یونٹ 05

الجبری کسور

www.ilmkidunya.com

حاصلاتِ تعلم

اس یونٹ کو مکمل کرنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- ناطق جملوں کی وضاحت کر سکیں۔
- ناطق جملوں کی تجزی اور مختصر کر سکیں۔
- الجبری کسور کی مہارت کا مظاہرہ کر سکیں۔
- ناطق جملوں پر مختلف عوامل انجام دے سکیں۔ (مخرج اور شمار کنندہ جو یک رقمی، دو رقمی یا سہ رقمی ہوں)۔
- ایسی مختلف قسم کی مساواتوں کو حل کر سکیں جو دو درجی کی شکل میں تبدیل کی جا سکتی ہوں جن میں یہ شامل ہیں:
  - قوت نمائی مساوات
  - معکوس مساوات
  - $ax^{2n} + bx^n + c = 0;\ a \neq 0,\ n \geq 2$
  - $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) = k$ جہاں $a + b = c + d$
- ناطق مساواتوں (مخرج اور شمار کنندہ جو یک رقمی، دو رقمی یا سہ رقمی تک محدود ہوں) کے تصور کو حقیقی دنیا کے مسائل پر لاگو کر سکیں (جیسے کہ ایک شخص کسی خاص وقت، شرح اور مقدار میں کام کر سکتا ہے)۔

5.1 الجبری کسر (Algebraic Fraction)

ریاضی میں ایک الجبری کسر ایسی ہوتی ہے جہاں شمار کنندہ، مخرج یا دونوں الجبری جملوں پر مشتمل ہوں۔

مثال کے طور پر، $\frac{3}{x}, \frac{2x}{5y}, \frac{2x+9}{10x}, \frac{x^2+8}{x^2+x+3}$ تمام الجبری کسور ہیں۔ ان کسور میں مخرج کبھی بھی صفر نہیں ہوتا۔

ناطق جملہ

ایک ناطق جملہ $\frac{P(x)}{Q(x)}$، جہاں $P(x)$ اور $Q(x)$ دو کثیر رقمیاں ہیں اور $Q(x) \neq 0$۔

مثال کے طور پر، $\frac{x+1}{x+2}$، $x^2 + 5x + 4, \frac{x+5}{5}, \frac{5}{x-2}$ یہ سب ناطق الجبری جملے ہیں۔

ناطق جملوں کی آسان شکل

ناطق جملے کو مختصر شکل میں لکھنے کا مطلب ہے کہ شمار کنندہ اور مخرج میں سے مشترکہ عادوں کی تقسیم سے کسر کو مختصر ترین شکل میں لکھنا۔

مثال 1: $\frac{24a^3c^2x^2}{18a^3x^2 - 12a^2x^3}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

حل:

$$\frac{24a^3c^2x^2}{18a^3x^2 - 12a^2x^3}$$

$$= \frac{24a^3c^2x^2}{6a^2x^2(3a - 2x)} = \frac{4a^{3-2}c^2x^{2-2}}{3a - 2x}$$

$$= \frac{4ac^2}{3a - 2x}$$

> **نوٹ:**
> جہاں ممکن ہو تجزی کریں کیونکہ وہاں کوئی ایسا عاد ہو سکتا ہے جو تقسیم ہو سکے۔

مثال 2: $\frac{6x^2-8xy}{9xy-12y^2}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

حل: $\frac{6x^2-8xy}{9xy-12y^2}$

$$\frac{6x^2-8xy}{9xy-12y^2}=\frac{2x(3x-4y)}{3y(3x-4y)}=\frac{2x}{3y}$$

حل مشق 5.1

-1 درج ذیل ناطق جملوں کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

(i) $\frac{3a^2-6ab}{2a^2b-4ab^2}$

حل:

$$\frac{3a^2-6ab}{2a^2b-4ab^2}$$

$$=\frac{3a(a-2b)}{2ab(a-2b)}$$

$$=\frac{3a}{2ab}=\frac{3}{2b}$$

(ii) $\frac{abx+bx^2}{acx+cx^2}$

حل:

$$\frac{abx+bx^2}{acx+cx^2}$$

$$=\frac{bx(a+x)}{cx(a+x)}$$

$$=\frac{bx}{cx}=\frac{b}{c}$$

(iii) $\frac{ac}{a^2x^2-ax}$

حل:

$$\frac{ac}{a^2x^2-ax}$$

$$=\frac{ac}{ax(ax-1)}$$

$$=\frac{c}{x(ax-1)}$$

(iv) $\frac{15a^2b^2c}{100(a^2-a^2b)}$

حل:

$$\frac{15a^2b^2c}{100(a^2-a^2b)}$$

$$=\frac{3a^2b^2c}{(20)a^2(1-b)}$$

$$=\frac{3b^2c}{20(1-b)}$$

(v) $\frac{4x^2-9y^2}{4x^2+6xy}$

حل:

$$\frac{4x^2-9y^2}{4x^2+6xy}$$

$$=\frac{(2x)^2-(3y)^2}{2x(2x+3y)}$$

$$=\frac{(2x-3y)(2x+3y)}{2x(2x+3y)}=\frac{2x-3y}{2x}$$

(vi) $\frac{20(x^3-y^3)}{5x^2+5xy+5y^2}$

حل:

$$\frac{20(x^3-y^3)}{5x^2+5xy+5y^2}$$

$$=\frac{{}^{4}\cancel{20}(x-y)(x^2+xy+y^2)}{\cancel{5}(x^2+xy+y^2)}$$

$$=4(x-y)$$

www.ilmkidunya.com

(vii) $\dfrac{x(2a^2-3ax)}{a(4a^2x-9x^3)}$

حل:

$$\frac{x(2a^2-3ax)}{a(4a^2x-9x^3)}$$

$$=\frac{(x)(a)(2a-3x)}{(a)(x)(4a^2-9x^2)}$$

$$=\frac{ax(2a-3x)}{ax[(2a)^2-(3x)^2]}$$

$$=\frac{ax(2a-3x)}{ax[(2a-3x)(2a+3x)]}$$

$$=\frac{1}{2a+3x}$$

(viii) $\dfrac{x^2-5x}{x^2-4x-5}$

حل:

$$\frac{x^2-5x}{x^2-4x-5}$$

$$=\frac{x(x-5)}{x^2-5x+x-5}$$

$$=\frac{x(x-5)}{x(x-5)+1(x-5)}$$

$$=\frac{x(x-5)}{(x-5)(x+1)}$$

$$=\frac{x}{x+1}$$

(ix) $\dfrac{3x^2+6x}{x^2+4x+4}$

حل:

$$\frac{3x^2+6x}{x^2+4x+4}$$

$$=\frac{3x(x+2)}{x^2+2x+2x+4}$$

$$=\frac{3x(x+2)}{x(x+2)+2(x+2)}$$

$$=\frac{3x(x+2)}{(x+2)(x+2)}$$

$$=\frac{3x}{x+2}$$

(x) $\dfrac{x^2+xy-2y^2}{x^3-y^3}$

حل:

$$\frac{x^2+xy-2y^2}{x^3-y^3}$$

$$=\frac{x^2+2xy-xy-2y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$=\frac{x(x+2y)-y(x+2y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$=\frac{(x-y)(x+2y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$=\frac{x+2y}{(x^2+xy+y^2)}$$

(xi) $\dfrac{2x^2+17x+21}{3x^2+26x+35}$

حل:

$$\frac{2x^2+17x+21}{3x^2+26x+35}$$

$$=\frac{2x^2+14x+3x+21}{3x^2+21x+5x+35}$$

$$=\frac{2x(x+7)+3(x+7)}{3x(x+7)+5(x+7)}$$

$$=\frac{(x+7)(2x+3)}{(x+7)(3x+5)}$$

$$=\frac{2x+3}{3x+5}$$

www.ilmkidunya.com

تعریف:

الجبری مہارت (Manipulation) کا مطلب ہے کہ الجبری جملوں کو مختصر کرنے کے لیے الجبری عوامل جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم کو استعمال کرنا۔

مختلف مخرجوں والے ناطق جملوں کی جمع اور تفریق

مراحل:

(i) مخرجوں کا ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(ii) مرحلہ (i) میں جو ذو اضعاف اقل حاصل ہوا، ہر کسر کو اس کے ساتھ مساوی کسر میں لکھیے۔

(iii) ایک جیسے مخرجوں والے ناطق جملوں کی جمع یا تفریق کیجیے۔

مثال 3: مختصر کیجیے: $\frac{x-2y}{4}+\frac{x+y}{6}-\frac{2x-y}{15}$

حل: 4، 6 اور 5 کا ذو اضعاف اقل 60

$$\frac{x-2y}{4}+\frac{x+y}{6}-\frac{2x-y}{15}$$

$$=\frac{15(x-2y)+10(x+y)-4(2x-y)}{60}$$

$$=\frac{15x-30y+10x+10y-8x+4y}{60}=\frac{17x-16y}{60}$$

مثال 4: مختصر کیجیے: $\frac{4}{x^2-2xy-3y^2}+\frac{1}{x^2+3xy+2y^2}$

حل:

$$\frac{4}{x^2-2xy-3y^2}+\frac{1}{x^2+3xy+2y^2}$$

$$=\frac{4}{x^2+xy-3xy-3y^2}+\frac{1}{x^2+2xy+xy+2y^2}$$

$$=\frac{4}{x(x+y)-3y(x+y)}+\frac{1}{x(x+2y)+y(x+2y)}$$

$$=\frac{4}{(x-3y)(x+y)}+\frac{1}{(x+y)(x+2y)}$$

$$=\frac{4(x+2y)+1(x-3y)}{(x-3y)(x+y)(x+2y)}$$ (ذو اضعاف اقل لینے سے)

$$=\frac{4x+8y+x-3y}{(x-3y)(x+y)(x+2y)}=\frac{5x+5y}{(x-3y)(x+y)(x+2y)}$$

$$=\frac{5(x+y)}{(x-3y)(x+y)(x+2y)}=\frac{5}{(x-3y)(x+2y)}$$

www.ilmkidunya.com

مثال 5: مختصر کیجیے: $\frac{1}{x^2-5x+6}+\frac{1}{x^2-3x+2}-\frac{1}{x^2-8x+15}$

حل: $\frac{1}{x^2-5x+6}+\frac{1}{x^2-3x+2}-\frac{1}{x^2-8x+15}$

$$=\frac{1}{(x-2)(x-3)}+\frac{1}{(x-2)(x-1)}-\frac{1}{(x-5)(x-3)}$$

$$=\frac{(x-1)(x-5)+(x-3)(x-5)-(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$ (ذو اضعاف اقل لینے سے)

$$=\frac{(x^2-6x+5)+(x^2-8x+15)-(x^2-3x+2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$=\frac{x^2-6x+5+x^2-8x+15-x^2+3x-2}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$=\frac{x^2-11x+18}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$=\frac{(x-9)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}=\frac{x-9}{(x-1)(x-3)(x-5)}$$

خود آزمائی

مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{4a}{a^2-1}-\frac{a+1}{a-1}$

حل:

$$=\frac{4a}{(a+1)(a-1)}-\frac{a+1}{a-1}$$

$$=\frac{4a-(a+1)^2}{(a+1)(a-1)}$$ (ذو اضعاف اقل لینے سے)

$$=\frac{4a-(a^2+2a+1)}{(a+1)(a-1)}$$

$$=\frac{4a-a^2-2a-1}{(a+1)(a-1)}$$

$$=\frac{-a^2+2a-1}{(a+1)(a-1)}=\frac{-(a^2-2a+1)}{(a+1)(a-1)}$$

$$=\frac{-(a-1)^2}{(a+1)(a-1)}$$

$$=\frac{-(a-1)}{a+1}$$

(ii) $\frac{a^3}{a-b}-\frac{b^3}{b-a}$

حل: $\frac{a^3}{a-b}-\frac{b^3}{b-a}$

$$=\frac{a^3}{a-b}-\frac{b^3}{-a+b}$$

$$=\frac{a^3}{a-b}-\frac{b^3}{-(a-b)}$$

$$=\frac{a^3}{a-b}+\frac{b^3}{a-b}$$

$$=\frac{a^3+b^3}{a-b}$$ (ذو اضعاف اقل لینے سے)

$$=\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a-b}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{4x}{(x-2)(x-1)} + \frac{4}{x-1} - \frac{5}{x-2}$$

$L.C.M = (x-2)(x-1)$

$$= \frac{4x + 4(x-2) - 5(x-1)}{(x-2)(x-1)}$$

$$= \frac{4x + 4x - 8 - 5x + 5}{(x-2)(x-1)}$$

$$= \frac{3x-3}{(x-2)(x-1)} = \frac{3(x-1)}{(x-2)(x-1)}$$

$$= \frac{3}{x-2}$$

(iii) $\frac{x+y}{12x-6y} + \frac{x-y}{18x-9y}$

حل:

$$\frac{x+y}{12x-6y} + \frac{x-y}{18x-9y}$$

$$= \frac{x+y}{6(2x-y)} + \frac{x-y}{9(2x-y)}$$

$L.C.M = 18(2x-y)$

$$= \frac{3(x+y) + 2(x-y)}{18(2x-y)}$$

$$= \frac{3x+3y+2x-2y}{18(2x-y)} = \frac{5x+y}{18(2x-y)}$$

(iv) $\frac{2}{x+2y} - \frac{x-6y}{x^2-4y^2}$

حل:

$$\frac{2}{x+2y} - \frac{x-6y}{x^2-4y^2}$$

$$= \frac{2}{x+2y} - \frac{x-6y}{(x)^2-(2y)^2}$$

$$= \frac{2}{x+2y} - \frac{x-6y}{(x+2y)(x-2y)}$$

$(L.C.M = (x+2y)(x-2y))$

$$= \frac{2(x-2y) - (x-6y)}{(x+2y)(x-2y)}$$

$$= \frac{2x-4y-x+6y}{(x+2y)(x-2y)}$$

(iii) $\frac{4-x^2}{x} - \frac{x+2}{x+2} + 5$

حل:

$$= \frac{4-x^2}{x} - \frac{x+2}{x+2} + 5$$

$$= \frac{4-x^2}{x} - 1 + 5 = \frac{4-x^2}{x} + 4$$

$$= \frac{4-x^2+4x}{x}$$ (ذواضعاف اقل لینے سے)

$$= \frac{-x^2+4x+4}{x}$$

$$= \frac{-(x^2-4x-4)}{x}$$

حل مشق 5.2

مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{3}{x-y} + \frac{1}{y-x}$

حل:

$$\frac{3}{x-y} + \frac{1}{y-x}$$

$$= \frac{3}{x-y} + \frac{1}{-x+y}$$

$$= \frac{3}{x-y} + \frac{1}{-(x-y)}$$

$$= \frac{3}{x-y} - \frac{1}{(x-y)}$$

$(L.C.M = x-y)$

$$= \frac{3-1}{x-y}$$

$$= \frac{2}{x-y}$$

(ii) $\frac{4x}{x^2-3x+2} - \frac{4}{1-x} - \frac{5}{x-2}$

حل:

$$\frac{4x}{x^2-3x+2} - \frac{4}{1-x} - \frac{5}{x-2}$$

$$= \frac{4x}{x^2-2x-x+2} - \frac{4}{-x+1} - \frac{5}{x-2}$$

$$= \frac{4x}{x(x-2)-1(x-2)} - \frac{4}{-(x-1)} - \frac{5}{x-2}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{x+2y}{(x+2y)(x-2y)} = \frac{1}{x-2y}$$

$$\mathbf{\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} - \frac{2x+3}{x^2+3x+2}} \quad \textbf{(v)}$$

حل:

$$\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} - \frac{2x+3}{x^2+3x+2}$$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} - \frac{2x+3}{x^2+2x+x+2}$$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} - \frac{2x+3}{x(x+2)+1(x+2)}$$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} - \frac{2x+3}{(x+2)(x+1)}$$

