یونٹ 08

دائرے کے وتر اور قوسیں

حاصلاتِ تعلّم

اس یونٹ کو مکمل کرنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- دائرے کی خصوصیات کا استعمال کرتے ہوئے مسائل کو حل کر سکیں:
  - تین غیر ہم خط نقاط میں سے صرف ایک ہی دائرہ گزر سکتا ہے۔
  - دائرہ کے مرکز سے کسی وتر (جو قطر نہ ہو) کی تنصیف کرنے والا خط مستقیم، وتر پر عمود ہوتا ہے۔
  - دائرہ کے مرکز سے کسی وتر پر کھینچا گیا عمود اس کی تنصیف کرتا ہے۔
  - دائرہ کے دو وتر متماثل ہوں، وہ مرکز سے ہم فاصلہ ہوتے ہیں۔
  - اگر ایک دائرہ (یا متماثل دائروں) کی دو قوسیں متماثل ہوں، تو ان کے متعلقہ وتر مساوی ہوتے ہیں۔
  - اگر ایک دائرہ (یا متماثل دائروں) کے دو وتر مساوی ہوں، تو ان کی متعلقہ قوسیں (صغیرہ، کبیرہ دائروی) متماثل ہوتی ہیں۔
  - ایک دائرہ (یا متماثل دائروں) کے متماثل وتر مرکز (متعلقہ مراکز) پر مساوی زاویے بناتے ہیں۔
  - ایک دائرہ (یا متماثل دائروں) کے دو وتروں سے مرکز (متعلقہ مراکز) پر بننے والے زاویے مساوی ہوں، تو وہ وتر مساوی ہوتے ہیں۔
- دائروں کے وتروں اور قوسوں کے متعلق تصورات کا اطلاق حقیقی دنیا جیسے کہ ہندسی خصوصیات، قوسِ قزح، پلوں، رولر کوسٹر ٹریکس وغیرہ کے متعلقہ مسائل کو حل کر سکیں۔

دائرہ اور اس کے اجزاء (Circle and its Components)

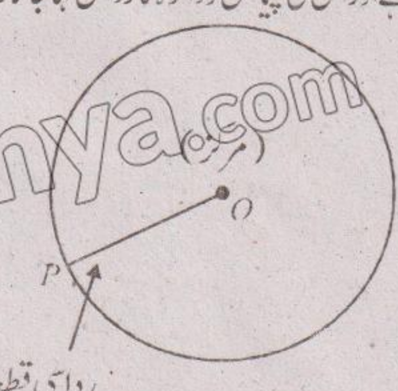
دائرہ: ان تمام نقاط کا مجموعہ ہوتا ہے جو کہ ایک مقررہ نقطہ سے ہم فاصلہ ہوتے ہیں۔

ہم دائرہ کی تعریف یوں بھی کرتے ہیں:

دائرہ مستوی میں ایک نقطہ کا وہ مقام (locus) ہے جو اس طرح حرکت کرتا ہے کہ اس کا کسی مقررہ نقطہ سے فاصلہ ہمیشہ مستقل رہتا ہے۔

رداسی قطعہ (Radial Segment)

قطعہ خط جو کہ دائرہ کے کسی بھی نقطہ کو اس کے مرکز سے ملائے رداسی قطعہ کہلاتا ہے اور اس کی پیمائش کو دائرہ کا رداس کہا جاتا ہے۔



محیط (Circumference)

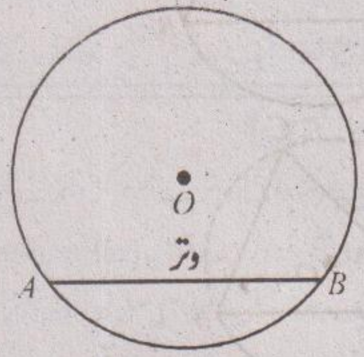
دائرہ کی حد (boundary) کی لمبائی محیط کہلاتی ہے۔

$C = 2\pi r$

www.ilmkidunya.com

وتر (Chord)

ایک قطعہ خط جو دائرہ کے کوئی سے دو مختلف نقاط کو ملائے، نیچے دی گئی شکل میں $\overline{AB}$ دائرہ کا وتر ہے۔

