کا رقبہ $= A = \frac{1}{2}r^2\theta$

$$= \frac{1}{2}(1.7)^2(0.25)$$

$$= \frac{1}{2}(2.89)(0.25)$$

$= 0.36125\ cm^2$

www.ilmkidunya.com

(ii) $r = 3$ cm, $\theta = 45°$

حل:

$r = 3$ cm

$\theta = 45°$

$\ell = ?$

سیکٹر کارقبہ $(A) = ?$

$\theta = 45 \times \dfrac{\pi}{180}$

$\theta = 0.785$ ریڈین

$\ell = r\theta$

$\ell = 3(0.785)$

$\ell = 2.36$ cm

سیکٹر کارقبہ $= A = \dfrac{1}{2}r^2\theta$

$= \dfrac{1}{2}(3)^2(0.785)$

$= \dfrac{1}{2} \times 9(0.785)$

$= 3.53 \text{ cm}^2$

-11 عظمیٰ نے 14cm رداس کا ایک پیزا 8 برابر ٹکڑوں میں کاٹا۔ ایک ٹکڑے (سیکٹر) کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل:

پیزا کا رداس $(r) = 14$ cm

پیزا کے کل ٹکڑوں کی تعداد $= 8$

ہر حصے کا مرکزی زاویہ $= \dfrac{2\pi}{8} = \dfrac{\pi}{4}$ ریڈین

ایک ٹکڑا (سیکٹر) کا رقبہ $(A) = ?$

ایک ٹکڑا (سیکٹر) کا رقبہ $= A = \dfrac{1}{2}r^2\theta$

$= \dfrac{1}{2}(14)^2\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$

$= \dfrac{1}{2}(196)\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$

$= 76.97 \text{ cm}^2$

-12 ایک سیکٹر کا محیط اور رقبہ بالترتیب 14cm اور 10cm^2 ہیں۔ دائرہ کا رداس اور سیکٹر کا مرکزی زاویہ معلوم کیجیے۔

حل:

سیکٹر کا محیط $(P) = 14$ cm

سیکٹر کا رقبہ $(A) = 10 \text{ cm}^2$

سیکٹر کا محیط دو رداسوں (r) اور قوس کی لمبائی (ℓ) پر مشتمل ہوتا ہے۔

$P = 2r + \ell$

$14 = 2r + \ell$

$14 - 2r = \ell$

$\ell = 14 - 2r$

$A = \dfrac{1}{2}r\ell$

$10 = \dfrac{1}{2}r\ell$

$10 \times 2 = r\ell$

$20 = r\ell$

$20 = r(14 - 2r)$

$20 = 14r - 2r^2$

$2r^2 - 14r + 20 = 0$

2 سے تقسیم کرنے سے

$r^2 - 7r + 10 = 0$

$r^2 - 5r - 2r + 10 = 0$

$r(r - 5) - 2(r - 5) = 0$

$(r - 5)(r - 2) = 0$

$r - 2 = 0$ یا $r - 5 = 0$

$r = 2$ یا $r = 5$

$r = 2$

$\ell = r\theta$

ہم جانتے ہیں کہ

$\Rightarrow \quad \theta = \dfrac{\ell}{r}$

$\theta = \dfrac{14 - 2r}{r} = \dfrac{14 - 4}{2}$

$= \dfrac{14 - 14}{2} = \dfrac{10}{2}$

$= 5$ ریڈین

$r = 5$

ہم جانتے ہیں کہ

$\ell = r\theta$

$\Rightarrow \quad \theta = \dfrac{\ell}{r} = \dfrac{14 - 2r}{r}$

$= \dfrac{14 - 2(5)}{5} = \dfrac{14 - 10}{5} = \dfrac{4}{5}$

$\theta = 0.8$ ریڈین

پس $\theta = 0.8$ ریڈین, $r = 5$cm

یا $\theta = 5$ ریڈین , $r = 2$cm

www.ilmkidunya.com

حل اعادہ مشق 9

-1 درج ذیل سوالات کے دیے گئے چار ممکنہ جوابات میں سے درست جواب کا انتخاب کیجیے۔

(i) مماس ایک ایسا خط ہے جو دائرہ کے محیط کو.................. پر مس کرتا ہے۔

(a) بہت سے نقاط (b) تین نقاط (c) دو نقاط (d) ایک نقطہ

(ii) دائرہ کے بیرونی نقطہ سے دائرہ پر.................. مماس کھینچے جا سکتے ہیں۔

(a) ایک (b) دو (c) تین (d) بہت سے / کئی

(iii) دائرہ کے مرکز سے دائرہ پر.................. مماس کھینچے جا سکتے ہیں۔

(a) صفر (b) ایک (c) دو (d) تین

(iv) دائرہ میں رداس اور مماس ہوتے ہیں:

(a) متوازی (b) مساوی (c) عمودی (d) صفر

(v) نصف دائرہ سے بڑے قطعہ میں بننے والا.................. زاویہ ہوتا ہے۔

(a) حادہ (b) قائمہ (c) منفرجہ (d) مستقیم

(vi) دائرہ کے مرکز پر قوس کے سامنے بننے والا زاویہ کہلاتا ہے۔

(a) حادہ زاویہ (b) مرکزی زاویہ (c) قائمہ زاویہ (d) مکمل زاویہ

(vii) نصف دائرہ میں بننے والے زاویہ کی پیمائش کیا ہوتی ہے؟

(a) $45°$ (b) $60°$ (c) $90°$ (d) $120°$

(viii) دائرہ کے ایک ہی قطعہ میں کوئی بھی دو زاویے ہوتے ہیں:

(a) سپلیمنٹری (b) کمپلیمنٹری (c) مساوی (d) صفر

(ix) دائرہ کے سیکٹر کا رقبہ = ________

(a) $\frac{1}{2}r\theta$ (b) $\frac{3}{2}r^2\theta$ (c) $\frac{1}{2}r^2\theta$ (d) $\frac{3}{2}r^2\theta$

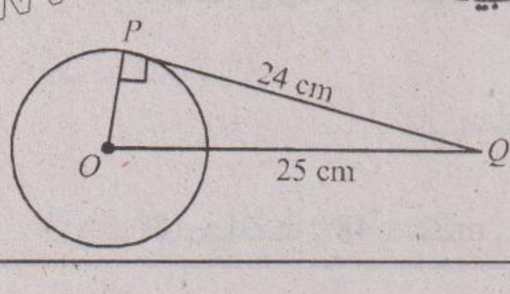
(x) اگر $r = 6cm$ اور $\theta = 2$ ریڈین ہوں تو قوس کی لمبائی ہے:

(a) 12 cm (b) 8 cm (c) 6 cm (d) 3 cm

جوابات

(i)	ایک نقطہ	(ii)	دو	(iii)	صفر	(iv)	عمودی	(v)	حادہ
(vi)	مرکزی زاویہ	(vii)	$90°$	(viii)	مساوی	(ix)	$\frac{1}{2}r^2\theta$	(x)	12cm

-2 ملحقہ شکل میں دائرہ کا رداس معلوم کیجیے۔



www.ilmkidunya.com

حل:

$m\ \overline{PQ} = 24\ cm$

$m\ \overline{OQ} = 25\ cm$

$m\angle OPQ = 90°$ (رداس $\overline{OP} \perp$ مماس $\overline{PQ}$)

جیسا کہ زاویہ 90° ہے تو Δ OPQ ایک قائمہ زاویہ مثلث ہے۔

مسئلہ فیثا غورث کی رُو سے

$$(m\overline{OQ})^2 = (m\overline{PQ})^2 + (m\overline{OP})^2$$

$$(25\ cm)^2 = (24\ cm)^2 + (m\overline{OP})^2$$

$$625\ cm^2 = 576 + (m\overline{OP})^2$$

$$(m\overline{OP})^2 = 625 - 576$$

$$(m\overline{OP})^2 = 49$$

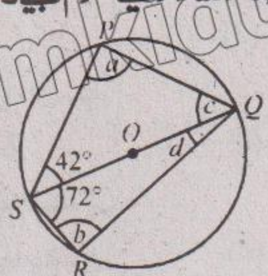
دونوں اطراف کا جذر المربع لینے سے

$$\sqrt{(m\overline{OP})^2} = \sqrt{(49)}$$

$$(m\overline{OP}) = 7$$

پس، دائرہ کا رداس 7cm ہے۔

-3 اگر O دائرہ کا مرکز ہو تو دی گئی شکل میں a, b, c اور d زاویے معلوم کیجیے۔



حل:

Δ PQS میں

$m\angle PSQ = 42°$ (معلوم)

$m\angle a = 90°$ (نصف دائرے کا زاویہ ایک قائمہ زاویہ ہے)

$m\angle PSQ + m\angle a + m\angle c = 180°$ (مثلث کے زاویوں کا مجموعہ)

$42° + 90° + m\angle c = 180°$

$132° + m\angle c = 180°$

$m\angle c = 180° - 132°$

$m\angle c = 48°$

Δ RQS میں

$m\angle RSQ = 72°$

$m\angle b = 90°$ (نصف دائرے کا زاویہ ایک قائمہ زاویہ ہے)

$m\angle RSQ + m\angle b + m\angle d = 180°$ (مثلث کے زاویوں کا مجموعہ)