$L.C.M = (x+2)(x+1)$

$$= \frac{1(x+2) - 2(x+1) - (2x+3)}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{x+2-2x-2-2x-3}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{x-2x-2x+2-2-3}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{-3x-3}{(x+1)(x+2)} = \frac{-3(x+1)}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{-3}{x+2}$$

$$\mathbf{\frac{5}{x^2+x-6} - \frac{1}{2x^2-7x+6}} \quad \textbf{(vi)}$$

حل:

$$\frac{5}{x^2+x-6} - \frac{1}{2x^2-7x+6}$$

$$= \frac{5}{x^2+3x-2x-6} - \frac{1}{2x^2-4x-3x+6}$$

$$= \frac{5}{x(x+3)-2(x+3)} - \frac{1}{2x(x-2)-3(x-2)}$$

$$= \frac{5}{(x+3)(x-2)} - \frac{1}{(x-2)(2x-3)}$$

$L.C.M = (x+3)(x-2)(2x-3)$

$$= \frac{5(2x-3)-1(x+3)}{(x+3)(x-2)(2x-3)}$$

$$= \frac{10x-15-x-3}{(x+3)(x-2)(2x-3)}$$

$$= \frac{9x-18}{(x+3)(x-2)(2x-3)}$$

$$= \frac{9(x-2)}{(x+3)(x-2)(2x-3)}$$

$$= \frac{9}{(x+3)(2x-3)}$$

$$\mathbf{\frac{2x}{x+y} - \frac{y}{x-y} - \frac{2y^2}{x^2-y^2}} \quad \textbf{(vii)}$$

حل:

$$\frac{2x}{x+y} - \frac{y}{x-y} - \frac{2y^2}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{2x}{x+y} - \frac{y}{x-y} - \frac{2y^2}{(x+y)(x-y)}$$

$L.C.M = (x+y)(x-y)$

$$= \frac{2x(x-y) - y(x+y) - 2y^2}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{2x^2-2xy-xy-y^2-2y^2}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{2x^2-3xy-3y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$\mathbf{\frac{7}{2x^2-x-6} - \frac{8}{3x^2-4x-4}} \quad \textbf{(viii)}$$

حل:

$$\frac{7}{2x^2-x-6} - \frac{8}{3x^2-4x-4}$$

$$= \frac{7}{2x^2-4x+3x-6} - \frac{8}{3x^2-6x+2x-4}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{7}{2x(x-2)+3(x-2)} - \frac{8}{3x(x-2)+2(x-2)}$$

$$= \frac{7}{(x-2)(2x+3)} - \frac{8}{(x-2)(3x+2)}$$

(LCM = (x − 2) (2x + 3) (3x + 2))

$$= \frac{7(3x+2)-8(2x+3)}{(x-2)(2x+3)(3x+2)} = \frac{21x+14-16x-24}{(x-2)(2x+3)(3x+2)}$$

$$= \frac{5x-10}{(x-2)(2x+3)(3x+2)} = \frac{5(x-2)}{(x-2)(2x+3)(3x+2)}$$

$$= \frac{5}{(2x+3)(3x+2)}$$

(ix) $\frac{x+2}{x^2-x-12} - \frac{x}{x^2+6x+9}$

حل:

$$\frac{x+2}{x^2-x-12} - \frac{x}{x^2+6x+9}$$

$$= \frac{x+2}{x^2-4x+3x-12} - \frac{x}{x^2+3x+3x+9}$$

$$= \frac{x+2}{x(x-4)+3(x-4)} - \frac{x}{x(x+3)+3(x+3)}$$

$$= \frac{x+2}{(x-4)(x+3)} - \frac{x}{(x+3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x+2)(x+3)-x(x-4)}{(x-4)(x+3)(x+3)} = \frac{x^2+3x+2x+6-x^2+4x}{(x-4)(x+3)(x+3)} \quad (LCM = (x-4)(x+3)(x+3))$$

$$= \frac{\cancel{x^2}+5x+6-\cancel{x^2}+4x}{(x-4)(x+3)^2} = \frac{9x+6}{(x-4)(x+3)^2}$$

$$= \frac{3(3x+2)}{(x-4)(x+3)^2}$$

(x) $\frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-5x+6}$

حل:

$$\frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-5x+6}$$

$$= \frac{1}{x^2-3x-x+3} + \frac{1}{x^2-2x-x+2} - \frac{1}{x^2-3x-2x+6}$$

$$= \frac{1}{x(x-3)-1(x-3)} + \frac{1}{x(x-2)-1(x-2)} - \frac{1}{x(x-3)-2(x-3)}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{1}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{(x-2)(x-1)} - \frac{1}{(x-3)(x-2)}$$

$$= \frac{(x-2)+(x-3)-(x-1)}{(x-1)(x-2)(x-3)} \quad (LCM = (x-1)(x-2)(x-3))$$

$$= \frac{x-2+x-3-x+1}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{x+x-x-2-3+1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{x-4}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

(xi) $\frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{y-x}$

حل:

$$\frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{y-x}$$

$$= \frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{y-x} = \frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{-1(x-y)}$$

$$= \frac{x^3}{x-y} - \frac{y^3}{x-y}$$

$$= \frac{x^3-y^3}{x-y} = \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x-y)} \quad (LCM = (x-y))$$

$$= (x^2+xy+y^2)$$

-2 $\frac{1}{x^2+2}$ کو $\frac{2x^3+x^2+3}{(x^2+2)^2}$ میں سے تفریق کیجیے۔

حل:

$$\frac{2x^3+x^2+3}{(x^2+2)^2} - \frac{1}{x^2+2}$$

$$= \frac{2x^3+x^2+3-(x^2+2)}{(x^2+2)^2} \quad (LCM = (x^2+2)^2)$$

$$= \frac{2x^3+x^2+3-x^2-2}{(x^2+2)^2} = \frac{2x^3+1}{(x^2+2)^2}$$

ناطق جملوں کی ضرب اور تقسیم

(a) ضرب

مثال6: مختصر کیجیے: $\frac{x^2-5x+6}{x^2-25} \times \frac{x^2+5x}{2x-6}$

حل:

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2-25} \times \frac{x^2+5x}{2x-6} = \frac{x^2-2x-3x+6}{x^2-5^2} \times \frac{x(x+5)}{2(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-5)(x+5)} \times \frac{x(x+5)}{2(x-3)} = \frac{x(x-2)}{2(x-5)}$$

www.ilmkidunya.com

مثال 7: مختصر کیجیے: $\frac{3a^2-6ab}{6ab}\times\frac{10b^2}{4ab-8b^2}$

حل:

$$\frac{3a^2-6ab}{6ab}\times\frac{10b^2}{4ab-8b^2}$$

$$=\frac{3a(a-2b)}{6ab}\times\frac{10b^2}{4b(a-2b)}=\frac{30}{24}=\frac{5}{4}$$

(b) ناطق جملے سے تقسیم کرنے کے لیے، ضرب کی طرح اس کے معکوس سے ضرب دیں۔

مثال 8: $\frac{2a^2-2c^2}{15a^2c^2}\div\frac{3a+3c}{5ac}$

حل:

$$\frac{2a^2-2c^2}{15a^2c^2}\div\frac{3a+3c}{5ac}$$

$$=\frac{2a^2-2c^2}{15a^2c^2}\times\frac{5ac}{3a+3c}=\frac{2(a^2-c^2)}{15a^2c^2}\times\frac{5ac}{3(a+c)}$$

$$=\frac{2(a+c)(a-c)}{15a^2c^2}\times\frac{5ac}{3(a+c)}=\frac{2(a-c)}{9ac}$$

مثال 9: مختصر کیجیے: $\frac{x^3-a^3}{x^2-2bx+b^2}\times\frac{x^2-bx-cx+bc}{ax-x^2}\div\frac{x^2-cx}{x-b}$

حل:

$$\frac{x^3-a^3}{x^2-2bx+b^2}\times\frac{x^2-bx-cx+bc}{ax-x^2}\div\frac{x^2-cx}{x-b}$$

$$=\frac{x^3-a^3}{x^2-2bx+b^2}\times\frac{x^2-bx-cx+bc}{ax-x^2}\times\frac{x-b}{x^2-cx}$$

$$=\frac{(x-a)(x^2+ax+a^2)}{(x-b)(x-b)}\times\frac{(x-b)(x-c)}{x(a-x)}\times\frac{x-b}{x(x-c)}$$

$$=-(a-x)(x^2+ax+a^2)\times\frac{1}{x(a-x)}\times\frac{1}{x}=\frac{-(x^2+ax+a^2)}{x^2}$$

خود آزمائی

مختصر کیجیے:

(i) $\frac{32x^2y^2z^5}{3x^3y^3}\cdot\frac{243x^6}{x^4y^2z}$

حل:

$$\frac{32x^2y^2z^5}{3x^3y^3}\cdot\frac{243x^6}{x^4y^2z}$$

$$=\frac{32\times243x^{2+6}y^2z^5}{3x^{3+4}y^{3+2}Z}=\frac{32\times81x^8y^2z^5}{x^7y^5z}$$

$$=\frac{2592x^{8-7}z^{5-1}}{y^{5-2}}=\frac{2592xz^4}{y^3}$$

(ii) $\frac{5a^2}{4a-8}\cdot\frac{6a-12}{10a}$

حل:

$$\frac{5a^2}{4a-8}\cdot\frac{6a-12}{10a}$$

$$=\frac{5a^2}{4(a-2)}\cdot\frac{6(a-2)}{10a}$$

$$=\frac{5\times6\times a^2\times(a-2)}{4\times10\times a\times(a-2)}$$

$$=\frac{30a^{2-1}}{40}=\frac{3a}{4}$$

www.ilmkidunya.com

حل مشق 5.3

-1 مختصر کیجیے۔

(i) $$\frac{24\ell m}{5\ell+10m}\times\frac{5\ell^2-20m^2}{16mn}$$

حل:

$$\frac{24\ell m}{5\ell+10m}\times\frac{5\ell^2-20m^2}{16mn}$$

$$=\frac{24\ell m}{5(\ell+2m)}\times\frac{5(\ell^2-4m^2)}{16mn}$$

$$=\frac{24\ell m}{5(\ell+2m)}\times\frac{5[(\ell)^2-(2m)^2]}{16mn}$$

$$=\frac{24\ell m}{5(\ell+2m)}\times\frac{5[(\ell+2m)(\ell-2m)]}{16mn}$$

$$=\frac{24\ell m\times 5(\ell-2m)}{5\times 16mn}$$

$$=\frac{3\ell(\ell-2m)}{2n}$$

(ii) $$\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x-4}\times\frac{2x^2+8x}{3x+6}$$

حل:

$$\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x-4}\times\frac{2x^2+8x}{3x+6}$$

$$=\frac{x^2-2x-x+2}{x^2+4x-x-4}\times\frac{2x(x+4)}{3(x+2)}$$

$$=\frac{x(x-2)-1(x-1)}{x(x+4)-1(x+4)}\times\frac{2x(x+4)}{3(x+2)}$$

$$=\frac{(x-2)(x-1)}{(x+4)(x-1)}\times\frac{2x(x+4)}{3(x+2)}$$

$$=\frac{2x(x-2)(x-1)(x+4)}{3(x+2)(x-1)(x+4)}$$

$$=\frac{2x(x-2)}{3(x+2)}$$

(iii) $$\frac{a^2-4b^2}{a^2+2ba}\times\frac{2a^2+10ab}{a^2+3ab-10b^2}$$

حل:

$$\frac{a^2-4b^2}{a^2+2ba}\times\frac{2a^2+10ab}{a^2+3ab-10b^2}$$

$$=\frac{(a)^2+(2b)^2}{a(a+2b)}\times\frac{2a(a+5b)}{a^2-5ab-2ab-10b^2}$$

$$=\frac{(a+2b)(a-2b)}{a(a+2b)}\times\frac{2a(a+5b)}{a(a+5b)-2b(a+5b)}$$

$$=\frac{(a-2b)}{a}\times\frac{2a(a+5b)}{a(a-2b)(a+5b)}$$

$$=\frac{(a-2b)\times 2a}{a(a-2b)}$$

$$=\frac{2a}{a}=2$$

(iv) $$\frac{(a+b)^2-c^2}{(a+c)^2-b^2}\times\frac{a^2-(b-c)^2}{(a+c)^2-c^2}$$

حل:

$$\frac{(a+b)^2-c^2}{(a+c)^2-b^2}\times\frac{a^2-(b-c)^2}{(a+c)^2-c^2}$$

$$=\frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a+c+b)(a+c-b)}\times\frac{[a+(b-c)][a-(b-c)]}{(a+c+c)(a+c-c)}$$

$$=\frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a+b+c)(a-b+c)}\times\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{(a+2c)(a)}$$

$$=\frac{a+b-c}{(a-b+c)}\times\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{(a+2c)(a)}$$

$$=\frac{(a+b-c)(a+b-c)}{a(a+2c)}$$

$$=\frac{(a+b-c)^2}{a(a+2c)}$$

(v) $$\frac{x^3-8}{x^2-4}\div\frac{x^2+2x+4}{x^2+4x+4}$$

حل:

$$\frac{x^3-8}{x^2-4}\div\frac{x^2+2x+4}{x^2+4x+4}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{(x)^3-(2)^3}{(x)^2-(2)^2} \div \frac{x^2+2x+4}{x^2+2x+2x+4}$$

$$= \frac{(x-2)[(x)^2+(x)(2)+(2)^2]}{(x+2)(x-2)} \div \frac{x^2+2x+4}{x(x+2)+2(x+2)}$$

$$= \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x+2)(x-2)} \div \frac{x^2+2x+4}{(x+2)(x+2)}$$

$$= \frac{x^2+2x+4}{x+2} \times \frac{(x+2)(x+2)}{x^2+2x+4} = \frac{(x^2+2x+4)(x+2)(x+2)}{(x^2+2x+4)(x+2)}$$

$$= x+2$$

(vi) $$\frac{(a^2+ab)^2}{(a^2-ab)^2} \div \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$$

حل:

$$\frac{(a^2+ab)^2}{(a^2-ab)^2} \div \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$$

$$= \frac{[a(a+b)]^2}{[a(a-b)]^2} \div \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = \frac{a^2(a+b)^2}{a^2(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}$$

$$= \frac{a^2(a+b)^2(a-b)^2}{a^2(a+b)^2(a-b)^2} = 1$$

(vii) $$\frac{x^2-x-6}{x^2-x-20} \div \left\{\frac{x^3-3x^2}{x^2+4x} \times \frac{x^3-5x^2-14x}{x^2-12x+35}\right\}$$

حل:

$$\frac{x^2-x-6}{x^2-x-20} \div \left\{\frac{x^3-3x^2}{x^2+4x} \times \frac{x^3-5x^2-14x}{x^2-12x+35}\right\}$$

$$= \frac{x^2-3x+2x-6}{x^2-5x+4x-20} \div \left\{\frac{x^2(x-3)}{x(x+4)} \times \frac{x(x^2-5x-14)}{x^2-7x-5x+35}\right\}$$

$$= \frac{x(x-3)+2(x-3)}{x(x-5)+4(x-5)} \div \left\{\frac{x^2(x-3)}{x(x+4)} \times \frac{x(x^2-7x+2x-14)}{x(x-7)-5(x-7)}\right\}$$

$$= \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+4)} \div \left\{\frac{x^2(x-3)}{x(x+4)} \times \frac{x[x(x-7)+2(x-7)]}{(x-7)(x-5)}\right\}$$

$$= \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+4)} \div \left\{\frac{x^2(x-3)}{x(x+4)} \times \frac{x(x-7)(x+2)}{(x-7)(x-5)}\right\}$$

$$= \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+4)} \div \left\{\frac{x(x-3)}{(x+4)} \times \frac{x(x+2)}{x-5}\right\}$$

www.ilmkidunya.com

$$=\frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+4)}\div\frac{x^2(x-3)(x+2)}{(x+4)(x-5)}=\frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+4)}\times\frac{(x+4)(x-5)}{x^2(x-3)(x+2)}$$

$$=\frac{(x+2)(x-3)(x+4)(x-5)}{x^2(x+2)(x-3)(x+4)(x-5)}=\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{3x^2-3xy}{10x^2+10xy-20y^2}\times\frac{5xy+10y^2}{6x^2+6xy+6y^2}\div\frac{2x^2-2y^2}{4x^3-4y^3}$$ **(viii)**