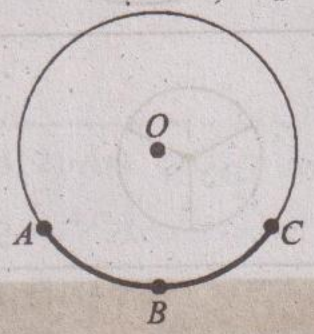


نصف دائرہ (Semi-circle)

ایک نصف دائرہ، دائرہ کا آدھا ہوتا ہے، یعنی کہ ایک ایسی شکل جو ایک قطر اور قطر کے ذریعے قطع کیے گئے محیط سے گھری ہوتی ہے۔

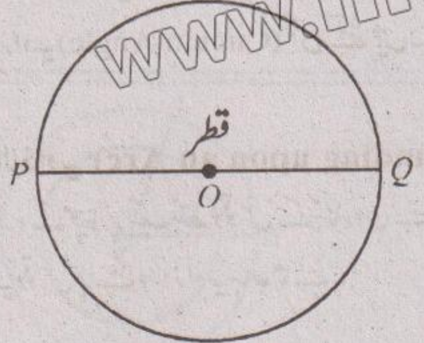
قوسِ صغیرہ (Minor Arc)

قوسِ صغیرہ ایک ایسی قوس ہوتی ہے جو نصف دائرہ کی قوس سے چھوٹی ہوتی ہے۔ ABC ایک قوسِ صغیرہ ہے۔



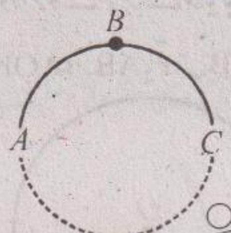
قطر (Diameter)

ایک وتر جو دائرہ کے مرکز سے گزرے، دائرہ کا قطر کہلاتا ہے۔ نیچے دی گئی شکل میں PQ دائرہ کا قطر ہے۔



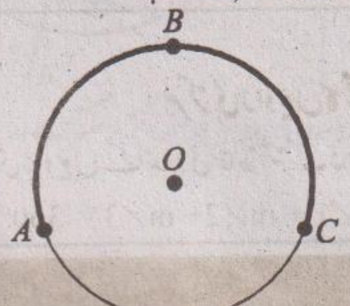
قوس (Arc)

دائرہ کے محیط کا کوئی بھی حصہ ایک قوس کہلاتی ہے۔ ABC دائرہ کی ایک قوس ہے۔ اسی طرح AB اور BC بھی قوسیں ہیں۔



قوسِ کبیرہ (Arc)

قوسِ کبیرہ ایک ایسی قوس ہوتی ہے جو نصف دائرہ کی قوس سے بڑی ہوتی ہے۔ ABC ایک قوسِ کبیرہ ہے۔

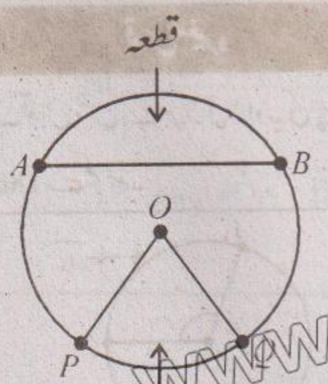


قطعہ (Segment)

وہ رقبہ (علاقہ) جو ایک وتر اور قطع کی گئی قوس کے درمیان گھرا ہوتا ہے، دائرہ کا قطعہ کہلاتا ہے۔

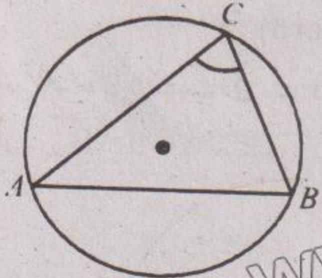
سیکٹر (Sector)

وہ رقبہ (علاقہ) جو دو رداسی قطعوں (رداسوں) اور دائرہ کی قوس کے درمیان گھرا ہوتا ہے، دائرہ کا سیکٹر کہلاتا ہے۔

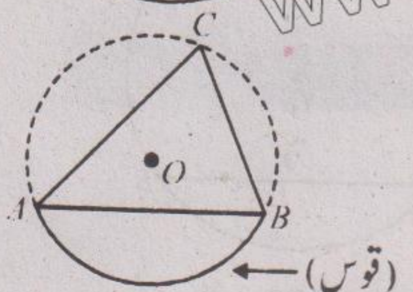


www.ilmkidunya.com

قطعہ میں زاویہ (Angle in the Segment)