$72° + 90° + m\angle d = 180°$

$162° + m\angle d = 180°$

$m\angle d = 180° - 162°$

$m\angle d = 18°$

لہٰذا،

$m\angle a = 90°,\ m\angle b = 90°,\ m\angle c = 48°,\ m\angle d = 18°$

www.ilmkidunya.com

-4 زاویے b, a اور c معلوم کیجیے اگر $\overline{ML}$ ایک مماسی خط اور O دائرہ کا مرکز ہو۔

حل: ΔLOM میں

$m\angle M = 22°$ (معلوم)

$m\angle OLM = 90°$ (رداس $\overline{OL} \perp$ مماس $\overline{ML}$)

$m\angle a + m\angle M + m\angle OLM = 180°$ (مثلث کے زاویوں کا مجموعہ)

$m\angle a + 22° + 90° = 180°$

$m\angle a + 112° = 180°$

$m\angle a = 180° - 112°$

$m\angle a = 68°$

ΔLOC میں

$m\overline{OL} = m\overline{OC}$ (ایک ہی دائرے کے رداس)

پس، ΔLOC ایک متساوی الساقین مثلث ہے۔

$m\angle b = m\angle c$

(مثلث میں برابر اضلاع کے مقابل زاویے برابر ہوتے ہیں۔)

$m\angle b = m\angle c = x$ فرض کیا

$m\angle a + m\angle b + m\angle c = 180°$ (مثلث کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ)

$68 + x + x = 180°$

$68 + 2x = 180°$

$2x = 180° - 68°$

$2x = 112°$

$x = \dfrac{112°}{2} = 56° \Rightarrow x = 56°$

$x = 56° = m\angle b = m\angle c$

پس، $\angle a = 68°, \angle b = 56°, \angle c = 56°$

-5 دی گئی شکل میں نامعلوم زاویے معلوم کیجیے، جہاں O دائرہ کا مرکز ہے۔

حل: ΔSOR میں

$m\angle SOR = 100°$ (معلوم)

$m\overline{OS} = m\overline{OR}$ (ایک ہی دائرے کے رداس)

پس، ΔSOR ایک متساوی الساقین مثلث ہے۔

لہٰذا

$m\angle a = m\angle b$ (مخالف اضلاع کے زاویے برابر ہوتے ہیں)

www.ilmkidunya.com

$m\angle a = m\angle b = x$ فرض کیا

$m\angle SOR + m\angle a + m\angle c = 180°$ (مثلث کے زاویوں کا مجموعہ)

$100° + x + x = 180°$

$100° + 2x = 180°$

$2x = 180° - 100°$

$2x = 80°$

$x = \frac{80°}{2} = 40° \Rightarrow x = 40°$

$x = 40° = m\angle a = m\angle b$

پس، $\angle a = 40°, \angle b = 40°$

-6 دو گول کھانے کی میزیں اپنے کناروں کو مَس کر رہی ہیں۔ ان میزوں کے رداس 10cm اور 12cm ہیں۔ اگر وہ بیرونی طور پر مَس کرتی ہوں تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل:

ایک کھانے کا میز کا رداس (r_1) = 10cm

دوسری کھانے کا میز کا رداس (r_2) = 12cm

ہم جانتے ہیں کہ جب دو دائرے ایک دوسرے کو بیرونی طور پر مَس کرتے ہیں تو ان کے مراکز کے درمیان کا فاصلہ ان کے رداسوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔

کھانے کے میزوں کے درمیان کا فاصلہ = ?

کھانے کے میزوں کے درمیان کا فاصلہ = 10cm + 12cm = 22 cm

-7 ایک دائروی پچی کاری نمونہ ایک جدید اہرام نما عمارت کے فرش پر رکھا گیا ہے۔ دو کالمیں اس طرح رکھی گئی ہیں کہ وہ ایک ہی وتر EF سے مخالف قوس پر دو نقاط G اور H تک پہنچتی ہیں۔ اگر $m\angle EGF = 65°$ ہو تو $m\angle EHF$ معلوم کیجیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ دائرہ کے ایک ہی وتر سے محیط پر ایک ہی قطعہ میں بننے والے زاویے مقدار میں برابر ہوتے ہیں۔

$\angle EGF$ اور $\angle EHF$ دونوں ایک ہی وتر $\overline{EF}$ سے بنے ہوئے ہیں۔

لہٰذا، $m\angle EHF = m\angle EGF$

چونکہ $m\angle EGF = 65°$ (معلوم)