حل:

$$\frac{3x^2-3xy}{10x^2+10xy-20y^2}\times\frac{5xy+10y^2}{6x^2+6xy+6y^2}\div\frac{2x^2-2y^2}{4x^3-4y^3}$$

$$=\frac{3x(x-y)}{10(x^2+xy-2y^2)}\times\frac{5y(x+2y)}{6(x^2+xy+y^2)}\div\frac{2(x^2-y^2)}{4(x^3-y^3)}$$

$$=\frac{3x(x-y)}{10(x^2+2xy-xy-2y^2)}\times\frac{5y(x+2y)}{6(x^2+xy+y^2)}\div\frac{2(x-y)(x+y)}{4(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$=\frac{3x(x-y)}{10[x(x+2y)-y(x+2y)]}\times\frac{5y(x+2y)}{6(x^2+xy+y^2)}\times\frac{4(x-y)(x^2+xy+y^2)}{2(x-y)(x+y)}$$

$$=\frac{3x(x-y)}{10(x-y)(x+2y)}\times\frac{5y(x+2y)}{6(x^2+xy+y^2)}\times\frac{2(x^2+xy+y^2)}{x+y}$$

$$=\frac{3x}{10(x+2y)}\times\frac{5y(x+2y)}{6(x^2+xy+y^2)}\times\frac{2(x^2+xy+y^2)}{x+y}$$

$$=\frac{2\times3\times5\times x\times y(x+2y)(x^2+xy+y^2)}{10\times6(x+y)(x+2y)(x^2+xy+y^2)}=\frac{30xy}{60(x+y)}$$

$$=\frac{xy}{2(x+y)}$$

$$\frac{2x^2-98}{x^3-125}\times\frac{x^2-3x-10}{3x-21}\div\frac{x^2+5x-14}{x^2+5x+25}$$ **(ix)**

حل:

$$\frac{2x^2-98}{x^3-125}\times\frac{x^2-3x-10}{3x-21}\div\frac{x^2+5x-14}{x^2+5x+25}$$

$$=\frac{2(x^2-49)}{(x)^3-(5)^3}\times\frac{x^2-5x+2x-10}{3(x-7)}\div\frac{x^2+7x-2x-14}{x^2+5x+25}$$

$$=\frac{2[(x)^2-(7)^2]}{(x-5)[(x)^2+(x)(5)+(5)^2]}\times\frac{x(x-5)+2(x-5)}{3(x-7)}\div\frac{x(x+7)-2(x+7)}{x^2+5x+25}$$

$$=\frac{2(x+7)(x-7)}{(x-5)(x^2+5x+25)}\times\frac{(x-5)(x+2)}{3(x-7)}\div\frac{(x+7)(x-2)}{x^2+5x+25}$$

$$=\frac{2(x+7)(x-7)}{(x-5)(x^2+5x+25)}\times\frac{(x-5)(x+2)}{3(x-7)}\times\frac{x^2+5x+25}{(x+7)(x-2)}$$

$$= \frac{2(x+2)(x+7)(x-7)(x-5)(x^2+5x+25)}{3(x-2)(x+7)(x-7)(x-5)(x^2+5x+25)} = \frac{2(x+2)}{3(x-2)}$$

(x) $\frac{x^2-2x}{2x+6} \times \frac{x^2+x-6}{x^2-5x} \times \frac{6x-30}{x^2-2x}$

حل:

$$\frac{x^2-2x}{2x+6} \times \frac{x^2+x-6}{x^2-5x} \times \frac{6x-30}{x^2-2x}$$

$$= \frac{x(x-2)}{2(x+3)} \times \frac{x^2+3x-2x-6}{x(x-5)} \times \frac{6(x-5)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{x(x-2)}{2(x+3)} \times \frac{x(x+3)-2(x+3)}{x(x-5)} \times \frac{6(x-5)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{x(x-2)}{2(x+3)} \times \frac{(x+3)(x-2)}{x(x-5)} \times \frac{6(x-5)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{6 \times x(x-2)(x-2)(x+3)(x-5)}{2 \times x \times x(x-2)(x+3)(x-5)} = \frac{3(x-2)}{x}$$

5.3 مساواتوں کا حل جن کو دو درجی مساوات میں تبدیل کیا جاسکتا ہو (Solution of Equations Reducible to Quadratic Equations)

کچھ الجبری مساواتیں معیاری دو درجی شکل میں نہیں ہوتیں لیکن انہیں مناسب طریقے سے دو درجی مساوات میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ایسی مساواتیں دو درجی مساواتوں میں تبدیل ہونے والی مساواتیں کہلاتی ہیں۔

قسم (i) $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ جہاں $a \neq 0$, $n = 2$

مثال 10: $2x^4 - 11x^2 + 12 = 0$

حل:

$$2x^4 - 11x^2 + 12 = 0$$

فرض کیا $x^2 = y$,

$$2y^2 - 11y + 12 = 0$$

$$2y^2 - 3y - 8y + 12 = 0$$

$$y(2y-3) - 4(2y-3) = 0$$

$$(2y-3)(y-4) = 0$$

$$2y - 3 = 0,\ y - 4 = 0$$

$$2y - 3 = 0,\ y - 4 = 0$$

$$y = \frac{3}{2},\ y = 4$$

$x^2 = y$ درج کرنے سے

$$\therefore x^2 = \frac{3}{2},\ x^2 = 4$$

$x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} = \pm\frac{\sqrt{6}}{2},\ x = \pm 2 \Rightarrow$ حل سیٹ $\left\{\pm 2, \pm\frac{\sqrt{6}}{2}\right\}$

www.ilmkidunya.com

قسم (ii) قوت نمائی مساوات (Exponential Equation)

وہ مساواتیں جن میں متغیر قوت نما میں ہو قوت نمائی مساواتیں کہلاتی ہیں۔

مثال کے طور پر، $2^x - 3\cdot 2^{2x} = 56$

مثال 11: حل کیجیے۔ $4x - 3\cdot 2^{x+3} + 128 = 0$

حل: $4x - 3\cdot 2^{x+3} + 128 = 0$

مساوات کو یوں لکھا جا سکتا ہے:

$$(2^2)^x - 3\cdot 2^x \cdot 2^3 + 128 = 0$$

$$2^{2x} - 24\cdot 2^x + 128 = 0 \quad \text{.....(i)}$$

فرض کیا $2^x = y$ تو $2^{2x} = y^2$,

$$y^2 - 24y + 128 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 16y - 8y + 128 = 0$$

$$y(y-16) - 8(y-16) = 0$$

$$(y-16)(y-8) = 0$$

$$y - 16 = 0,\ y - 8 = 0$$

$$y = 16,\ y = 8$$

لیکن $y = 2^x$

$$2^x = 16,\ 2^x = 8$$

$$2^x = 2^4,\ 2^x = 2^3$$

$$x = 4\ ,\ x = 3$$

$\therefore$ حل سیٹ $= \{4, 3\}$

قسم (iii) معکوس مساوات (Reciprocal Equation)

ایسی مساوات جو متغیر کو اس کے معکوس سے بدلنے پر بھی تبدیل نہ ہو۔

مثال کے طور پر $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 = 0$

مثال 12: حل کیجیے $3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 4\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$

حل: $3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 4\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$

فرض کریں $x + \frac{1}{x} = y \quad \text{.....(i)}$

اس طرح

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$$

یا

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$$

www.ilmkidunya.com

دی گئی مساوات اس طرح بن جاتی ہے۔

$$3(y^2-2)+4y-14=0$$
$$3y^2-6+4y-14=0$$
$$3y^2+4y-20=0$$
$$3y^2+10y-6y-20=0$$
$$y(3y+10)-2(3y+10)=0$$
$$(3y+10)(y-2)=0$$
$$3y+10=0\quad,\quad y-2=0$$
$$y=-\frac{10}{3}\quad,\quad y=2$$

مساوات (i) میں $-\frac{10}{3}$ y درج کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$x+\frac{1}{x}=-\frac{10}{3}\quad (3x \text{ سے ضرب دینے سے})$$
$$3x^2+3=-10x$$
$$3x^2+10x+3=0$$
$$3x^2+9x+x+3=0$$
$$3x(x+3)+1(x+3)=0$$
$$(x+3)(3x+1)=0$$
$$x+3=0,\ 3x+1=0$$
$$x=-3,-\frac{1}{3}$$

اب مساوات (i) میں $y=2$ درج کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$x+\frac{1}{x}=2\quad (x \text{ سے ضرب دینے سے})$$
$$x^2+1=2x$$
$$x^2-2x+1=0$$
$$(x-1)^2=0$$
$$\sqrt{(x-1)^2}=\sqrt{0}\quad \text{دونوں اطراف کا جذر المربع لینے سے}$$
$$x-1=0$$
$$\Rightarrow x=1$$

$$\text{حل سیٹ}=\left\{1,-3,-\frac{1}{3}\right\}$$

قسم (iv). $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=k$ جہاں $a+b=c+d$ اور k کوئی بھی مستقل مقدار ہے۔

مثال 13: حل کیجیے: $(x+2)(x+3)(x-5)(x-6)=-12$

حل: یہاں $2-5=3-6$

اجزاء کو ترتیب سے لکھنے سے

$$[(x+2)(x-5)][(x+3)(x-6)]=-12$$
$$(x^2-3x-10)(x^2-3x-18)=-12 \quad \text{_____(i)}$$

$x^2 - 3x = y \quad$ (ii) فرض کیا

تو مساوات (i) یوں بن جاتی ہے

$$(y-10)(y-18) = -12$$
$$y^2 - 28y + 180 = -12$$
$$y^2 - 28y + 192 = 0$$
$$y^2 - 12y - 16y + 192 = 0$$
$$y(y-12) - 16(y-12) = 0$$
$$(y-12)(y-16) = 0$$
$$y-12 = 0,\ y-16 = 0$$
$$y = 12, 16$$

اب مساوات (ii) میں $y = 12$ درج کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$x^2 - 3x = 12$$
$$x^2 - 3x - 12 = 0$$
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2(1)}$$
$$= \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$$

مساوات (ii) میں $y = 16$ درج کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$x^2 - 3x = 16$$
$$x^2 - 3x - 16 = 0$$
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-16)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{73}}{2}$$

حل سیٹ $= \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}, \frac{3 \pm \sqrt{73}}{2} \right\}$

خود آزمائی

$(x+1)(x+2)(x-5)(x-6) = 144$

حل:

$$(x+1)(x+2)(x-5)(x-6) = 144$$
$$[(x+1)(x-5)][(x+2)(x-6)] = 144$$
$$(x^2 - 5x + x - 5)(x^2 - 6x + 2x - 12) = 144$$
$$(x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x - 12) = 144$$

$x^2 - 4x = y$ فرض کیا

$$(y-5)(y-12) = 144$$
$$y^2 - 12y - 5y + 60 = 144$$
$$y^2 - 17y + 60 - 144 = 0$$
$$y^2 - 17y - 84 = 0$$
$$y^2 - 21y + 4y - 84 = 0$$
$$y(y-21) + 4(y-21) = 0$$
$$(y-21)(y+4) = 0$$
$$y = 21,\ y = -4$$

$x^2 - 4x = y$ درج کرنے سے

$$x^2 - 4x = 21$$
$$x^2 - 4x - 21 = 0$$
$$x^2 - 7x + 3x - 21 = 0$$
$$x(x-7) + 3(x-7) = 0$$
$$(x-7)(x+3) = 0$$
$$x - 7 = 0, \quad x + 3 = 0$$
$$x = 7, \quad x = -3$$
$$x^2 - 4x = -4$$
$$x^2 - 4x + 4 = 0$$
$$(x-2)^2 = 0$$
$$x - 2 = 0$$
$$x = 2$$

حل سیٹ $= \{-3, 2, 7\}$

www.ilmkidunya.com

حل مشق 5.4

-1 درج ذیل مساواتوں کو حل کیجیے۔

(i) $5x^4 - 19x^2 + 12 = 0$

حل:

$5x^4 - 19x^2 + 12 = 0$

فرض کیا

$x^2 = y$

$(x^2)^2 = (y)^2$

$x^4 = y^2$

اس لیے

$5y^2 - 19y + 12 = 0$

$5y^2 - 15y - 4y + 12 = 0$

$5y(y-3) - 4(y-3) = 0$

$(y-3)(5y-4) = 0$

$y - 3 = 0 \quad , \quad 5y - 4 = 0$

$y = 3 \quad , \quad 5y = 4$

$y = \frac{4}{5}$

$x^2 = y$ درج کرنے سے

$x^2 = 3$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{3}$

$x = \pm\sqrt{3}$

$x^2 = \frac{4}{5}$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{4}{5}}$

$x = \pm\frac{2}{\sqrt{5}} = \pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$

حل سیٹ $= \left\{\pm\sqrt{3}, \pm\frac{2\sqrt{5}}{5}\right\}$

(ii) $4x^4 - 27x^2 + 18 = 0$

حل:

$4x^4 - 27x^2 + 18 = 0$

فرض کیا

$x^2 = y$

$(x^2)^2 = y^2$

$x^4 = y^2$

اس لیے

$4y^2 - 27y + 18 = 0$

$4y^2 - 24y - 3y + 18 = 0$

$4y(y-6) - 3(y-6) = 0$

$(y-6)(4y-3) = 0$

$y - 6 = 0 \quad , \quad 4y - 3 = 0$

$y = 6 \quad , \quad 4y = 3$

$y = \frac{3}{4}$

$x^2 = y$ درج کرنے سے

$x^2 = 6$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{6}$

$x = \pm\sqrt{6}$

$x^2 = \frac{3}{4}$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

$x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

حل سیٹ $= \left\{\pm\sqrt{6}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

(iii) $5x^4 - 22x^2 + 8 = 0$

حل:

$5x^4 - 22x^2 + 8 = 0$

فرض کیا

$x^2 = y$

$(x^2)^2 = y^2$

$x^4 = y^2$

اس لیے

$5y^2 - 22y + 8 = 0$

$5y^2 - 20y - 2y + 4 = 0$

$5y(y-4) - 2(y-4) = 0$

$(y-4)(5y-2) = 0$

$y - 4 = 0 \quad , \quad 5y - 2 = 0$

$y = 4 \quad , \quad 5y = 2$

$y = \frac{2}{5}$

$x^2 = y$ درج کرنے سے

$x^2 = 4$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$

$x = \pm 2$

$x^2 = \frac{2}{5}$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{10}{5}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{2}{5}} = \pm\frac{\sqrt{10}}{5}$

www.ilmkidunya.com

حل سیٹ $= \left\{2 \pm \frac{\sqrt{10}}{5}\right\}$

(iv) $4\cdot 2^{2x+1} - 9\cdot 2^x + 1 = 0$

حل:

$4\cdot 2^{2x+1} - 9\cdot 2^x + 1 = 0$

$4\cdot 2^{2x}.2 - 9\cdot 2^x + 1 = 0$

$8\cdot 2^{2x} - 9\cdot 2^x + 1 = 0$

فرض کیا $2^x = y$

$(2^x)^2 = y^2$

$2^{2x} = y^2$

اس لیے

$8y^2 - 9y + 1 = 0$

$8y^2 - 8y - y + 1 = 0$

$8y(y-1) - 1(y-1) = 0$

$(y-1)(8y-1) = 0$

$y-1 = 0 \;,\; 8y-1 = 0$

$y = 1 \;,\; 8y = 1$

$y = \frac{1}{8}$

$2^x = y$ درج کرنے سے

$2^x = 1$

$2^x = 2^0$

$x = 0$

$2^x = \frac{1}{8}$

$2^x = \frac{1}{2^3}$

$2^x = 2^{-3}$

$x = -3$

حل سیٹ $= \{0, -3\}$

(v) $4^{1+x} + 4^{1-x} - 10$

حل:

$4^{1+x} + 4^{1-x} - 10 = 0$

$4^1.4^x + 4^x + 4^1.4^{-x} - 10 = 0$

$4.4^x + \frac{4}{4^x} - 10 = 0$

فرض کیا $4^x = y$

اس لیے

$4y + \frac{4}{y} - 10 = 0$

دونوں اطراف کو y سے ضرب دینے سے

$y(4y) + y\left(\frac{4}{y}\right) - y(10) = y(0)$

$4y^2 + 4 - 10y = 0$

$4y^2 - 10y + 4 = 0$

$4y^2 - 8y - 2y + 4 = 0$

$4y(y-2) - 2(y-2) = 0$

$(y-2)(4y-2) = 0$

$y-2 = 0 \;,\; 4y-2 = 0$

$y = 2 \;,\; 4y = 2$

$y = \frac{2}{4}$

$y = \frac{1}{2}$

$4^x = y$ درج کرنے سے

$4^x = 2$

$(2^2)^x = 2$

$2^{2x} = 2$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

اور

$4^x = 2^{-1}$

$(2^2)^x = 2^{-1}$

$2^{2x} = 2^{-1}$

$2x = -1$

$x = -\frac{1}{2}$

حل سیٹ $= \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$

(vi) $3^x + 3^{3-x} - 12 = 0$

حل:

$3^x + 3^{3-x} - 12 = 0$

$3^x + 3^3.3^{-x} - 12 = 0$

$3^x + \frac{27}{3^x} - 12 = 0$

فرض کیا $3^x = y$

$y + \frac{27}{y} - 12 = 0$

دونوں اطراف کو y سے ضرب دینے سے

$y(y) + y\left(\frac{27}{y}\right) - y(12) = y(0)$

$y^2 + 27 - 12y = 0$

$y^2 - 12y + 27 = 0$

$y^2 - 9y - 3y + 27 = 0$

$y(y-9) - 3(y-9) = 0$

$(y-9)(y-3) = 0$

$y-9 = 0 \;,\; y-3 = 0$

$y = 9 \;,\; y = 3$

www.ilmkidunya.com

درج کرنے سے

$3^x = 9$

$3^x = 3^2$

$x = 2$

اور

$3^x = 3$

$3^x = 3^1$

$x = 1$

حل سیٹ $= \{2, 1\}$

$5^{1+3x} + 5^{2-3x} - 126 = 0$ (vii)

حل:

$5^{1+3x} + 5^{2-3x} - 126 = 0$

$5^1 \cdot 5^{3x} + 5^2 \cdot 5^{-3x} - 126 = 0$

$5(5^{3x}) + \frac{25}{5^{3x}} - 126 = 0$

فرض کیا

$5^{3x} = y$

اس لیے

$5y + \frac{25}{y} - 126 = 0$

دونوں اطراف کو y سے ضرب دینے سے

$y(5y) + y\left(\frac{25}{y}\right) - y(126) = y(0)$

$5y^2 + 25 - 126y = 0$

$5y^2 - 126y + 25 = 0$

$5y^2 - 125y - y + 25 = 0$

$5y(y - 25) - 1(y - 25) = 0$

$(y - 25)(5y - 1) = 0$

$y - 25 = 0, \; 5y - 1 = 0$

$y = 25, \; 5y = 1$

$, \; y = \frac{1}{5}$

$5^{3x} = y$ درج کرنے سے

$5^{3x} = 25$

$5^{3x} = 5^2$

$3x = 2$

$x = \frac{2}{3}$

اور

$5^{3x} = \frac{1}{5}$

$5^{3x} = 5^{-1}$

$3x = -1$

$x = -\frac{1}{3}$

حل سیٹ $= \left\{\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 33 = 0$ (viii)

حل: فرض کیا

$x + \frac{1}{x} = y$

دونوں اطراف کا مربع لینے سے

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$

اس لیے

$y^2 - 2 + 2y - 33 = 0$

$y^2 + 2y - 35 = 0$

$y^2 + 7y - 5y - 35 = 0$

$y(y + 7) - 5(y + 7) = 0$

$(y + 7)(y - 5) = 0$

$y + 7 = 0, \; y - 5 = 0$

$y = -7, \; y = 5$

$x + \frac{1}{x} = y$ درج کرنے سے

$x + \frac{1}{x} = -7$

$x + \frac{1}{x} + 7 = 0$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) + x(7) = x(0)$

$x^2 + 1 + 7x = 0$

$x^2 + 7x + 1 = 0$

$a = 1, b = 7, c = 1$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4}}{2}$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{45}}{2}$

www.ilmkidunya.com

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{3^2 \times 5}}{2}$$

$$x = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

اب $x + \frac{1}{x} = 5$

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) - 5(x) = 0$$

$$x^2 + 1 - 5x = 0$$

$$x^2 - 5x + 1 = 0$$

$a = 1, b = -5, c = 1$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

حل سیٹ $= \left\{\frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}, \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}\right\}$

(ix) $$\mathbf{2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 25\left(x - \frac{1}{x}\right) - 17 = 0}$$

حل: $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 25\left(x - \frac{1}{x}\right) - 17 = 0$

فرض کیا $x - \frac{1}{x} = y$

دونوں اطراف کا مربع لینے سے

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 + 2$$

اس لیے

$$2(y^2 + 2) - 25y - 17 = 0$$

$$2y^2 + 4 - 25y - 17 = 0$$

$$2y^2 - 25y - 13 = 0$$

$$2y^2 - 26y + y - 13 = 0$$

$$2y(y - 13) + 1(y - 13) = 0$$

$$(y - 13)(2y + 1) = 0$$

$$y - 13 = 0$$

$$y = 13$$

$$x - \frac{1}{x} = 13$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) - x\left(\frac{1}{x}\right) = 13(x)$$

$$x^2 - 1 = 13x$$

$$x^2 - 13x - 1 = 0$$

$a = 1, b = -13, c = -1$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 + 4}}{2}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{173}}{2}$$

اور

$$2y + 1 = 0$$

$$2y = -1$$

$$y = -\frac{1}{2}$$

$y = x - \frac{1}{x}$ درج کرنے سے

$$x - \frac{1}{x} = -\frac{1}{2}$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) - x\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{2}(x)$$

www.ilmkidunya.com

$$x^2 - 1 = -\frac{x}{2}$$

$$x^2 + \frac{x}{2} - 1 = 0$$

دونوں اطراف کو 2 سے ضرب دینے سے

$$2(x^2) + 2\left(\frac{x}{2}\right) - 2(1) = 2(0)$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$a = 2, b = 1, c = -2$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{4}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

حل سیٹ $= \left\{\frac{13 \pm \sqrt{173}}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}\right\}$

(x) $2x^4 - 5x^3 - 14x^2 - 5x + 2 = 0$

حل: $2x^4 - 5x^3 - 14x^2 - 5x + 2 = 0$

دونوں طرف x^2 سے تقسیم کرنے سے

$$\frac{2x^4}{x^2} - \frac{5x^3}{x^2} - \frac{14x^2}{x^2} - \frac{5x}{x^2} + \frac{2}{x^2} = \frac{0}{x^2}$$

$$2x^2 - 5x - 14 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$$

$$2x^2 + \frac{2}{x^2} - 5x - \frac{5}{x} - 14 = 0$$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$

فرض کیا $x + \frac{1}{x} = y$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$$

اس لیے

$$2(y^2 - 2) - 5y - 14 = 0$$

$$2y^2 - 4 - 5y - 14 = 0$$

$$2y^2 - 5y - 18 = 0$$

$$2y^2 - 9y + 4y - 18 = 0$$

$$y(2y - 9) + 2(2y - 9) = 0$$

$$(2y - 9)(y + 2) = 0$$

$$2y - 9 = 0, \; y + 2 = 0$$

$$2y = 9, \; y = -2$$

$$y = \frac{9}{2}$$

$x + \frac{1}{x} = y$ درج کرنے سے

$$x + \frac{1}{x} = \frac{9}{2}$$

دونوں اطراف کو 2x سے ضرب دینے سے

$$2x(x) + 2x\left(\frac{1}{x}\right) = 2x\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$2x^2 + 2 = 9x$$

$$2x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$a = 2, b = -9, c = 2$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(2)(2)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 16}}{4}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{65}}{4}$$

اب

$$x + \frac{1}{x} = -2$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) = -2(x)$$

$$x^2 + 1 = -2x$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x)^2 + 2(x)(1) + (1)^2 = 0$$

$$(x + 1)^2 = 0$$

www.ilmkidunya.com

دونوں اطراف کا جذر المربع لینے سے

$$\sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{0}$$

$$x+1 = 0$$

$$x = -1$$

حل سیٹ $= \left\{\dfrac{9 \pm \sqrt{65}}{4}, -1\right\}$

(xi) $(x+1)(x+2)(x-4)(x-5)+8=0$

حل:

$$(x+1)(x+2)(x-4)(x-5)+8 = 0$$

عادوں کو ترتیب دینے سے

$$[(x+1)(x-4)][(x+2)(x-5)]+8 = 0$$

$$(x^2-4x+x-4)(x^2-5x+2x-10)+8 = 0$$

$$(x^2-3x-4)(x^2-3x-10)+8 = 0$$

فرض کیا $x^2-3x = y$

اس لیے

$$(y-4)(y-10)+8 = 0$$

$$y^2-10y-4y+40+8 = 0$$

$$y^2-14y+48 = 0$$

$$y^2-8y-6y+48 = 0$$

$$y(y-8)-6(y-8) = 0$$

$$(y-8)(y-6) = 0$$

$$y-8=0, \quad y-6 = 0$$

$$y = 8, \quad y = 6$$

$x^2-3x = y$ درج کرنے سے

$$x^2-3x = 8$$

$$x^2-3x-8 = 0$$

$$a=1, b=-3, c=-8$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2-4(1)(-8)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+32}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$x^2-3x = 6$$

$$x^2-3x-6 = 0$$

$$a=1, b=-3, c=-6$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2-4(1)(-6)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+24}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

حل سیٹ $= \left\{\dfrac{3 \pm \sqrt{41}}{2}, \dfrac{3 \pm \sqrt{33}}{2}\right\}$

(xii) $(x+3)(x+4)(x+5)(x+6) = -1$

حل:

$$(x+3)(x+4)(x+5)(x+6) = -1$$

عادوں کو ترتیب دینے سے

$$[(x+3)(x+6)][(x+4)(x+5)] = -1$$

$$(x^2+6x+3x+18)(x^2+5x+4x+20) = -1$$

$$(x^2+9x+18)(x^2+9x+20) = -1$$

فرض کیا $x^2+9x = y$

$$(y+18)(y+20) = -1$$

$$y^2+20y+18y+360 = -1$$

$$y^2+38y+360+1 = 0$$

$$y^2+38y+361 = 0$$

$$(y)^2+2(y)(19)+(19)^2 = 0$$

$$(y+19)^2 = 0$$

دونوں اطراف کا جذر المربع لینے سے

$$\sqrt{(y+19)^2} = \sqrt{0}$$

$$y+19 = 0$$

$$y = -19$$

$x^2+9x = y$ درج کرنے سے

$$x^2+9x = -19$$

$$x^2+9x+19 = 0$$

$$a=1, b=9, c=19$$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{(9)^2-4(1)(19)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81-76}}{2}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{5}}{2}$$

حل سیٹ $= \left\{\dfrac{-9 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$

www.ilmkidunya.com

5.4 حقیقی دنیا کے مسائل (Real World Problems)

مثال 14: ایک تاجر کچھ اشیاء 300 روپے میں خریدتا ہے۔ نقل و حمل کے دوران چار اشیاء ٹوٹ جاتی ہیں، لیکن وہ باقی اشیاء کو 1.25 روپے فی شے منافع کے حساب سے فروخت کرتا ہے اور مجموعی طور پر 350 روپے حاصل کرتا ہے۔ اس نے کتنی اشیاء خریدی تھیں؟

حل: فرض کیا اس نے x اشیاء 300 روپے میں خریدیں۔

ہر شے کی قیمت $= \frac{300}{x}$ روپے۔

اس نے 350 روپے میں $(x-4)$ اشیاء بیچیں۔

ہر شے کی قیمت فروخت $= \frac{350}{x-4}$ روپے

اب
$$\frac{350}{x-4} - \frac{300}{x} = 1.25$$
$$\frac{350}{x-4} - \frac{300}{x} = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

دونوں اطراف کو $4x(x-4)$ سے ضرب دینے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$350(4x) - 300(x-4)(4) = 5x(x-4)$$
$$1400x - 1200x + 4800 = 5x^2 - 20x$$
$$5x^2 - 20x + 1200x - 1400x - 4800 = 0$$
$$5x^2 - 220x - 4800 = 0$$
$$x^2 - 44x - 960 = 0 \quad \text{(5 سے تقسیم کرنے سے)}$$
$$x^2 - 60x + 16x - 960 = 0$$
$$x(x-60) + 16(x-60) = 0$$
$$(x-60)(x+16) = 0$$
$$x - 60 = 0, x + 16 = 0$$
$$\therefore \quad x = 60, -16$$

منفی قیمت کو رد کر دیا جاتا ہے۔

خریدی گئی اشیاء کی تعداد = 60

چیلنج!