اگر قطعہ کی قوس پر موجود ایک نقطہ کو وتر کے آخری نقاط سے ملائیں، تو اس طرح بننے والا زاویہ قطعہ میں زاویہ کہلاتا ہے۔ زاویہ ACB قطعہ ACB میں ایک زاویہ ہے۔ اسے محیطی زاویہ (Circum Angle) بھی کہتے ہیں۔

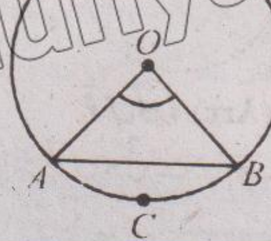


قوس پر بننے والا زاویہ (Angle Standing upon an Arc)

اگر دائرہ کے محیط پر ایک نقطہ کو قوس کے کناروں سے ملایا جائے، تو اس طرح بننے والے زاویہ کو قوس پر بننے والا زاویہ کہا جاتا ہے۔

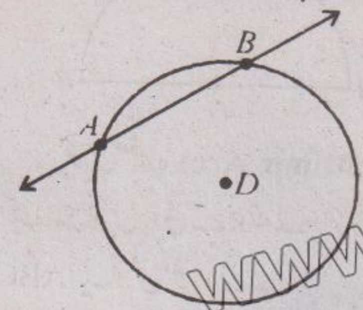
مرکزی زاویہ (Central Angle)

اگر قوس یا وتر کے کناروں کو دائرہ کے مرکز سے ملایا جائے، تو اس طرح بننے والا زاویہ مرکزی زاویہ کہلاتا ہے۔ AOB وتر AB یا قوس ACB کا مرکزی زاویہ ہے۔



قاطع خط (Secant)

ایسا خط مستقیم جو دائرہ کے محیط کو دو مختلف نقاط پر قطع کرے، قاطع خط کہلاتا ہے۔ $\overleftrightarrow{AB}$ ایک قاطع ہے۔



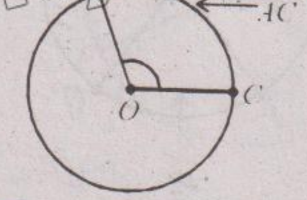
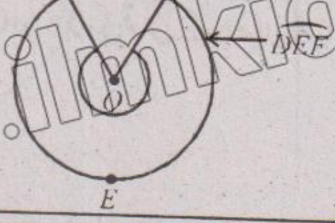
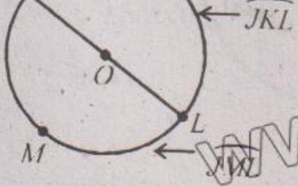
اہم تصوّر

مرکزی زاویوں کا مجموعہ

جن مرکزی زاویوں کے اندرونی نقاط مشترک نہ ہوں، اُن کا مجموعہ 360° ہوتا ہے۔

یعنی $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$

اہم تصوّر

قوسِ صغیرہ	قوسِ کبیرہ	نصف دائرہ
ایک قوس جس کے مرکزی زاویہ کی پیمائش 180° سے کم ہو۔	ایک قوس جس کے مرکزی زاویہ کی پیمائش 180° سے زیادہ ہو۔	ایک قوس جس کے مرکزی زاویہ کی پیمائش 180° سے ہو۔
		

www.ilmkidunya.com

چیلنج! وتر (Chord) اور قاطع خط (Secant) میں کیا فرق ہے؟

جواب: وتر: ایک قطعہ خط جو دائرہ کے کوئی سے دو مختلف نقاط کو ملائے۔

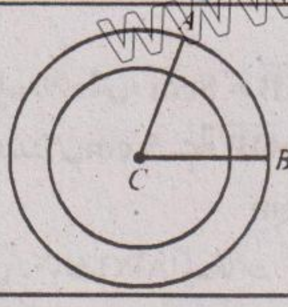
قاطع خط: ایک ایسا ختم مستقیم جو دائرہ کے محیط کو دو مختلف نقاط پر قطع کرے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