تو $m\angle EHF = 65°$

-8 ایک مثلثی ڈھانچہ ایک نصف دائروی گیٹ کے اندر قطر کے سروں سے چوٹی تک جوڑتا ہے۔ چوٹی پر بننے والا زاویہ معلوم کیجیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ نصف دائرہ میں بننے والا ہر زاویہ ہمیشہ قائمہ زاویہ ہوتا ہے۔

چونکہ ڈھانچہ قطر کے سروں سے چوٹی تک جڑ رہا ہے اور چوٹی نصف دائرے کے محیط پر ہے۔

اس لیے چوٹی پر بننے والا زاویہ 90° ہوگا۔

-9 ایک دائروی سالگرہ کیک کا رداس 15cm ہے۔ ایک ٹکڑے کی قوس کی لمبائی 10cm لمبی ہے۔ اس ٹکڑے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

دائروی سالگرہ کیک کا رداس (r) = 15cm

ٹکڑے کی قوس کی لمبائی (ℓ) = 10cm

ٹکڑے کا رقبہ $= \frac{1}{2} r \ell$

$= \frac{1}{2} \times 15 \times 10$

$= 75\ cm^2$

www.ilmkidunya.com

-10 ایک دائرہ کے 5cm رداس سے قطع کیے ہوئے ایک سیکٹر کا محیط 16cm ہے۔ اس سیکٹر کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل:

دائرہ کا رداس (r) $= 5\text{ cm}$

سیکٹر کا احاطہ (p) $= 16\text{ cm}$

احاطہ $= P = r + r + \ell$

$16 = 5 + 5 + \ell$

$16 = 10 + \ell$

$16 - 10 = \ell$

$6 = \ell$

$\ell = 6\text{cm}$

سیکٹر کا رقبہ $= \frac{1}{2} r \ell = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15\text{ cm}^2$

معروضی طرز سوالات

اضافی کثیرالانتخابی سوالات

محکمہ تعلیم کی نئی امتحانی تکنیکس (Knowledge, Understanding, Application, Analytical & Conceptual) کی روشنی میں مرتب کیے گئے کثیرالانتخابی سوالات

9.1 دائرہ کا مماس

○ درست جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

-1 وہ نقطہ جہاں ایک مماس دائرہ کو چھوتا ہے کہلاتا ہے۔

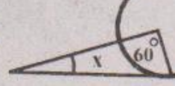
(a) یونین کا نقطہ (b) اختتامی نقطہ (c) نقطہ مماس (d) مبداء

-2 نقطہ مماس پر مماس اور دائرے کے رداس کے درمیان کون سا زاویہ بنتا ہے؟

(a) $45°$ (b) $90°$ (c) $180°$ (d) $60°$

-3 اگر $\overline{OC}$ ایک دائرے کا رداسی قطعہ ہے اور $\overline{MN}$ ایک مماس ہو تب:

(a) $\overline{OC} \perp \overline{MN}$ (b) $\overline{MN} > \overline{OC}$ (c) $\overline{MN} < \overline{OC}$ (d) $\overline{MN} = \overline{OC}$

-4 شکل  میں $m\angle x$ کی پیمائش ہے:

(a) $120°$ (b) $30°$ (c) $90°$ (d) $40°$

-5 ایک دائرے کے دو مماس ایک بیرونی نقطہ سے کھینچے گئے ہیں۔ اگر ایک مماس کی لمبائی 10cm ہے تو دوسرے مماس کی لمبائی ہوگی

(a) $\frac{10}{2}$ cm (b) 15 cm (c) $\frac{15}{3}$ cm (d) 10 cm

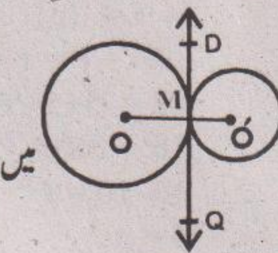
-6 مماس $\overline{PA}$ دائرے کو نقطہ A پر چھوتا ہے۔ اگر ΔPAO مساوی الساقین قائمۃ الزاویہ مثلث ہو تو $m\angle APO$ لازمی ہوگا:

(a) $30°$ (b) $45°$ (c) $60°$ (d) $90°$

www.ilmkidunya.com

7- نقطہ P دائرے کے مرکز سے 13cm کے فاصلے پر ہے اگر دائرے کا رداس 5cm ہو تو نقطہ P سے دائرے کے مماس کی لمبائی ہوگی:

(a) 8cm (b) 10cm (c) 12cm (d) 18cm

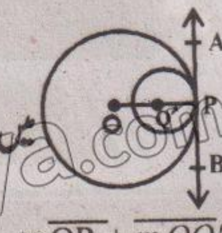
8- شکل 

میں $m\overline{OO'}$ ہے۔

(a) $m\overline{OP} + m\overline{OM}$ (b) $m\overline{MQ} + m\overline{MP}$ (c) $m\overline{O'O} + m\overline{OP}$ (d) $m\overline{OM} + m\overline{MO'}$