آمنہ نے 50 کلوگرام پھل خریدے جن میں آم اور انگور شامل تھے۔ اس نے آموں کے لیے جو قیمت فی کلو ادا کی تھی، انگوروں کے لیے اس کی دوگنی قیمت ادا کی۔ اگر اس نے کل 18000 روپے آموں پر اور 6000 روپے انگوروں پر خرچ کیے، تو اس نے ہر پھل کتنے کلوگرام خریدا؟

حل: فرض کیا آم کی قیمت = x روپے فی کلو

تو انگور کی قیمت = 2x روپے فی کلو (دوگنی ہے)

آم کا وزن = $\frac{18000}{x}$ کلو

انگور کا وزن = $\frac{6000}{2x}$ کلو

www.ilmkidunya.com

سوال میں دی گئی شرائط کے مطابق

$$\frac{18000}{x} + \frac{6000}{2x} = 50$$

$$\frac{18000}{x} + \frac{3000}{x} = 50$$

$$\frac{18000+3000}{x} = 50$$

$$\frac{21000}{x} = 50$$

$$\frac{21000}{50} = x$$

$\Rightarrow \quad x = 420$

لہٰذا آم کی قیمت = 420 روپے فی کلو

انگور کی قیمت = 2×420

= 840 روپے فی کلو

آم کا وزن = $\frac{1800\cancel{0}}{42\cancel{0}}$ کلوگرام = 42.86 کلوگرام

انگور کا وزن = $\frac{600\cancel{0}}{84\cancel{0}}$ کلوگرام = 7.14 کلوگرام

مثال 15: ایک ٹرین خاص اوسط رفتار سے 120 کلومیٹر کا فاصلہ طے کر سکتی ہے۔ سروس چیک اَپ کی وجہ سے اس کی رفتار 5 کلومیٹر فی گھنٹہ کم ہو جاتی ہے اور اس کے نتیجے میں سفر مقررہ وقت سے 20 منٹ زیادہ ہو جاتا ہے۔ مقررہ رفتار کیا تھی؟

حل: فرض کریں کہ مقررہ رفتار x کلومیٹر فی گھنٹہ ہے۔

120 کلومیٹر کے لیے مقررہ وقت ہے = $\frac{120}{x}$ گھنٹے

20 منٹ = $\frac{20}{60}$ گھنٹے = $\frac{1}{3}$ گھنٹے

لیکن (x−5) کلومیٹر فی گھنٹہ اصل رفتار ہے اس لیے 120 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لیے اصل وقت $\frac{120}{x-5}$ ہے۔

$$\because \quad \frac{120}{x-5} - \frac{120}{x} = \frac{1}{3}$$

دونوں اطراف (x−5) 3x سے ضرب دینے سے

$$360x - 360(x-5) = x(x-5)$$

$$x^2 - 5x - 1800 = 0$$

$$(x-45)(x+40) = 0$$

$$x - 45 = 0, \; x + 40 = 0$$

$$\because \quad x = 45, \; x = -40$$

منفی قیمت رد کر دی جاتی ہے۔

لہٰذا، مقررہ رفتار 45 کلومیٹر فی گھنٹہ ہے۔

حل مشق 5.5

1۔ ایک ٹرین یکساں رفتار سے 240 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ اگر اس نے اپنی رفتار 4 کلومیٹر فی گھنٹہ کم کر دی ہوتی، تو سفر میں 2 گھنٹے زیادہ لگتے۔ سفر کی شرح معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا ٹرین کی اصل رفتار = x کلومیٹر فی گھنٹہ

اصل رفتار پر صرف ہونے والا وقت $\frac{240}{x}h$

نئی رفتار = (x − 4) کلومیٹر فی گھنٹہ

نئی رفتار میں لیا گیا وقت $\frac{240}{x-4}$ کلومیٹر

دونوں اوقات میں فرق = 2h

دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{240}{x-4}-\frac{240}{x}=2$$

دونوں اطراف کو x(x − 4) سے ضرب دینے سے

$$x(x-4)\left(\frac{240}{x-4}\right)-x(x-4)\left(\frac{240}{x}\right)=2(x)(x-4)$$

$$x(240)-(x-4)(240)=2x(x-4)$$

$$240x-(240x-960)=2x^2-8x$$

$$240x-240x+960=2x^2-8x$$

$$-2x^2+240x-240x+8x+960=0$$

$$-2x^2+8x+960=0$$

$$-2(x^2-4x-480)=0$$

$$x^2-4x-480=0$$

$$x^2-24x+20x-480=0$$

$$x(x-24)+20(x-24)=0$$

$$(x-24)(x+20)=0$$

$$x-24=0,\ x+20=0$$

$$x=24,\ x=-20$$

$$x=24,\ -20$$

منفی کی رقم خارج ہو جائے گی۔

24 کلومیٹر = سفر کرنے کی شرح

2۔ عرشیہ اور ابراہیم مل کر ایک کام 4 گھنٹے میں مکمل کرتے ہیں۔ اگر عرشیہ اکیلی 6 گھنٹے میں یہی کام مکمل کرتی ہے تو ابراہیم یہی کام مکمل کرنے میں کتنا وقت لے گا؟

حل: فرض کیا ابراہیم نے جتنے وقت میں کام مکمل کیا = x گھنٹے

دونوں کے مل کر کام کرنے کی شرح = ایک گھنٹے میں کام کا $\frac{1}{4}$ حصہ

عرشیہ کے کام کی شرح = ایک گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{6}$ حصہ

ابراہیم کے کام کی شرح = ایک گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{x}$ حصہ

دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{3-2}{12}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{12}$$

$$12=x$$

پس، ابراہیم ایک کام کو مکمل کرنے کے لیے 12 گھنٹے لے گا۔

3۔ ایک پائپ 5 گھنٹے میں، جبکہ دوسرا 8 گھنٹے میں پانی بھرتا ہے۔ دوسرا پائپ 2 گھنٹے بعد بند کر دیا جاتا ہے۔ کل وقت معلوم کیجیے۔

حل: پائپ A کے کام کرنے کی شرح = 1 گھنٹا میں کام کا $\frac{1}{5}$ حصہ

پائپ B کے کام کرنے کی شرح = 1 گھنٹا میں کام کا $\frac{1}{8}$ حصہ

پہلے 2 گھنٹوں میں دونوں پائپوں نے جتنا کام کیا۔

$$=2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{8}\right)$$

$$=2\left(\frac{8+5}{40}\right)$$

$$=2\left(\frac{13}{40}\right)=\frac{13}{20}$$

باقی کام $=1-\frac{13}{20}$

$$=\frac{20-13}{20}=\frac{7}{20}$$

بقیہ کام کرنے کے لیے پائپ A نے جتنا وقت لیا۔

$$=\frac{\frac{7}{20}}{\frac{1}{5}}$$

$\frac{7}{20}\times\frac{5}{1}=\frac{7}{4}=$ گھنٹے

www.ilmkidunya.com

$= 1.75$ گھنٹے

$= 1$ گھنٹا $+ (0.75 \times 60)$ منٹ

$= 1$ گھنٹا $+ 45$ منٹ

$= 1$ گھنٹا 45 منٹ

کل وقت $= 2$ گھنٹے $+ 1$ گھنٹا 45 منٹ

$= 3$ گھنٹے 45 منٹ

4۔ حوریہ اکیلی کام کرتے ہوئے ایک پروجیکٹ 12 گھنٹے میں مکمل کر سکتی ہے۔ اگر عبدالہادی اس کی مدد کرے اور وہ دونوں مل کر اسے 5 گھنٹے میں مکمل کریں، تو عبدالہادی کو اکیلے یہ پروجیکٹ مکمل کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

حل: فرض کیا عبدالہادی کو کام مکمل کرنے میں جتنا وقت لگے گا

مشترکہ وقت کی شرح

حوریہ کے کام کرنے کی شرح = 1 گھنٹا میں کام کا $\frac{1}{12}$ حصہ

عبدالہادی کے کام کرنے کی شرح = 1 گھنٹا میں کام کا $\frac{1}{x}$ حصہ

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{x} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{12-5}{60} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{7}{60}$$

$$60 = 7x \Rightarrow \frac{60}{7} = x$$

$x = \frac{60}{7}$ 8.57 گھنٹے

$= 8$ گھنٹے $+ (0.57 \times 60)$ منٹ

$= 8$ گھنٹے $+ 34.2$ منٹ

$= 8$ گھنٹے $+ 34$ منٹ

$= 8$ گھنٹے 34 منٹ

پس، عبدالہادی کو کام مکمل کرنے کے لیے 8 گھنٹے 34 منٹ لگیں گے۔

5۔ دو کاریں مخالف قصبوں سے ایک دوسرے کی طرف سفر کرنا شروع کرتی ہیں ان کے درمیان فاصلہ 240 کلومیٹر ہے۔ ایک کار x کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے اور دوسری کار (x + 10) کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے سفر کرتی ہیں۔ دونوں کاریں 2 گھنٹے بعد ملتی ہیں۔ ہر کار کی رفتار معلوم کیجیے۔

حل: کار A کی رفتار = x کلومیٹر فی گھنٹہ

کار B کی رفتار = (x+10) کلومیٹر فی گھنٹہ

کل فاصلہ = 240 کلومیٹر

کل وقت = 2 گھنٹے

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$[x+(x+10)] \times 2 = 240$$

$$(x+x+10) = \frac{240}{2}$$

$$2x+10 = 120$$

$$2x = 120 - 10$$

$$2x = 110$$

$$x = \frac{110}{2} = 55$$

پہلی کار (A) کی رفتار = (x) = 55 کلومیٹر گھنٹہ

دوسری کار (B) کی رفتار = x + 10 = 55+10 = 65 کلومیٹر فی گھنٹہ

6۔ راشد ایک گھر کو 6 دن میں رنگ کر سکتا ہے، لیکن اگر اسے مددگار مل جائے تو وہ اسے 4 دن میں کر سکتے ہیں۔ مددگار کو اکیلے گھر کو رنگ کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

حل: فرض کیا مددگار کے ذریعے لیا گیا وقت = x دن

مددگار کے کام کی شرح = ایک دن میں مکان کا $\frac{1}{x}$ حصہ

راشد کے کام کی شرح = ایک دن میں مکان کا $\frac{1}{6}$ حصہ

مشترکہ شرح = ایک دن میں مکان کا $\frac{1}{4}$ حصہ

سوال میں دی گئی شرط کا مطابق

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3-2}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow x = 12$$

پس، مددگار کو اکیلے گھر کو رنگ کرنے میں 12 دن لگیں گے۔

www.ilmkidunya.com

حل مشق 5.5

1۔ ایک ٹرین یکساں رفتار سے 240 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ اگر اس نے اپنی رفتار 4 کلومیٹر فی گھنٹہ کم کر دی ہوتی، تو سفر میں 2 گھنٹے زیادہ لگتے۔ سفر کی شرح معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا ٹرین کی اصل رفتار = x کلومیٹر فی گھنٹہ

اصل رفتار پر صرف ہونے والا وقت $\frac{240}{x}h$

نئی رفتار = $(x-4)$ کلومیٹر فی گھنٹہ

نئی رفتار میں لیا گیا وقت $\frac{240}{x-4}$ کلومیٹر

دونوں اوقات میں فرق $2h$

دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{240}{x-4}-\frac{240}{x}=2$$

دونوں اطراف کو $x(x-4)$ سے ضرب دینے سے

$$x(x-4)\left(\frac{240}{x-4}\right)-x(x-4)\left(\frac{240}{x}\right)=2(x)(x-4)$$

$$x(240)-(x-4)(240)=2x(x-4)$$

$$240x-(240x-960)=2x^2-8x$$

$$240x-240x+960=2x^2-8x$$

$$2x^2+240x-240x+8x+960=0$$

$$2x^2+8x+960=0$$

$$-2(x^2-4x-480)=0$$

$$x^2-4x-480=0$$

$$x^2-24x+20x-480=0$$

$$x(x-24)+20(x-24)=0$$

$$(x-24)(x+20)=0$$

$$x-24=0,\ x+20=0$$

$$x=24,\ x=-20$$

$$x=24,\ -20$$

منفی کی رقم خارج ہو جائے گی۔

سفر کرنے کی شرح = 24 کلومیٹر

2۔ عرشیہ اور ابراہیم مل کر ایک کام 4 گھنٹے میں مکمل کرتے ہیں۔ اگر عرشیہ اکیلی 6 گھنٹے میں یہی کام مکمل کرتی ہے تو ابراہیم یہی کام مکمل کرنے میں کتنا وقت لے گا؟

حل: فرض کیا ابراہیم نے جتنے وقت میں کام مکمل کیا = x گھنٹے

دونوں کے مل کر کام کرنے کی شرح = ایک گھنٹے میں کام کا $\frac{1}{4}$ حصہ

عرشیہ کے کام کی شرح = ایک گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{6}$ حصہ

ابراہیم کے کام کی شرح = ایک گھنٹہ میں کام کا $\frac{1}{x}$ حصہ

دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{3-2}{12}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{12}$$

$$12=x$$

پس، ابراہیم ایک کام کو مکمل کرنے کے لیے 12 گھنٹے لے گا۔

3۔ ایک پائپ 5 گھنٹے میں، جبکہ دوسرا 8 گھنٹے میں پانی بھرتا ہے۔ دوسرا پائپ 2 گھنٹے بعد بند کر دیا جاتا ہے۔ کل وقت معلوم کیجیے۔

حل: پائپ A کے کام کرنے کی شرح = 1 گھنٹا میں کام کا $\frac{1}{5}$ حصہ

پائپ B کے کام کرنے کی شرح = 1 گھنٹا میں کام کا $\frac{1}{8}$ حصہ

پہلے 2 گھنٹوں میں دونوں پائپوں نے جتنا کام کیا۔

$$=2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{8}\right)$$

$$=2\left(\frac{8+5}{40}\right)$$

$$=2\left(\frac{13}{40}\right)=\frac{13}{20}$$

باقی کام = $1-\frac{13}{20}$

$$=\frac{20-13}{20}=\frac{7}{20}$$

بقیہ کام کرنے کے لیے پائپ A نے جتنا وقت لیا۔

$$=\frac{\frac{7}{20}}{\frac{1}{5}}$$

گھنٹے = $\frac{7}{20}\times\frac{5}{1}=\frac{7}{4}$

www.ilmkidunya.com

$= 1.75$ گھنٹے

$= 1$ گھنٹا $+ (0.75 \times 60)$ منٹ

$= 1$ گھنٹا $+ 45$ منٹ

$= 1$ گھنٹا 45 منٹ

کل وقت $= 2$ گھنٹے $+ 1$ گھنٹا 45 منٹ

$= 3$ گھنٹے 45 منٹ

4۔ حوریہ اکیلی کام کرتے ہوئے ایک پروجیکٹ 12 گھنٹے میں مکمل کر سکتی ہے۔ اگر عبدالہادی اس کی مدد کرے اور وہ دونوں مل کر اسے 5 گھنٹے میں مکمل کریں، تو عبدالہادی کو اکیلے یہ پروجیکٹ مکمل کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

حل: فرض کیا عبدالہادی کو کام مکمل کرنے میں جتنا وقت لگے گا

مشترکہ وقت کی شرح

حوریہ کے کام کرنے کی شرح = $\frac{1}{12}$ حصہ کام کا 1 گھنٹا میں

عبدالہادی کے کام کرنے کی شرح = $\frac{1}{x}$ حصہ کام کا 1 گھنٹا میں

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{x} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{12-5}{60} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{7}{60}$$

$$60 = 7x \Rightarrow \frac{60}{7} = x$$

$x = \frac{60}{7} = 8.57$ گھنٹے

$= 8$ گھنٹے $+ (0.57 \times 60)$ منٹ

$= 8$ گھنٹے $+ 34.2$ منٹ

$= 8$ گھنٹے $+ 34$ منٹ

$= 8$ گھنٹے 34 منٹ

پس، عبدالہادی کو کام مکمل کرنے کے لیے 8 گھنٹے 34 منٹ لگیں گے۔

5۔ دو کاریں مخالف قصبوں سے ایک دوسرے کی طرف سفر کرنا شروع کرتی ہیں ان کے درمیان فاصلہ 240 کلومیٹر ہے۔ ایک کار x کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے اور دوسری کار (x + 10) کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے سفر کرتی ہیں۔ دونوں کاریں 2 گھنٹے بعد ملتی ہیں۔ ہر کار کی رفتار معلوم کیجیے۔

حل: کار A کی رفتار = x کلومیٹر فی گھنٹہ

کار B کی رفتار = (x+10) کلومیٹر فی گھنٹہ

کل فاصلہ = 240 کلومیٹر

کل وقت = 2 گھنٹے

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$[x+(x+10)] \times 2 = 240$$

$$(x+x+10) = \frac{240}{2}$$

$$2x+10 = 120$$

$$2x = 120 - 10$$

$$2x = 110$$

$$x = \frac{110}{2} = 55$$

پہلی کار (A) کی رفتار (x) = 55 کلومیٹر گھنٹہ

دوسری کار (B) کی رفتار = x + 10 = 55+10 = 65 کلومیٹر فی گھنٹہ

6۔ راشد ایک گھر کو 6 دن میں رنگ کر سکتا ہے، لیکن اگر اسے مددگار مل جائے تو وہ اسے 4 دن میں کر سکتے ہیں۔ مددگار کو اکیلے گھر کو رنگ کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