(i) ایک مرکز والے دائرے ہم مرکز دائرے کہلاتے ہیں۔

(ii) کوئی بھی دو دائرے متشابہ (Similar) ہوتے ہیں۔

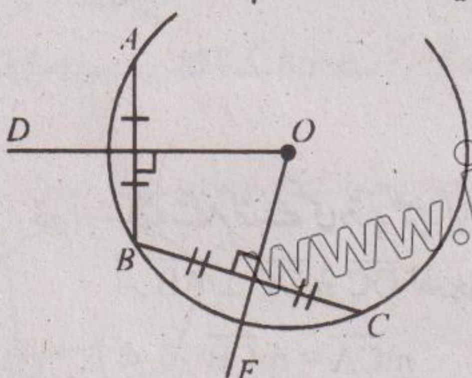
(iii) ایک دائرہ جس کا رداس صفر ہو، نقطہ دائرہ کہلاتا ہے۔



8.1 دائرہ کے اثباتی مسائل (خصوصیات) (Theorems (Properties) of a Circle)

1- تین غیر ہم خط نقاط میں سے صرف ایک ہی دائرہ گزر سکتا ہے۔

اگر تین نقاط A، B اور C ایک ہی خطِ مستقیم پر نہ ہوں، تو ان نقاط میں سے صرف اور صرف ایک ہی دائرہ گزر سکتا ہے۔



نوٹ:

- ایک خطِ مستقیم میں موجود دو سے زیادہ نقاط میں سے کوئی دائرہ نہیں کھینچا جا سکتا۔
- اگر دو دائروں کے تین نقاط مشترک ہوں، تو وہ منطبق ہوتے ہیں۔
- دو دائرے ایک دوسرے کو دو سے زیادہ نقاط پر قطع نہیں کر سکتے۔

مثال 1: ثابت کریں کہ A(1, 1)، B(4, 2) اور C(3, 5) میں سے ایک منفرد (Unique) دائرہ گزر سکتا ہے۔

حل: ہم ڈھلوان فارمولا سے غیر ہم نقاط کی پڑتال کریں گے۔

$\overline{AB}$ کی ڈھلوان $= \frac{2-1}{4-1} = \frac{1}{3}$

$\overline{BC}$ کی ڈھلوان $= \frac{5-2}{3-4} = \frac{3}{-1} = -3$

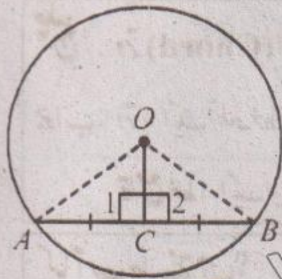
$\overline{AB}$ کی ڈھلوان $\neq$ $\overline{BC}$ کی ڈھلوان

پس دیے گئے نقاط غیر ہم خط ہیں اور ان میں سے ایک منفرد دائرہ گزر سکتا ہے۔

یاد رکھیے!

اگر $A(x_1, y_1)$ اور $B(x_2, y_2)$ ہوں تو $\overline{AB}$ کی ڈھلوان $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ یا $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

www.ilmkidunya.com



-2 دائرہ کے مرکز سے کسی وتر (جو قطر نہ ہو) کی تنصیف کرنے والا خط مستقیم، وتر پر عمود ہوتا ہے۔

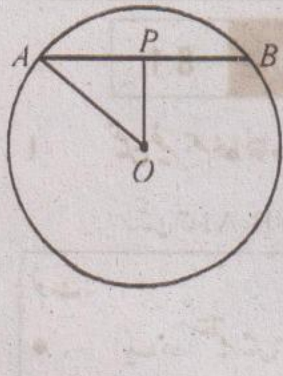
اگر $\overline{AB}$ کوئی وتر ہو (قطر نہ ہو) اور $\overline{OC}$ قطعہ خط $\overline{AB}$ سے نقطہ C پر ملتا ہے۔ جیسا کہ

$m\overline{CA} = m\overline{CB}$ تو $\overline{OC} \perp \overline{AB}$

مثال 2: ایک دائرہ میں، $m\overline{AB} = 8cm$ کو مرکز O سے ایک خط نقطہ P پر دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ اگر A سے P کا فاصلہ 4cm ہے اور رداس 5 cm ہے تو $m\overline{OP}$ معلوم کریں۔

$$m\overline{AB} = 8cm,\ m\overline{OA} = 5cm,\ m\overline{AP} = 4cm$$

حل: چوں کہ مثلث ΔAPO ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔



پس مسئلہ فیثا غورث کے مطابق $\left(m\overline{OA}\right)^2 = \left(m\overline{OP}\right)^2 + \left(m\overline{AP}\right)^2$