9- ایک دائرے کے دو رداس 8cm اور 10cm ہیں۔ اگر وہ بیرونی طور پر ایک دوسرے کو مس کرتے ہوں تو ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ ہوگا۔

(a) 18 cm (b) 180 cm (c) 2 cm (d) 80 cm

10- شکل 

میں $m\overline{OQ'} =$ ______

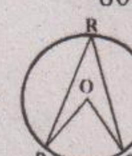
(a) $m\overline{OP} + m\overline{OO'}$ (b) $m\overline{OP} - m\overline{O'P}$ (c) $m\overline{O'P} - m\overline{OP}$ (d) $m\overline{AP} - m\overline{BP}$

11- دو دائروں کے رداس 9cm اور 15cm ہیں۔ ان کے مرکز کے درمیان کا فاصلہ کیا ہوگا۔ اگر وہ اندرونی طور پر مس کرتے ہوں؟

(a) 24 cm (b) 35 cm (c) 6 cm (d) 135 cm

12- ایک دائرے کے مرکزی زاویے کی مقدار 80° ہو تو متعلقہ قوس کبیرہ کے محصور زاویے کی مقدار ہوگی:

(a) 80° (b) 100° (c) 60° (d) 40°

13- شکل 

میں اگر $m\angle PRQ = 35°$ ہو تب $m\angle POQ$ ہوگی:

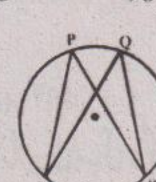
(a) 70° (b) 60° (c) 180° (d) 100°

14- ایک دائروی شکل کے دوڑنے والے ٹریک کے مرکز پر 65° کا زاویہ بنتا ہے۔ یہ دائرے کے محیط پر موجود کسی نقطہ پر کتنا زاویہ بنائے گا؟

(a) 30 (b) 90 (c) 32.5° (d) 32°

15- دائرہ کے اندر بنی ہوئی چوکور میں متقابلہ زاویوں کا مجموعہ ہوتا ہے:

(a) 90° (b) 180° (c) 270° (d) 36°

16- شکل 

میں اگر $m\angle APB = 30°$ ہو تو $m\angle AQB$ ہوگا:

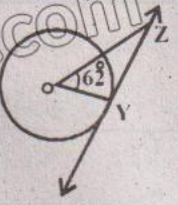
(a) 70° (b) 90° (c) 60° (d) 30°

17- نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ میں بننے والا زاویہ ______ سے بڑا ہوتا ہے۔

(a) قائمہ زاویہ (b) مساوی زاویہ (c) حادہ زاویہ (d) منفرجہ زاویہ

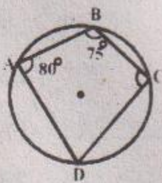
www.ilmkidunya.com

www.ilmkidunya.com

18- شکل 

میں $\angle OZY$ کی مقدار ہوگی:

(a) $22°$ (b) $27°$ (c) $28°$ (d) $26°$

19- شکل 

میں $m\angle BCD$ کی پیمائش ہوگی:

(a) $100°$ (b) $180°$ (c) $175°$ (d) $360°$

9.2 سیکٹر کا رقبہ اور دائرہ کی قوس کی لمبائی

20- قوس کی لمبائی معلوم کریں اگر رداس 10cm ہو اور مرکزی زاویہ 2 ریڈین کا ہو P

(a) 5cm (b) 10cm (c) 20cm (d) 20π cm

21- دائرے کا رداس کیا ہوگا جب قوس کی لمبائی 6π اور اس کے متعلقہ زاویہ کی مقدار π ریڈین ہو ؟

(a) 3 (b) 6 (c) 12 (d) 6π

22- دائرے کا مرکزی زاویہ معلوم کریں اگر $\ell = 15m$ اور $r = 5m$ ہو:

(a) 3 ریڈین (b) 0.33 ریڈین (c) 3π ریڈین (d) 30 ریڈین

23- اگر قوس کی لمبائی 10π اور $\theta = 120°$ تو رداس ہوگا:

(a) 10 (b) 15 (c) 20 (d) 30

24- اگر دائرے کا رداس 6cm اور مرکزی زاویہ 1 ریڈین ہو تو گا سیکٹر کا رقبہ ہوگا:

(a) $3\ cm^2$ (b) $6\ cm^2$ (c) $18\ cm^2$ (d) $36\ cm^2$

25- اگر سیکٹر کا رقبہ 25π اور $r = 10$ ہو تو ریڈین میں مرکزی زاویے کی مقدار ہوگی:

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (e) π (d) 2π

26- سیکٹر کا رداس کیا ہوگا اگر سیکٹر کا رقبہ 50 (اکائیوں) اور مرکزی زاویہ 4 ریڈین ہو؟

(a) 5 اکائیاں (b) 10 اکائیاں (c) 25 اکائیاں (d) 50 اکائیاں

27- رداس معلوم کریں اگر قوس کی لمبائی 24 اور سیکٹر کا رقبہ 48 ہو:

(a) 2 (b) 4 (c) 8 (d) 12

28- دائرے کے سیکٹر کے رقبہ کا کلیہ ہے:

(a) $\frac{1}{2}r(r\theta)$ (b) $\frac{1}{2}r\theta$ (c) $\frac{1}{2}\pi\theta$ (d) $\frac{1}{2}r^3\theta$

29- دائرے کا سیکٹر دو رداسوں اور ان کی متعلقہ ______ سے گھرا ہوا علاقہ ہے۔

(a) قطر (b) رداس (c) قوس (d) وتر

www.ilmkidunya.com

30- دائرے کے سیکٹر کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے θ کی مقدار کس میں کی جاتی ہے؟

(a) π (b) ڈگری (c) d (d) ریڈین

جوابات

1- نقطہ مماس	2- 90°	3- $\overline{OC}\perp\overline{MN}$	4- 30°	5- 10cm
6- 45°	7- 12cm	8- $m\overline{OM}+m\overline{O'M}$	9- 18cm	
10- $m\overline{OP}-m\overline{O'P}$	11- 6cm	12- 40°	13- 70°	
14- 32.5°	15- 180°	16- 30°	17- قائمہ زاویہ	18- 28°
19- 100°	20- 20cm	21- 6	22- 3ریڈین	23- 15
24- $18cm^2$	25- $\frac{\pi}{2}$	26- 5اکائیاں	27- 4	28- $\frac{1}{2}r(r\theta)$
29- قوس	30- ریڈین			

اضافی مختصر سوالات

محکمہ تعلیم کی نئی امتحانی تکنیکس (Knowledge, Understanding, Application, Analytical & Conceptual) کی روشنی میں مرتب کیے گئے مختصر جوابی سوالات

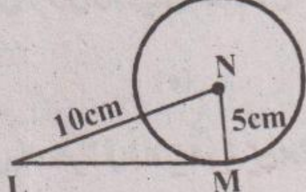
9.1 دائرہ کا مماس

مختصر سوالات کے جوابات۔

1- دائرہ کے مماس کی تعریف کریں۔

جواب: کسی مستوی میں ایک خط دائرے کا مماس کہلاتا ہے جو دائرے کے محیط کو صرف ایک نقطہ پر چھوتا ہے۔

2- خط $\overline{LM}$ ایک دائرے کا نقطہ M پر مماس ہے جس دائرے کا مرکز N ہے اور رداس 5cm ہے $m\overline{LN}=10cm$ تو $\overline{LM}$ کی لمبائی کیا ہوگی؟



حل: کیونکہ $\overline{LM}$ نقطہ M پر دائرے کا مماس ہے اور $\overline{NM}$ پر عمود ہے۔ اس طرح ΔLMN ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔
مسلہ فیثاغورث استعمال کرنے سے

$$(m\overline{LN})^2 = (m\overline{LM})^2 + (m\overline{MN})^2$$
$$(10)^2 = (m\overline{LM})^2 + (5)^2$$
$$100 = (m\overline{LM})^2 + 25$$
$$(m\overline{LM})^2 = 100-25$$
$$(m\overline{LM})^2 = 75$$

دونوں طرف کا جذر المربع لینے سے

$$\sqrt{(m\overline{LM})^2} = \sqrt{75}$$
$$m\overline{LM} = 8.7\text{ cm}$$

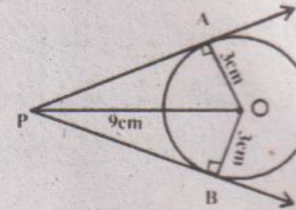
www.ilmkidunya.com

3- O مرکز والے دائرے سے باہر ایک نقطہ P سے دو مماس $\overline{PA}$ اور $\overline{PB}$ کھینچے گئے۔ ان مماس کی لمبائی کے بارے میں کیا اخذ کیا جاسکتا ہے۔

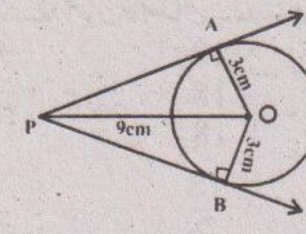
حل: ان دونوں مماس کی لمبائیاں برابر ہوں گی