حل: فرض کیا مددگار کے ذریعے لیا گیا وقت = x دن

مددگار کے کام کی شرح = $\frac{1}{x}$ حصہ مکان کا ایک دن میں

راشد کے کام کی شرح = $\frac{1}{6}$ حصہ مکان کا ایک دن میں

مشترکہ شرح = $\frac{1}{4}$ حصہ مکان کا ایک دن میں

سوال میں دی گئی شرط کا مطابق

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3-2}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow x = 12$$

پس، مددگار کو اکیلے گھر کو رنگ کرنے میں 12 دن لگیں گے۔

www.ilmkidunya.com

7- اِشمل 10 کلومیٹر کا سفر $\frac{2x}{x+4}$ گھنٹوں میں کرتی ہے۔ اگر اس کی اوسط رفتار 8 کلومیٹر فی گھنٹہ ہو تو x کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: کلومیٹر فی گھنٹہ 8 = رفتار

کلومیٹر 10 = وقت

$\frac{2x}{x+4}$ گھنٹے = وقت

$\frac{\text{فاصلہ}}{\text{وقت}}$ = اوسط رفتار

$$8 = \frac{10}{\frac{2x}{x+4}}$$

$$8 = 10 \times \frac{x+4}{2x}$$

$$8(2x) = 10(x+4)$$

$$16x = 10x + 40$$

$$16x - 10x = 40$$

$$6x = 40$$

$$x = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} = 6.67$$

$$x = 6.67$$

8- فہد ایک مخصوص رفتار سے 600 میٹر دوڑتا ہے اور پھر اپنی رفتار دوگنی کر کے مزید 600 میٹر دوڑتا ہے۔ اگر اسے 1200 میٹر کا فاصلہ طے کرنے میں $2\frac{1}{2}$ گھنٹے لگیں تو وہ رفتار معلوم کیجیے جس سے اُس نے دوڑنا شروع کیا تھا (میٹر فی سیکنڈ میں)۔

حل: میٹر فی سیکنڈ x = فرض کیا فہد کی دوڑنے کی ابتدائی رفتار

سیکنڈ $\frac{600}{x}$ = پہلے 600 میٹر کا وقت

2x = اگلے 600 میٹر میں رفتار دوگنی

تو سیکنڈ $\frac{600}{2x}$ = وقت

گھنٹے $2\frac{1}{2}$ = کل وقت

$= \frac{5}{2}$ گھنٹے $=$ 2.5 گھنٹے

$= 2.5 \times 3600 = 9000$ سیکنڈ

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{600}{x} + \frac{600}{2x} = 9000$$

$$\frac{600}{x} + \frac{300}{x} = 9000$$

$$\frac{600+300}{x} = 9000$$

$$\frac{900}{x} = 9000$$

$$\frac{900}{9000} = x$$

میٹر فی سیکنڈ $0.1 = x \Rightarrow x = 0.1$ میٹر فی سیکنڈ

پس فہد نے 0.1 میٹر فی سیکنڈ کی رفتار سے دوڑنا شروع کیا۔

9- ایک سائیکل سوار ایک مخصوص رفتار سے 30 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتا ہے۔ اگر اس کی رفتار 5 کلومیٹر فی گھنٹہ تیز ہوتی، تو سفر میں 1 گھنٹہ کم لگتا۔ رفتار معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا x کلومیٹر/گھنٹہ = ابتدائی رفتار

$\frac{30}{x}$ گھنٹے = اصل رفتار پر وقت

x + 5 = رفتار 5 کلومیٹر فی گھنٹہ زیادہ ہو تو نئی رفتار

$\frac{30}{x+5}$ گھنٹے = نئی رفتار پر وقت

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$\frac{30}{x} - \frac{30}{x+5} = 1$$

$$x(x+5)\left(\frac{30}{x}\right) - x(x+5)\left(\frac{30}{x+5}\right) = x(x+5)(1)$$

$$(x+5)(30) - x(30) = x^2 + 5x$$

$$\cancel{30x} + 150 - \cancel{30x} = x^2 + 5x$$

$$-x^2 - 5x + 150 = 0$$

$$x^2 + 5x - 150 = 0$$
$$x^2 + 15x - 10 - 150 = 0$$
$$x(x+15) - 10(x+15) = 0$$
$$(x+15)(x-10) = 0$$

$x + 15 = 0$ | $x - 10 = 0$

$x = -15$ | $x = 10$

منفی شامل نہیں کیا جائے گا۔

لہٰذا رفتار ہے = 10 km/h

حل اعادہ مشق 5

1۔ درج ذیل سوالات کے دیے گئے چار ممکنہ جوابات میں سے درست جواب کا انتخاب کیجیے۔

(i) جملہ $\frac{2x-1}{x^2+4}$ ______ ہے:

(a) کثیر رقمی (b) الجبری کسر (c) عددی کسر (d) مساوات

(ii) $\frac{18a^2bc^2}{12ac}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $\frac{9abc}{6}$ (b) $\frac{3abc}{2}$ (c) $\frac{18b}{12}$ (d) $\frac{3}{2}$

(iii) $\frac{15xyz}{10}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $\frac{3xyz}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) xyz (d) $\frac{xyz}{2}$

(iv) $\frac{3x+1}{5} + \frac{2x+3}{5}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $\frac{5x+4}{10}$ (b) $\frac{5x+4}{5}$ (c) $\frac{5x+4}{25}$ (d) $5x+4$

(v) $\left(\frac{x^2-y^2}{x+y}\right)(x-y)$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $(x+y)^2$ (b) x^2+y^2 (c) $x-y$ (d) $(x-y)^2$

(vi) $(x^3-y^3) \div (x-y)$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) x^2-xy+y^2 (b) x^2+xy+y^2 (c) x^2-y^2 (d) x^2+y^2

(vii) مساوات $\frac{5}{x} + \frac{1-x}{3} = \frac{1}{6x}$ کی قسم ہے:

(a) جذری مساوات (b) معکوس مساوات (c) کسری مساوات (d) قوت نمائی مساوات

(viii) مساوات $5^x + 64 \cdot 5^{-x} - 20 = 0$ کی قسم ہے:

(a) جذری مساوات (b) قوت نمائی مساوات (c) معکوس مساوات (d) کسری مساوات

(ix) $y^2 - 24y + 128 = 0$ کے روٹس ہیں:

(a) $8, -16$ (b) $8, 16$ (c) $-8, 16$ (d) $-8, -16$

(x) $3x^2+10x+3=0$ کے اجزائے ضربی ہیں:

(a) $(x+3), (3x+1)$ (b) $(x+3), (3x-1)$ (c) $(x-3), (3x+1)$ (d) $(x-3), (3x-1)$

جوابات

(i) الجبری کسر (ii) $\frac{3abc}{2}$ (iii) $\frac{3xyz}{2}$ (iv) $\frac{5x+4}{5}$ (v) $(x-y)^2$

(vi) x^2+xy+y^2 (vii) کسری مساوات (viii) قوت نمائی مساوات (ix) 8, 16 (x) $(x+3),(3x+1)$

2۔ مختصر ترین شکل میں لکھیے:

(i) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9}$

حل:

$$\frac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9}$$
$$=\frac{x^2-4x-3x+12}{x^2-3x-3x+9}$$
$$=\frac{x(x-4)-3(x-4)}{x(x-3)-3(x-3)}$$
$$=\frac{(x-4)(x-3)}{(x-3)(x-3)}$$
$$=\frac{x-4}{x-3}$$

(ii) $\frac{x^2+3x-18}{7x-21}$

حل:

$$\frac{x^2+3x-18}{7x-21}$$
$$=\frac{x^2+6x-3x-18}{7(x-3)}$$
$$=\frac{x(x+6)-3(x+6)}{7(x-3)}$$
$$=\frac{(x+6)(x-3)}{7(x-3)}$$
$$=\frac{x+6}{7}$$

3۔ مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{5}{x^2+x-6}-\frac{1}{2x^2-7x+6}$

حل:

$$\frac{5}{x^2+x-6}-\frac{1}{2x^2-7x+6}$$
$$=\frac{5}{x^2+3x-2x-6}-\frac{1}{2x^2-4x-3x+6}$$
$$=\frac{5}{x(x+3)-2(x+3)}-\frac{1}{2x(x-2)-3(x-2)}$$
$$=\frac{5}{(x+3)(x-2)}-\frac{1}{(x-2)(2x-3)}$$
$$=\frac{5(2x-3)-(x+3)}{(x-2)(x+3)(2x-3)}$$
$$=\frac{10x-15-x-3}{(x-2)(x+3)(2x-3)}$$
$$=\frac{9x-18}{(x-2)(x+3)(2x-3)}$$

$$= \frac{9(x-2)}{(x-2)(x+3)(2x-3)} = \frac{9}{(x+3)(2x-3)}$$

(ii) $\frac{x^3-27}{x^2-9} \div \frac{x^2+3x+9}{x^2+6x+9}$

حل:

$$\frac{x^3-27}{x^2-9} \div \frac{x^2+3x+9}{x^2+6x+9}$$

$$= \frac{(x)^3-(3)^3}{(x)^2-(3)^2} \div \frac{x^2+3x+9}{x^2+3x+3x+9}$$

$$= \frac{(x-3)\left[(x)^2+(x)(3)+(3)^2\right]}{(x-3)(x+3)} \div \frac{x^2+3x+9}{x(x+3)+3(x+3)}$$

$$= \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{(x-3)(x+3)} \div \frac{x^2+3x+9}{(x+3)(x+3)}$$

$$= \frac{x^2+3x+9}{(x+3)} \times \frac{(x+3)(x+3)}{x^2+3x+9} = \frac{(x+3)(x+3)(x^2+3x+9)}{(x+3)(x^2+3x+9)}$$

$$= x+3$$

(iii) $\frac{a^2-(b-c)^2}{(a+b)^2-c^2} \times \frac{a^2-(b+c)^2}{(a-b)^2-c^2}$

حل:

$$\frac{a^2-(b-c)^2}{(a+b)^2-c^2} \times \frac{a^2-(b+c)^2}{(a-b)^2-c^2}$$

$$= \frac{(a-(b-c))(a+(b-c))}{((a+b)-c)((a+b)+c)} \times \frac{(a+(b+c))(a-(b+c))}{((a-b)-c)((a-b)+c)}$$

$$= \frac{(a-b+c)(a+b-c)}{(a+b-c)(a+b+c)} \times \frac{(a+b+c)(a-b-c)}{(a-b-c)(a-b+c)} = 1$$

-4 درج ذیل مساواتوں کو حل کیجیے:

(i) $x^4-16x^2+63=0$

حل: $x^4-16x^2+63=0$

فرض کیا $x^2=y$

$(x^2)^2 = y^2$

$x^4 = y^2$

اس لیے

$y^2-16y+63=0$

$y^2-9y-7y+63=0$

$y(y-9)-7(y-9)=0$

$(y-9)(y-7)=0$

$y-9=0 \quad , \quad y-7=0$

$y=9 \quad , \quad y=7$

$x^2=y$ درج کرنے سے

$x^2=9$

$\sqrt{x^2}=\sqrt{9}$

$x=\pm 3$

$x^2=7$

$\sqrt{x^2}=\sqrt{7}$

$x=\pm\sqrt{7}$

www.ilmkidunya.com

حل سیٹ = $\{\pm 3, \pm\sqrt{7}\}$

(ii) $\mathbf{4x^4 - 16x^2 + 15 = 0}$

حل:

$4x^4 - 16x^2 + 15 = 0$

فرض کیا $x^2 = y$

$(x^2)^2 = y^2$

$x^4 = y^2$

اس لیے

$4y^2 - 16y + 15 = 0$

$4y^2 - 10y - 6y + 15 = 0$

$2y(2y - 5) - 3(2y - 5) = 0$

$(2y - 5)(2y - 3) = 0$

$2y - 5 = 0 \quad , \quad 2y - 3 = 0$

$2y = 5 \quad , \quad 2y = 3$

$y = \frac{5}{2} \quad , \quad y = \frac{3}{2}$

$x^2 = y$ درج کرنے سے

$x^2 = \frac{5}{2}$

دونوں اطراف کا جذر المربع لینے سے

$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{5}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$

$= \pm\sqrt{\frac{5}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}$

$= \pm\sqrt{\frac{5\times 2}{2\times 2}}$

$= \pm\sqrt{\frac{10}{4}}$

$= \pm\sqrt{\frac{10}{2}}$

دونوں اطراف کا جذر المربع لینے سے

$x^2 = \frac{3}{2}$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$

$\sqrt{2}$ سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{2}{2}}$

$= \pm\sqrt{\frac{3\times 2}{2\times 2}}$

$= \pm\sqrt{\frac{6}{4}} = \pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

حل سیٹ = $\{\pm\frac{\sqrt{10}}{2}, \pm\frac{\sqrt{6}}{2}\}$

(iii) $\mathbf{3^{2x} - 12\cdot 3^x + 27 = 0}$

حل:

$3^{2x} - 12\cdot 3^x + 27 = 0$

فرض کیا $3^x = y$

$(3^x)^2 = y^2$

$3^{2x} = y^2$

اس لیے

$y^2 - 12y + 27 = 0$

$y^2 - 9y - 3y + 27 = 0$

$y(y - 9) - 3(y - 9) = 0$

$(y - 9)(y - 3) = 0$

$y - 9 = 0 \quad , \quad y - 3 = 0$

$y = 9 \quad , \quad y = 3$

$3^x = y$ درج کرنے سے

$3^x = 9$

$3^x = 3^2$

$x = 2$

$3^x = 3$

$3^x = 3^1$

$x = 1$

حل سیٹ = $\{1,2\}$

(iv) $\mathbf{\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0}$

حل:

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0$

فرض کیا $x + \frac{1}{x} = y$

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$

اس لیے

$y^2 - 2 - 3y - 2 = 0$

www.ilmkidunya.com

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(+1^2) - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

حل سیٹ $= \{2 \pm \sqrt{3}, \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}\}$

(v) $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 4$

حل: $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 4$

$x + \frac{1}{x} = y$ فرض کیا

دونوں اطراف کا مربع لینے سے

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$$

اس لیے

$$y^2 - 2 + y = 4$$
$$y^2 + y - 2 - 4 = 0$$
$$y^2 + y - 6 = 0$$
$$y^2 + 3y - 2y - 6 = 0$$
$$y(y+3) - 2(y+3) = 0$$
$$(y+3)(y-2) = 0$$
$$y + 3 = 0 \quad , \quad y - 2 = 0$$
$$y = -3 \quad , \quad y = 2$$

$x + \frac{1}{x} = y$ درج کرنے سے

$x + \frac{1}{x} = -3$ دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) = -3(x)$$

$$x^2 + 1 = -3x$$

$$y^2 - 3y - 4 = 0$$
$$y^2 - 4y + y - 4 = 0$$
$$y(y-4) + 1(y-4) = 0$$
$$(y-4)(y+1) = 0$$
$$y - 4 = 0 \quad , \quad y + 1 = 0$$
$$y = 4 \quad , \quad y = -1$$

$x + \frac{1}{x} = y$ درج کرنے سے

$$x + \frac{1}{x} = 4$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) = x(4)$$

$$x^2 + 1 = 4x$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$a = 1, b = -4, c = 1$ دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - (4)(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{2(2 \pm \sqrt{3})}{2}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{3}$$

اب $x + \frac{1}{x} = -1$

دونوں اطراف x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) = x(-1)$$

$$x^2 + 1 = -x$$
$$x^2 + x + 1 = 0$$

$a = 1, b = 1, c = 1$ دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$y = 70 \quad , \quad y = 8$