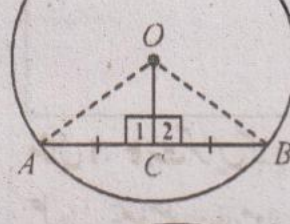
$$5^2 = \left(m\overline{OP}\right)^2 + 4^2$$

$$25 = \left(m\overline{OP}\right)^2 + 16$$

$$\left(m\overline{OP}\right)^2 = 25 - 16 = 9$$

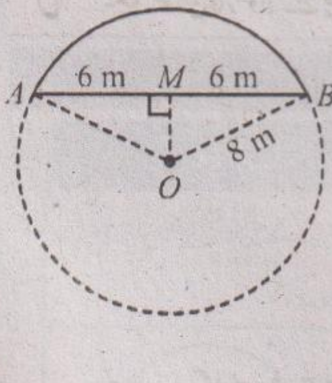
$$m\overline{OP} = 3cm$$

-3 دائرہ کے مرکز سے کسی وتر پر کھینچا گیا عمود اس کی تنصیف کرتا ہے۔



اگر $\overline{OC} \perp \overline{AB}$، تو $\overline{OC}$ قطعہ خط $\overline{AB}$ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔

یعنی $m\overline{CA} = m\overline{CB}$



مثال 3: 8 میٹر رداس کے دائروی فوارے میں، ایک پائپ AB پر لگا ہوا ہے۔ اگر $m\overline{AB} = 12m$ ہو تو O سے وتر AB کا فاصلہ معلوم کریں۔

حل: (دیا گیا) $m\overline{AB} = 12m$

نقطہ O سے وتر AB کا فاصلہ عمود ہے۔ پس مسئلہ کی رو سے M وسطی نقطہ ہے۔

$$m\overline{OM} = \sqrt{\left(m\overline{OB}\right)^2 - \left(m\overline{BM}\right)^2}$$ | مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

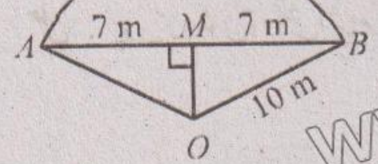
$$= \sqrt{(8)^2 - (6)^2}$$

$$= \sqrt{64 - 36} = \sqrt{28}$$

$$= 5.29\ m$$

www.ilmkidunya.com

مثال 4: 13 میٹر رداس کے دائروی محراب میں ایک 24 میٹر کا وتر AB ہے۔ مرکز سے وتر تک وانچائی معلوم کریں۔



حل: $m\overline{AB} = 24m$ دائروی محراب پر پھیلا ہوا ہے O محراب کے دائرہ کا مرکز ہے اور

$m\overline{OB} = 13m$

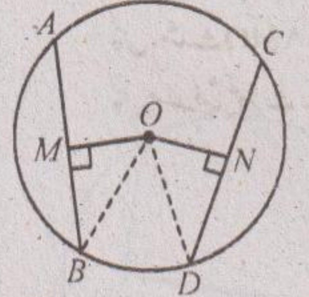
$\overline{OM} \perp \overline{AB}$ اس لیے $m\overline{MA} = m\overline{MB} = \frac{24}{2} = 12\,m$

$(m\overline{OM})^2 = (m\overline{OB})^2 - (m\overline{MB})^2$ | مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$(m\overline{OM})^2 = (13)^2 - (12)^2$

$m\overline{OM} = \sqrt{(13)^2 - (12)^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5\,m$

-4 دائرہ کے دو وتر متماثل ہوں تو وہ مرکز سے ہم فاصلہ ہوتے ہیں۔



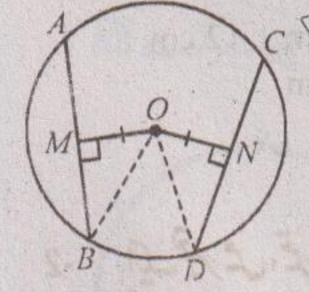
اگر $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ مرکز O والے دائرہ کے متماثل وتر ہوں۔

یعنی $m\overline{AB} = m\overline{CD}$، $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ اور $\overline{ON} \perp \overline{CD}$ تو $m\overline{OM} = m\overline{ON}$