پس $m\overline{PA} = m\overline{PB}$

4- شکل



میں $\overline{PA}$ کی لمبائی معلوم کریں۔



حل: ΔAOP دی گئی شکل سے ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے کیونکہ $\overline{OA} \perp \overline{PA}$ اس طرح $m\angle OAP = 90°$

مسلہ فیثاغورث کی مدد سے

$$(m\overline{PO})^2 = (m\overline{PA})^2 + (m\overline{OP})^2$$
$$(9cm)^2 = (m\overline{PA})^2 + (3\ cm)^2$$
$$81cm^2 = (m\overline{PA})^2 + 9cm^2$$
$$81cm^2 - 9cm^2 = (m\overline{PA})^2$$
$$72cm^2 = (m\overline{PA})^2$$

دونوں طرف جذر المربع لینے سے

$$\sqrt{(m\overline{PA})^2} = \sqrt{72cm^2}$$
$$mPA = 8.5cm$$

5- دو دائروں کے رداس 7cm اور 9cm ہیں۔ اگر وہ بیرونی طور پر ایک دوسرے کو مس کرتے ہوں تو ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ معلوم کریں۔

حل: دونوں دائروں کے رداسوں کا مجموعہ = دونوں دائروں کے مراکز کا

$= 7cm + 9cm$

$= 16cm$

6- دو دائرے ایک دوسرے کو بیرونی طور پر چھوتے ہیں۔ ایک دائرے کا رداس 10cm ہے۔ اگر ان کے مراکز کے درمیان 22cm کا فاصلہ ہو تو دوسرے دائرے کا رداس معلوم کریں۔

جواب: کیونکہ دونوں دائرے بیرونی طور پر چھوتے ہیں۔ اس لیے ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ ان کے رداسوں کے مجموعے کے برابر ہوگا۔

$$r_1 = 10\ cm,\ d = 22cm$$
$$r_1 + r_2 = d$$
$$10cm + r_2 = 22\ cm$$
$$r_2 = 22\ cm - 10cm$$
$$r_2 = 12\ cm.$$

7- دو دائرے جن کے رداس $r_1 = 11cm$ اور $r_2 = 7$ ہیں ایک دوسرے کو اندرونی طور پر چھوتے ہیں۔ ان کے مراکز کا آپس میں فاصلہ کیا ہوگا؟

حل:

$$r_1 = 11cm$$
$$r_1 = 7cm$$

مراکز کے درمیان فاصلہ $= r_1 - r_2$

$= 11 - 7 = 4$

www.ilmkidunya.com

8- دو متماثل دائرے ایک دوسرے کو بیرونی طور پر چھوتے ہیں۔ ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ 18cm ہے۔ ان میں سے کسی ایک کا قطر کیا ہوگا؟

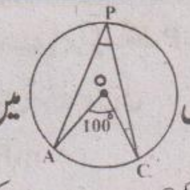
حل: مراکز کے درمیان فاصلہ $= 18\text{ cm}$

چونکہ دو متماثل دائرے ایک دوسرے کو بیرونی طور پر چھوتے ہیں، اس لیے ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ ان کے رداسوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔

$$r_1 + r_2 = 18$$
$$r_1 + r_1 = 18 \qquad \because\ r_1 = r_2$$
$$2r_1 = 18$$
$$r = \frac{18}{2}$$
$$r = 9\text{cm}$$

پس دائرے کا قطر $= 2r$
$$= 2(9)$$
$$= 18\text{ cm}$$

9- شکل



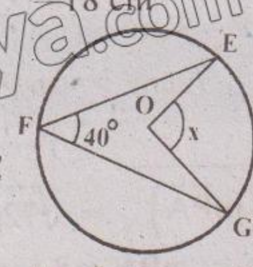
میں $m\angle APC$ معلوم کریں۔

حل: جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ کسی دائرہ میں قوس صغیرہ سے بننے والا مرکزی زاویہ مقدار میں متعلقہ قوس کبیرہ کے محصور زاویے سے دوگنا ہوتا ہے۔

اس لیے

$$2(m\angle APC) = m\angle AOC$$
$$2\,m\angle APC = 100°$$
$$m\angle APC = \frac{100°}{2}$$
$$m\angle APC = 50°$$

10- شکل



میں x کی قیمت معلوم کریں۔

حل: ہم جانتے ہیں دائرہ میں قوس صغیرہ سے بننے والا مرکزی زاویہ مقدار میں متعلقہ قوس کبیرہ کے محصور زاویے سے دوگنا ہوتا ہے۔