$x^2 + 2x = y$ درج کرنے سے

$x^2 + 2x = 70$

$x^2 + 2x - 70 = 0$

$a = 1, b = 2, c = -70$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-70)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 280}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{284}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 \times 71}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{71}}{2}$$

$$x = \frac{2(-1 \pm \sqrt{71})}{2}$$

$x = -1 \pm \sqrt{71}$

اب

$x^2 + 2x = 8$

$x^2 + 2x - 8 = 0$

$x^2 + 4x - 2x - 8 = 0$

$x(x + 4) - 2(x + 4) = 0$

$(x + 4)(x - 2) = 0$

$x + 4 = 0, x - 2 = 0$

$x = -4, x = 2$

حل سیٹ $= \{2, -4, -1 \pm \sqrt{71}\}$

(vii) $(x - 1)(x - 2)(x + 5)(x - 8) = -360$

حل: $(x-1)(x-2)(x+5)(x - 8) = -360$

$[(x - 1)(x - 2)][(x + 5)(x - 8)] = -360$

$(x^2 - 2x - x + 2)(x^2 - 8x + 5x - 40) = -360$

$(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3x - 40) = -360$

فرض کیا

$x^2 - 3x = y$

$(y + 2)(y - 40) = -360$

$y^2 - 40y + 2y - 80 = -360$

$y^2 - 38y - 80 + 360 = 0$

$y^2 - 38y + 280 = 0$

$y^2 - 28y - 10y + 280 = 0$

$y(y - 28) - 10(y - 28) = 0$

$x^2 + 3x + 1 = 0$

$a = 1, b = 3, c = 1$

دو درجی کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - (4)(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

اب

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$x(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) = 2(x)$$

$x^2 + 1 = 2x$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x - 1)^2 = 0$

دونوں اطراف کا جذر المربع لینے سے

$\sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{0}$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

حل سیٹ $= \{1, \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}\}$

(vi) $(x + 9)(x - 3)(x - 7)(x + 5) = 385$

حل: ترتیب دینے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$[(x + 9)(x - 7)][(x + 5)(x - 3)] = 385$

$(x^2 - 7x + 9x - 63)(x^2 - 3x + 5x - 15) = 385$

$(x^2 + 2x - 63)(x^2 + 2x - 15) = 385$

فرض کیا

$x^2 + 2x = y$

$(y - 63)(y - 15) = 385$

$y^2 - 15y - 63y + 945 = 385$

$y^2 - 78y + 945 - 385 = 0$

$y^2 - 78y + 560 = 0$

$y^2 - 70y - 8y + 560 = 0$

$y(y - 70) - 8(y - 70) = 0$

$(y - 70)(y - 8) = 0$

$y - 70 = 0 \quad , \quad y - 8 = 0$

www.ilmkidunya.com

$x - 7 = 0 \quad , \quad x + 4 = 0$
$x = 7 \quad\quad x = -4$
$x^2 - 3x = 10$
$x^2 - 3x - 10 = 0$
$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$
$x(x - 5) + 2(x - 5) = 0$
$(x - 5)(x + 2) = 0$
$x - 5 = 0 \quad , \quad x + 2 = 0$
$x = 5 \quad , \quad x = -2$
حل سیٹ $= \{-4, -2, 5, 7\}$

$(y - 28)(y - 10) = 0$
$y - 28 = 0 \quad , \quad y - 10 = 0$
$y = 28 \quad , \quad y = 10$
$x^2 - 3x = y$ درج کرنے سے
$x^2 - 3x = 28$
$x^2 - 3x - 28 = 0$
$x^2 - 7x + 4x - 28 = 0$
$x(x - 7) + 4(x - 7) = 0$
$(x - 7)(x + 4) = 0$

5- احمد 50 گلاسوں کو پینٹ کرنے میں 2 گھنٹے لگاتا ہے فائزہ 45 گلاسوں کو پینٹ کرنے میں 2 گھنٹے لگاتی ہے۔ اکٹھے کام کرتے ہوئے، انہیں 150 گلاسوں کو پینٹ کرنے میں کتنا وقت لگنا چاہیے؟

حل:
احمد ایک گھنٹے میں جتنے گلاس پینٹ کرتا ہے $= \dfrac{50}{2} = 25$ گلاس فی

فائزہ ایک گھنٹے میں جتنے گلاس پینٹ کرتی ہے $= \dfrac{45 \text{ گلاس}}{2 \text{ گھنٹے}} = 22.5$ گلاس فی

ایک ساتھ کام کرنے کا میں جتنے وقت لگے گا $= 22.5 + 25 = 47.5$ گلاس

150 گلاسوں کو پینٹ کرنے میں جتنے وقت لگے گا $= \dfrac{150}{47.5} = 3.16$ گھنٹے $= (0.16 \times 60)$ منٹ
$= 3$ گھنٹے $+ 9.6$ منٹ
$= 3$ گھنٹے $+ 10$ منٹ
$= 3$ گھنٹے 10 منٹ

6- ایک نل ایک ٹینک کو 6 گھنٹے میں بھر سکتا ہے۔ ایک دوسرا نل اسے 9 گھنٹے میں بھر کر سکتا ہے۔ اگر دونوں نل ایک ساتھ کھول دیے جائیں تو خالی ٹینک کو بھرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

پہلا نل 6 گھنٹے میں جتنا ٹینک بھرتا ہے = 1 ٹینک
$= \dfrac{1}{6}$ ٹینک

دوسرا نل 9 گھنٹے میں جتنا ٹینک بھرتا ہے = 1 ٹینک
دوسرا نل ایک گھنٹے میں جتنا ٹینک بھرتا ہے۔ $= \dfrac{1}{9}$ ٹینک

دونوں نلوں کی مشترکہ رفتار $= \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{9}$
$= \dfrac{3+2}{18} = \dfrac{5}{18}$

اگر $\dfrac{5}{18}$ ٹینک 1 گھنٹے میں بھرے تو 1 ٹینک بھرنے کا وقت = ایک پورا ٹینک بھرنے کا وقت $= \dfrac{1}{\frac{5}{18}} = \dfrac{18}{5} = 3.6$ گھنٹے
$= 3$ گھنٹے $+ (0.6 \times 60)$ منٹ
$= 3$ گھنٹے $+ 36$ منٹ
پس 3 گھنٹے 36 منٹ میں ٹینک بھر جائے گا۔

7- ماہم نے کھلونوں کی ایک خاص تعداد 300 روپے میں خریدی۔ اگر ہر کھلونا 5 روپے سستا ہوتا، تو وہ اس سے دو مزید کھلونے خرید سکتی تھی۔ اُس نے کتنے کھلونے خریدے؟

حل:

کل رقم = 300 روپے

فرض کیا ماہم کے خریدے گئے کھلونوں کی تعداد = x

ہر کھلونے کی اصل قیمت = $\frac{300}{x}$

اگر ہر کھلونا 5 روپے سستا ہوتا تو 2 کھلونے زیادہ ملتے

سستا ہونے کے بعد کی قیمت = $\frac{300}{x} - 5$

اب اسی پیسے (300 روپے) میں کھلونے ملتے ہیں = $x + 2$

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

اب اس لیے $300 = (x + 2)\left(\frac{300}{x} - 5\right)$

$$300 = (x+2)\left(\frac{300-5x}{x}\right)$$

مساوات کے دونوں اطراف کو x سے ضرب دینے سے

$$300 \times x = x \times (x+2)\left(\frac{300-5x}{x}\right)$$

$$(x + 2)(300 - 5x) = 300x$$

$$300x - 5x^2 + 600 - 10x = 300x$$

$$300x - 5x^2 10x + 600 + 36 - 300x - 0$$

$$-5x^2 - 10x + 600 = 0$$

$$-5(x^2 + 2x + 120) = 0$$

$$x^2 + 2x + 120 = 0$$

$$x^2 + 12x - 10x - 120 = 0$$

$$x(x+12) - 10(x + 12) = 0$$

$$(x + 12)(x - 10) = 0$$

$x + 12 = 0$ یا $x - 10 = 0$

$x = -12$ یا $x = 10$

$x = 10$

منفی قدر کو منفی نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

پس ماہم نے 10 کھلونے خریدے۔

معروضی طرز سوالات

اضافی کثیر الانتخابی سوالات

محکمہ تعلیم کی نئی امتحانی تکنیکس (Knowledge, Understanding, Application, Analytical & Conceptual) کی روشنی میں مرتب کیے گئے کثیر الانتخابی سوالات

5.1 الجبری کسر

درست جواب کا انتخاب کریں۔

1- ان میں سے کون سی الجبری کسر ہے؟

(a) $ax + b = 0$ (b) $\frac{3x}{n - x}$ (c) $\frac{3y}{x}$ (d) $ax^2 - bx + c = 0$

www.ilmkidunya.com

-2 $\frac{27x^2y}{2x+4y}$ کس قسم کا الجبری جملہ ہے؟

(a) الجبری کسر (b) کثیر رقمی (c) مساوات (d) غیر مساوات

-3 $\frac{x+5}{x+2}$ ہے ایک:

(a) کثیر رقمی (b) مساوات (c) مقادیر اصم (d) ناطق جملہ

-4 کون سا ناطق جملہ نہیں ہے؟

(a) $\frac{3x^{-2}}{y}$ (b) $\frac{2x}{3y}$ (c) $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ (d) $\frac{5ab}{10}$

5.1.2 ناطق جملوں کی آسان شکل

-5 درج ذیل میں سے الجبری کسر کی مثال کون سی ہے؟

(a) $\frac{5}{y}$ (b) $\frac{3x+y}{5x}$ (c) $\frac{a+b}{a-b}$ (d) یہ سب

-6 $\frac{3a^2b}{24b}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $\frac{8a^2b}{a}$ (b) $\frac{a^2}{8}$ (c) $\frac{15}{16}$ (d) $\frac{249}{8b}$

-7 $\frac{m^2-n^2}{m+n}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) m^3-n^3 (b) $(m+n)(m-n)$ (c) $m-n$ (d) $\frac{(m-n)(m-n)}{m+n}$

-8 $\frac{6x^2y+8xy}{2xy}$ کی مختصر ترین شکل کیا ہوگی؟

(a) $3x+4$ (b) $\frac{3xy+4xy}{2}$ (c) $\frac{2xy}{2xy}$ (d) $6x+8y$

-9 $\frac{c^3-d^3}{c-d}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $c-d$ (b) $(c-d)^2$ (c) $\frac{(c+d)(c-d)}{c-a}$ (d) c^2+cd+d^2

-10 $\frac{xy}{x^3y-xy^3}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $\frac{1}{x^2-y^2}$ (b) $\frac{x^3y}{xy}$ (c) $\frac{x}{x^2-y^3}$ (d) $\frac{(x-y)^2}{x+y}$

-11 $\frac{5x+10}{x+2}$ کی مختصر ترین شکل کا ہے:

(a) 5 (b) $x+5$ (c) 10 (d) $5x$

-12 $\frac{x^2-16}{x^2+8x+16}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $\frac{1}{8x}$ (b) -1 (c) $\frac{x-4}{x+4}$ (d) $\frac{x+4}{x-4}$

www.ilmkidunya.com

13- $\frac{a+11}{a^2-121}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $(a+1)(a-1)$ (b) $\frac{1}{a+11}$ (c) $\frac{1}{a-11}$ (d) $\frac{a+1}{a-11}$

14- $\frac{x^2+7x+10}{x^2-4}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $\frac{x+5}{x+2}$ (b) $\frac{x+5}{x-2}$ (c) $\frac{7x+10}{x+2}$ (d) $\frac{a+1}{a-11}$

15- $\frac{4a}{a^3-a}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $\frac{4a}{a^2+1}$ (b) $\frac{4}{a^2-1}$ (c) $\frac{4a}{a+1}$ (d) $\frac{1}{(a+1)(a-1)}$

5.2 ناطق جملوں کی مہارت

16- $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=$ ____

(a) $\frac{ac}{bc}$ (b) $\frac{a+c}{b+d}$ (c) $\frac{ad+bc}{bd}$ (d) $\frac{ac}{b-d}$

17- $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}$ کا L.C.M ہوگا

(a) $x(x+2)$ (b) x^2+2 (c) $x(x-2)$ (d) x^2-2

18- $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=$ ____

(a) $\frac{a+b}{ab}$ (b) $\frac{b-a}{ab}$ (c) $\frac{1}{ab}$ (d) $\frac{a}{b}\times\frac{b}{c}$

19- $\frac{2}{c}+\frac{3}{f}=$ ____

(a) $\frac{5}{c+f}$ (b) $\frac{2c-3f}{cf}$ (c) $\frac{2f+3c}{cf}$ (d) $\frac{6}{c+f}$

20- $\frac{4}{x-3}-\frac{2}{x+1}=$ ____

(a) $\frac{2x+10}{(x-3)(x+1)}$ (b) $\frac{2x-2}{(x-3)(x+1)}$ (c) $\frac{2}{(x-3)(x+1)}$ (d) $\frac{2x+2}{x^2-2x+3}$

21- x کی کون سی قیمت $\frac{x-5}{x^2-5}$ کو غیر تعریف شدہ بناتی ہے

(a) صرف 5 (b) صرف 5− (c) 5 اور 5− (d) 0

www.ilmkidunya.com

www.ilmkidunya.com

22- $\dfrac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{y}} = $ ______

(a) $\dfrac{y}{x}$ (b) $\dfrac{1}{xy}$ (c) $\dfrac{x}{y}$ (d) $\dfrac{xy}{1}$

23- $\dfrac{24x^2y}{5c} \times \dfrac{10c}{48y}$

(a) x^2 (b) $240xy$ (c) y^2 (d) $\dfrac{34}{5xy}$

24- $\dfrac{3x}{4y} \div \dfrac{3x}{8y}$ کی مختصر ترین شکل ہوگی۔

(a) $\dfrac{9x^2}{3xy^2}$ (b) $\dfrac{3x^2}{8y}$ (c) $\dfrac{x}{y}$ (d) 2

25- $(a^3 + b^3) \div (a + b)$ کی مختصر شدہ شکل کیا ہوگی؟

(a) $a^2 - b^2$ (b) $a^2 - ab + b^2$ (c) $a^2 + ab + b^2$ (d) $a^2 - ab - b^2$

26- $a^2 - y^2 \times \dfrac{4x}{a - y}$ کی مختصر ترین شکل ہوگی:

(a) $4x(a + y)$ (b) $4x(a - b)$ (c) $\dfrac{a + y}{a - y}$ (d) $\dfrac{4}{a - y}$

27- $a^4 - b^4 \times \dfrac{1}{a + b} = $ ______

(a) $\dfrac{a^2 + b^2}{ab}$ (b) $\dfrac{a^3 - b^3}{ab}$ (c) $\dfrac{a^2 - b^2}{ab}$ (d) $(a^2 + b^2)(a - b)$

28- $\dfrac{5x + 1}{y} - \dfrac{4}{y}$ کی مختصر ترین شکل کیا ہوگی؟

(a) $\dfrac{5x - 3}{y}$ (b) $\dfrac{ax + 1}{y}$ (c) 0 (d) $\dfrac{20x + 4}{y^2}$

29- $\dfrac{3x^2 - 3xy}{Z} \div \dfrac{3x}{m}$ کی مختصر ترین شکل ہوگی:

(a) $\dfrac{3x - 4y}{Zm}$ (b) $\dfrac{12x^2y}{mZ}$ (c) $\dfrac{m(x - 8)}{Z}$ (d) $\dfrac{9xy - x}{m}$

30- $\dfrac{1}{15a^2c^2} \times \dfrac{3ac}{4\ell}$ کی مختصر ترین شکل ہے:

(a) $20\,acl$ (b) $\dfrac{1}{20\,acl}$ (c) $\dfrac{3ac}{90\,acl}$ (d) $\dfrac{15a^2c^2}{12ac}$