مثال 5: ایک دائروی کھیل کے میدان میں دو برابر رسیاں (وتر) باندھی گئی ہیں۔ ایک رسی مرکز سے 8m کے فاصلے پر ہے۔ دوسری رسی کو کہاں جانا چاہیے؟

حل: چوں کہ وتر متماثل ہیں، وہ مرکز سے ہم فاصلہ ہوں گے۔ پس، دوسری رسی کو بھی مرکز سے 8m کے فاصلے پر رکھا جانا چاہیے۔

-5 دائرہ کے دو وتر جو مرکز سے ہم فاصلہ ہوں، وہ متماثل ہوتے ہیں۔

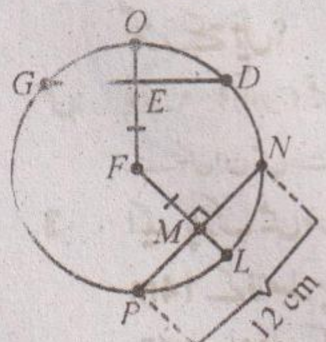


اگر $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ مرکز O والے دائرہ کے وتر ہوں،

$\overline{OM} \perp \overline{AB}$، $\overline{ON} \perp \overline{CD}$ اور $m\overline{OM} = \overline{ON}$ تو $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

یعنی $m\overline{AB} = m\overline{CD}$

مثال 6: مرکز F والے ایک دائرہ میں، $m\overline{NP} = 12$ cm اور $m\overline{EF} = m\overline{FM}$ ہے۔ DE کی لمبائی معلوم کیجیے۔



حل: جیسا کہ $m\overline{EF} = m\overline{FM}$

$m\overline{DG} = m\overline{NP}$ (دائرے کے دو وتر جو مرکز سے ہم فاصلہ ہوں متماثل ہوتے ہیں۔)

$m\overline{DG} = 12\,cm$ $\because m\overline{NP} = 12\,cm$

چوں کہ رداس $\overline{DG}$ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ اس لیے

$m\overline{GE} = m\overline{DE}$ ___(i)

$\Rightarrow \quad m\overline{GE} = \frac{1}{2} m\overline{DG} = \frac{1}{2}(12\,cm) = 6\,cm$

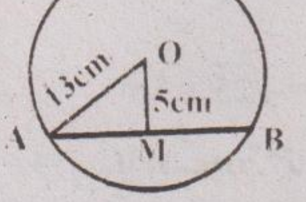
www.ilmkidunya.com

مثال 7: ایک گول میز کے ڈیزائن میں، دو آرائشی اشیا متناسب طور پر مرکز سے 4cm کے فاصلے پر رکھی گئی ہیں۔ ایک وتر کی لمبائی 14cm ہے۔ دوسرے وتر کی لمبائی کیا ہے؟

حل: چوں کہ دونوں آرائش اشیا مرکز سے ہم فاصلہ ہیں، اس لیے وتر شکل میں بھی دوسرے وتر کی لمبائی بھی 14cm ہے۔

حل مشق 8.1

1- ایک وتر کی لمبائی معلوم کیجیے جو ایک دائرے کے مرکز سے 5cm کے فاصلے پر ہے، جس کا رداس 13cm ہے۔



حل: فرض کیا $\overline{AB}$ دائرہ کا وتر ہے جس کا مرکز O ہے۔

وتر کا مرکز سے فاصلہ $(\overline{OM}) = 5cm$

رداس کی لمبائی $(\overline{OA}) = 13cm$

پس، مثلث $\triangle AMO$ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

پس مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(m\overline{OA})^2 = (m\overline{AM})^2 + (m\overline{OM})^2$$

$$(13)^2 = (m\overline{AM})^2 + (5)^2$$

$$169 = (m\overline{AM})^2 + 25$$

$$169 - 25 = (m\overline{AM})^2$$

$$144 = (m\overline{AM})^2$$

$$(m\overline{AM})^2 = 144$$

$$\sqrt{(m\overline{AM})^2} = \sqrt{144}$$

$$m\overline{AM} = 12\text{ cm}$$

چونکہ $OM \perp AB$، لہٰذا $\overline{OM}$، $\overline{AB}$ کی تنصیف کرتا ہے۔

$$m\overline{AM} = m\overline{MB}$$ مثلاً

$$m(\overline{AB}) = m(\overline{AM}) + m(\overline{MB})$$

$$= 12\text{ cm} + 12\text{ cm}$$

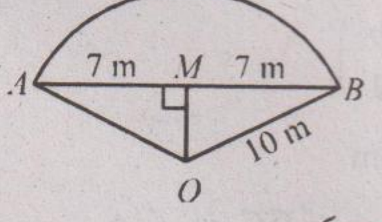
$$= 24\text{ cm}$$

پس وتر کی لمبائی = 24 cm

2- ایک تعمیر میں، تین سٹیل کی سلاخیں نقاط A، B اور C (خطِ مستقیم میں نہیں) پر نصب ہیں۔ ان تینوں نقاط میں سے کتنے چھلے گزر سکتے ہیں؟