پس،
$$m\angle GOE = 2m\angle GFE$$
$$x = 2(40°)$$
$$x = 80°$$

دائرے کے ایک ہی قطعہ میں زاویے

11- شکل

میں اگر $m\angle ACB = 35°$ ہو تو $m\angle ADC$ معلوم کریں۔

حل: (معلوم) (دائرے کے ایک قطعہ میں تمام زاویے مقدار میں برابر ہوتے ہیں) $= m\angle ACB = 35°$

$$m\angle ADB = m\angle ACB$$
$$m\angle ADB = 35°$$

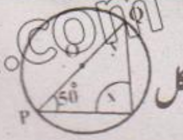
12- نصف دائرے میں بننے والے زاویے کی مقدار کیا ہوتی ہے؟

جواب: نصف دائرہ میں بننے والا ایک زاویہ قائمہ ہوتا ہے یعنی 90°

13- نصف دائرہ سے بڑے قطعہ میں بننے والے زاویے کی مقدار کتنی ہوتی ہے؟

جواب: نصف دائرہ سے بڑے قطعہ میں بننے والا زاویہ قائمہ زاویے سے چھوٹا ہوتا ہے۔ یعنی (<90°)

www.ilmkidunya.com

14- شکل  میں زاویہ x کی مقدار 90° کیوں ہے؟

حل: کیونکہ قطر $\overline{PQ}$ نصف دائرے میں زاویہ x بناتا ہے یعنی نصف دائرے میں بننے والا زاویہ 90° کا ہوتا ہے۔

9.2 سیکٹر کا رقبہ اور قوس کی لمبائی

15- ایک دائرے کا رداس 10cm ہے اور مرکزی زاویہ 60° کا ہے متعلقہ قوس کی لمبائی معلوم کریں۔

حل:

$r = 10cm$

$\theta = 60°$

$\ell = ?$

$\theta = 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}$

$\theta = \frac{\pi}{3}$ ریڈین

ہم جانتے ہیں کہ

$\ell = \theta r$

$\ell = \frac{\pi}{3} \times 10$

$\ell = 10.47\ cm$

16- سیکٹر کا رقبہ معلوم کریں جس کا رداس 8cm اور $\theta = 90°$ ہو

حل:

$r = 8\ cm,\ \theta = 90°$

$\theta = 90 \times \frac{\pi}{180}$

$\theta = \frac{\pi}{2} = 1.57$ ریڈین

$= 1.57$ ریڈین

سیکٹر کا رقبہ $= \frac{1}{2} r^2 \theta$

$= \frac{1}{2} (8)^2 (1.57)$

$= \frac{1}{2} \times 64 (1.57)$

$= 50.24\ cm^2$

17- ایک دائرے کا مرکزی زاویہ معلوم کریں۔ اگر $\ell = 12cm$ اور $r = 4cm$ ہو۔

حل:

$\ell = 12\ cm$

$r = 4\ cm$

$\theta = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$\ell = r\theta$

$\theta = \frac{\ell}{r}$

$\theta = \frac{12}{4} = 3$ ریڈین

www.ilmkidunya.com

18- ایک دائروی کلاک کا رداس 12cm ہے۔ کلاک پر ہندسوں 3 اور 12 کے درمیان سیکٹر کا رقبہ معلوم کریں۔

حل:

$r = 12$ cm

$\theta = 90°$

$A = ?$

$\theta = 90 \times \frac{\pi}{180}$

$= \frac{\pi}{2} = 1.57$ ریڈین

سیکٹر کا رقبہ $= A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

$= \frac{1}{2} (12)^2 (1.57)$

$= \frac{1}{2} (144)(1.57)$

$= 113.04$ cm^2

19- ایک دائروی کیک جس کا قطر 20cm ہے۔ 10 ایک جیسے برابر ٹکڑوں میں کاٹا جاتا ہے۔ ایک ٹکڑے کا رقبہ معلوم کریں۔

حل:

قطر $= 20$ cm

$r = \frac{20}{2} = 10$ cm

کیک کو دس برابر حصوں میں کاٹا گیا ہے اس لیے

$\theta = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$ ریڈین

ٹکڑے کا رقبہ $= A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

$= \frac{1}{2} (10)^2 \times \frac{\pi}{5}$

$= \frac{1}{2} \times 100 \times \frac{\pi}{5}$

$= 10\pi$

$= 31.42$ cm^2

20- ایک سیکٹر کا احاطہ 25cm ہے۔ اور اس کو قوس کی لمبائی 9cm ہے۔ اس دائرے کا رداس معلوم کریں۔

حل:

$\ell = 9$cm

$P = 25$ (معلوم)

$P = \ell + 2r$

$25 = 9 + 2r$

$25 - 9 = 2r$

$16 = 2r$

$\frac{16}{2} = r \Rightarrow 8 = r$

$r = 8$ cm

www.ilmkidunya.com