5.3 مساواتوں کا حل جن کو دو درجی مساوات میں تبدیل کیا جا سکتا ہو

-31 $3x^4 - 11x^2 + 5 = 0$ کی تبدیل شدہ دو درجی مساوات ہے۔

(a) $\frac{3x^2}{x} - \frac{11}{x} - 5 = 0$ (b) $3y^2 + 11y - 5 = 0$ (c) $3y^2 + 11y = 5$ (d) $3y^2 - 11y + 5 = 0$

-32 ایسی مساوات جو متغیر کو اس کے معکوس سے بدلنے پر بھی تبدیل نہ ہو کہلاتی ہے۔

(a) معکوس مساوات (b) قوت نمائی مساوات (c) جذری مساوات (d) سادہ مساوات

-33 $2^x - 5 \cdot 2^{2x} + 3 = 0$ کہلاتی ہے:

(a) جذری مساوات (b) خطی مساوات (c) قوت نمائی مساوات (d) سادہ مساوات

-34 اگر $x^2 = \frac{3}{2}$ ہو تو $x =$ ______

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (c) $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ (d) $\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

-35 $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ کو دو درجی مساوات میں تبدیل کرنے کے لیے ہم درج کرتے ہیں:

(a) $x^{2n} = y$ (b) $x^n = y$ (c) $x = y^{2n}$ (d) $x = y^x$

-36 $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$ کے حقیقی روٹس ہیں:

(a) 1, 3 (b) 0, 1 (c) 1, 2 (d) 3, 5

-37 اگر $2 = 4^x$ ہو تو x کس کے برابر ہوگا؟

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) 2 (c) -2 (d) $\frac{1}{2}$

-38 اگر $1 = 3^x$ ہو تو x برابر ہوگا:

(a) -3 (b) 2 (c) 0 (d) -1

-39 ایک معکوس مساوات تبدیل نہیں ہوتی جب x کو ______ میں بدلتے ہیں۔

(a) $\frac{1}{x}$ (b) $-\frac{1}{x}$ (c) $\frac{1}{x^2}$ (d) x^2

-40 $2y^2 - 11y + 12 = 0$ کے یک درجی فیکٹر ہیں:

(a) $(y + 11)(y + 2)$ (b) $(y - 3)(y - 4)$ (c) $(y - 16)$ (d) $(2y - 3)(y - 4)$

-41 $y^2 - 24y + 128 = 0$ کے یک درجی فیکٹر ہیں:

(a) $(y - 16)(y - 8)$ (b) $(y + 8)(y + 16)$ (c) $(y - 16)(y + 16)$ (d) $(y + 9)(y + 6)$

جوابات

-1 $\frac{3y}{x}$ -2 الجبری کسر -3 ناطق جملہ -4 $\frac{3x^2}{y}$ -5 یہ سب

-6 $\frac{a^2}{8}$ -7 $m - n$ -8 $3x + 4$ -9 $c^2 + cd + d^2$ -10 $\frac{1}{x^2 - y^2}$

-11 5 -12 $\frac{x-4}{x+4}$ -13 $\frac{1}{a-11}$ -14 $\frac{x+5}{x-2}$ -15 $\frac{4}{a^2-1}$

www.ilmkidunya.com

-16 $\frac{ad+bc}{bd}$ -17 $x(x+2)$ -18 $\frac{b-a}{ab}$ -19 $\frac{2f+3c}{cf}$ -20 $\frac{2x+10}{(x-3)(x+1)}$

-21 5 اور 5   -22 $\frac{y}{x}$ -23 x^2 -24 2   -25 (a^2-ab+b^2)

-26 $4x(a+y)$ -27 $(a^2+b^2)(a-b)$ -28 $\frac{5x-3}{y}$ -29 $\frac{m(x-y)}{2}$ -30 $\frac{1}{20\,acl}$

-31 $3y^2-11y+5=0$ -32 معکوس مساوات   -33 قوت نمائی مساوات   -34 $\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$ -35 $x^n=y$

-36 1, 2   -37 $\frac{1}{2}$ -38 0   -39 $\frac{1}{x}$ -40 $(2y-3)(y-4)$ -41 $(y-16)(y-8)$

اضافی مختصر سوالات

محکمہ تعلیم کی نئی امتحانی تکنیکس (Knowledge, Understanding, Application, Analytical & Conceptual) کی روشنی میں مرتب کیے گئے مختصر جوابی سوالات

5.1 الجبری کسر

مختصر جواب دیں۔

-1 الجبری کسر کی تعریف کریں۔

جواب: ایک الجبری کسر ایسی کسر ہوتی ہے۔ جہاں شمار کنندہ، مخرج یا دونوں الجبرائی جملوں پر مشتمل ہوں۔

-2 x کی کون سی قیمت $\frac{7}{x-5}$ کو غیر تعریف شدہ بنا دے گی؟

جواب: x کی قیمت 5 نہیں ہو سکتی کیوں کہ $\frac{7}{x-5}$ کو غیر تعریف شدہ بنا دے گا۔

-3 ایک ناطق جملہ کی تعریف کریں۔

جواب: ایک ناطق جملہ $\frac{P(x)}{Q(x)}$ ہے جہاں P(x) اور Q(x) دو کثیر رقمیاں ہیں اور $Q(x) \neq 0$

-4 کیا $\frac{19}{x}$ ایک ناطق جملہ ہے؟

جواب: ہاں $\frac{19}{x}$ ایک ناطق جملہ ہے کیوں کہ مخرج ایک متغیر x پر مشتمل ہے۔ شمار کنندہ اور مخرج دونوں کثیر رقمیاں ہیں۔

-5 $\frac{18a^2c^3y^4}{6a^2y^2-12ac^3}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

حل:

$$\frac{18a^2c^3y^4}{6a^2y^2-12ac^3}$$

$$=\frac{18a^2c^3y^4}{6a(ay^2-2c)}$$

$$=\frac{3a^{2-1}c^3y^2}{ay^2-2c}$$

$$=\frac{3ac^3y^2}{ay^2-2c}$$

$$=\frac{3ac^3y^2}{ay^2-2c}$$

-6 $\frac{5x^2-15xy}{9xy-27y^2}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

حل:

$$\frac{5x^2-15xy}{9xy-27y^2}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{5x(x-3y)}{9y(x-3y)} = \frac{5x}{9y}$$

-7 $\frac{3x+4}{6x^2-x-12}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

حل:

$$\frac{3x+4}{6x^2-x-12}$$

$$= \frac{3x+4}{6x^2-9x+8x-12}$$

$$= \frac{3x+4}{3x(2x-3)+4(2x-3)}$$

$$= \frac{3x+4}{(3x+4)(2x-3)}$$

$$= \frac{1}{(2x-3)}$$

-8 $\frac{4x+8}{4}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

حل:

$$\frac{4x+8}{4}$$

$$= \frac{4(x+2)}{4} = x+2$$

-9 $\frac{x^2+5x+6}{x^2-4}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

حل:

$$\frac{4x+8}{4}$$

$$= \frac{x^2+3x+2x+6}{(x)^2-(2)^2}$$

$$= \frac{x(x+3)+2(x+3)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+3}{x-2}$$

-10 $\frac{x^6+y^6}{x^2+y^2}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

حل:

$$\frac{x^6+y^6}{x^2+y^2}$$

$$= \frac{(x^2)^3+(y^2)^3}{x^2+y^2}$$

$$= \frac{(x^2+y^2)\left((x^2)^2-(x^2)(y^2)+(y^2)^2\right)}{(x^2+y^2)}$$

$$= \frac{(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)}{(x^2+y^2)}$$

$$= x^4-x^2y^2+y^4$$

5.2 ناطق جملوں کی مہارت

-11 $\frac{x}{x-y}+\frac{2x}{x+y}$ کو مختصر کیجیے۔

حل:

$$\frac{x}{x-y}+\frac{2x}{x+y}$$

$$= \frac{x(x+y)+2x(x-y)}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2+xy+2x^2-2xy}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{3x^2-xy}{(x-y)(x+y)}$$

-12 $\frac{x}{5}+\frac{5}{x}$ کو مختصر کیجیے۔

حل:

$$\frac{x}{5}+\frac{5}{x}$$

$$= \frac{x^2+25}{5x}$$

-13 $\frac{2}{x+3}-\frac{1}{x}$ کو مختصر کیجیے۔

حل:

$$\frac{2}{x+3}-\frac{1}{x}$$

$$= \frac{2x-(x+3)}{x(x+3)}$$

$$= \frac{2x-x-3}{x(x+3)}$$

$$= \frac{x-3}{x(x+3)}$$

-14 $\frac{3}{x^2-4}-\frac{1}{x-2}$ کو مختصر کریں۔

حل:

$$\frac{3}{x^2-4}-\frac{1}{x-2}$$

$$= \frac{3}{(x+2)(x-2)}-\frac{1}{x-2}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{3-(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{3-x-2}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{1-x}{x^2-4}$$

-15 $\frac{1}{6x}+\frac{1}{4x^2}$ کو مختصر کریں۔

حل:

$$\frac{1}{6x}+\frac{1}{4x^2}$$

$$= \frac{2x+3}{12x^2}$$

-16 $\frac{x^2-9}{4}\times\frac{8}{x-3}$ کو مختصر کریں۔

حل:

$$\frac{x^2-9}{4}\times\frac{8}{x-3}$$

$$= \frac{(x)^2-(3)^2}{4}\times\frac{8}{x-3}$$

$$= \frac{(x+3)(x-3)}{4}\times\frac{8}{x-3}$$

$$= \frac{8(x+3)(x-3)}{4(x-3)}$$

$$= 2(x+3)$$

-17 $\frac{2x^2+5x-3}{x^2-9}\times\frac{x+3}{2x-1}$ کو مختصر کریں۔

حل:

$$\frac{2x^2+5x-3}{x^2-9}\times\frac{x+3}{2x-1}$$

$$= \frac{2x^2+6x-x-3}{(x)^2-(3)^2}\times\frac{x+3}{2x-1}$$

$$= \frac{2x(x+3)-1(x+3)}{(x+3)(x-3)}\times\frac{x+3}{2x-1}$$

$$= \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+3)(x-3)}\times\frac{x+3}{2x-1}$$

$$= \frac{(2x-1)(x+3)(x+3)}{(2x-1)(x+3)(x-3)} = \frac{x+3}{x-3}$$

-18 $\frac{x^3-8}{x^2-4}\times\frac{x+2}{x^2+2x+4}$ کو مختصر کریں۔

حل:

$$\frac{x^3-8}{x^2-4}\times\frac{x+2}{x^2+2x+4}$$

$$= \frac{(x^3)-(2)^3}{(x)^2-(2)^2}\times\frac{x+2}{x^2+24+4}$$

$$= \frac{(x-2)\left(x^2+(2)(x)+(2)^2\right)}{(x+2)(x-2)}\times\frac{x+2}{x^2+2x+4}$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)}$$

$$= 1$$

-19 $\frac{x^2-9}{9x^2-9}\div\frac{x+3}{2x-3}$ کو مختصر کریں۔

حل:

$$\frac{x^2-9}{4x^2-9}\div\frac{x+3}{2x-3}$$

$$\frac{(x)^2-(3)^2}{(2x)^2-(3)^2}\div\frac{x+3}{2x-3}$$

$$\frac{(x+3)(x-3)}{(2x+3)(2x-3)}\times\frac{2x-3}{x+3}$$

$$= \frac{(x+3)(x-3)(2x-3)}{(x+3)(24+3)(2x-3)}$$

$$= \frac{x-3}{2x+3}$$

-20 $\frac{x^2-x-12}{x^2-16}\div\frac{x^2+6x+9}{x+4}$ کو مختصر کریں۔

حل:

$$\frac{x^2-x-12}{x^2-16}\div\frac{x^2+6x+9}{x+4}$$

$$= \frac{x^2-4x+3x-12}{(x)^2-(4)^2}\div\frac{(x)^2+2(x)(3)+(3)^2}{x+4}$$

$$= \frac{x(x-4)+3(x-4)}{(x+4)(x-4)}\div\frac{(x+3)^2}{x+4}$$

$$= \frac{(x+3)(x-4)}{(x+4)(x-4)}\times\frac{x+4}{(x+3)^2}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{(x-4)(x+4)(x+3)}{(x-4)(x+4)(x+3)(x+3)}$$

$$= \frac{1}{x+3}$$

21- $\frac{10x^3}{x^3 - y^3} \div \frac{5x}{x^2 + xy + y^2}$ **کو مختصر کریں۔**

حل:
$$\frac{10x^3}{x^3 - y^3} \div \frac{5x}{x^2 + xy + y^2}$$

$$= \frac{10x^3}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} \times \frac{x^2+xy+y^2}{5x}$$

$$= \frac{10x^3 \times (x^2+xy+y^2)}{5x(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{2x^{3-1}}{x-y} = \frac{2x^2}{x-y}$$

22- $\frac{y^5}{y-3} \times \frac{y^2-9}{y^4}$ **کو مختصر کریں۔**

حل:
$$\frac{y^5}{y-3} \times \frac{y^2-9}{y^4}$$

$$= \frac{y^5}{y-3} \times \frac{(y)^2-(3)^2}{y^4}$$

$$= \frac{y^5}{y-3} \times \frac{(y-3)(y+3)}{y^4}$$

$$= \frac{y^5(y-3)(y+3)}{y^4(y-3)}$$

$$= y^{5-4}(y+3)$$

$$= y(y+3)$$

5.3 مساواتوں کا حل جن کو دو درجی مساوات میں تبدیل کیا جاسکتا ہو

23- **$x^6 - 9x^3 + 7 = 0$ کو دو درجی مساوات میں تبدیل کرنے کے لیے آپ کون سا متبادل استعمال کریں گے؟**

حل: فرض کیا $x^3 = y$

$(x^3)^2 = y^2$

$x^6 = y^2$

اس طرح متبادل سے مساوات $y^2 - 9y + 7 = 0$ بن جاتی ہے۔

24- **مساوات $5^{2x} \; 6 \cdot 5^x + 5 = 0$ میں اگر ہم $5^x = y$ فرض کیا کون سی دو درجی مساوات حاصل ہوگی؟**

اگر $y = 5^x$

تب $y^2 = (5^x)^2$

$y^2 = 5^{2x}$

پس حاصل شدہ دو درجی مساوات ہوگی۔

$y^2 - 6y + 5 = 0$

25- **قوت نمائی مساوات کی تعریف کریں۔**

جواب: وہ مساواتیں جن میں متغیر قوت نما میں ہو قوت نمائی مساواتیں کہلاتی ہیں۔ مثال کے طور پر $3 \cdot 2^{2x} - 2$۔

26- **معکوس مساوات کی تعریف کریں۔**

جواب: ایسی مساوات جو متغیر کو اس کے معکوس سے بدلنے میں تبدیل نہ ہو۔

27- **ایک قدرتی عدد اور اس کے معکوس کا مجموعہ $\frac{10}{3}$ ہے۔ عدد معلوم کریں۔**

حل: فرض کیا مطلوبہ قدرتی عدد x ہے اور اسکا معکوس $\frac{1}{x}$ ہے۔

مساوات قائم کرنے سے

$$x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$$

$$3x(x) + 3x\left(\frac{1}{x}\right) = 3x\left(\frac{10}{3}\right)$$

$3x^2 + 3 = 10x$

$3x^2 - 10x + 3 = 0$

$3x^2 - 9x - x + 3 = 0$

$3x(x-3) - 1(x-3) = 0$

$(x-3)(3x-1) = 0$

$x - 3 = 0$	$3x - 1 = 0$
$x = 3$	$3x = 1$
	$x = \frac{1}{3}$

پس $x = 3, \frac{1}{3}$

کیونکہ مطلوبہ عدد قدرتی عدد ہے۔ پس مطلوبہ عدد 3

—— ✲✲✲ ——

www.ilmkidunya.com