حل: چونکہ A، B اور C تین غیر ہم خط نقاط ہیں دائرہ کے جیومیٹری کے مسئلہ کے مطابق صرف ایک ہی دائرہ تین غیر ہم خط نقاط میں سے گزر سکتا ہے۔ پس ان میں سے ایک ہی چھلا گزر سکتا ہے۔

3- ایک پارک میں، روشنی کے کھمبے، 10m دائروی ٹکڑے کے رداس کے کنارے پر 14m کے فاصلہ پر نصب ہیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ پارک کے مرکز سے وتر کا فاصلہ معلوم کیجیے۔



حل: فرض کیا A اور B دائروی ٹکڑے کے کنارے پر روشنی کے کھمبے ہیں جس کا رداس 10m ہے اور O دائرے کا مرکز ہے۔

$$m(\overline{OA}) = 10\text{ m}$$

$$m(\overline{AB}) = 14\text{ m}$$

$\overline{AM}$ نصف ہے $\overline{AB}$ کا جیسا کہ $\overline{OM} \perp \overline{AB}$

$$\left(m\overline{AM}\right) = 7\text{ m}$$

$\triangle OMA$ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے

پس مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = \left(m\overline{AM}\right)^2 + m\left(\overline{OM}\right)^2$$

$$(10)^2 = (7)^2 + \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$100 = 49 + \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$100 - 49 = \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$51 = \left(m\overline{OM}\right)^2$$

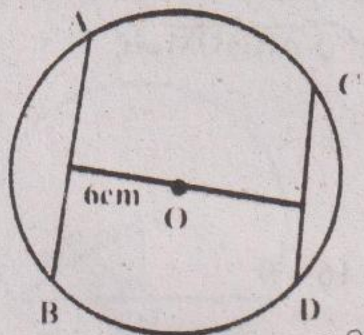
$$\sqrt{\left(m\overline{OM}\right)^2} = \sqrt{51}$$

$$m\overline{OM} = 7.14\text{ m}$$

پس، $7.14\text{ m} =$ پارک کے مرکز سے وتر کا فاصلہ

-4 ایک دائرہ میں، دونوں وتروں AB اور CD کی لمبائی 10cm ہے۔ اگر مرکز سے $\overline{AB}$ کا فاصلہ 6cm ہے، تو مرکز سے $\overline{CD}$ کا فاصلہ کیا ہے؟

حل: دائرہ میں $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ دو وتر ہیں اور دائرہ کا مرکز O ہے۔



$$m\left(\overline{AB}\right) = 10\text{ cm}$$

$$m\left(\overline{CD}\right) = 10\text{ cm}$$

$$m\left(\overline{AB}\right) = m\left(\overline{CD}\right)$$

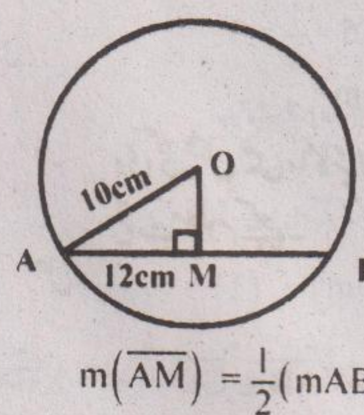
اگر دائرہ کے دو وتر آپس میں متماثل ہوں تو وہ مرکز سے ہم فاصلہ ہوتے ہیں۔

$\overline{AB}$ کا مرکز سے فاصلہ $= 6\text{cm}$

$\overline{CD}$ کا مرکز سے فاصلہ $= 6\text{cm}$

-5 ایک 10cm رداس کے دائروی میز کی بالائی سطح پر 12cm کے فاصلے پر دو سوراخ A اور B کیے گئے ہیں۔ مرکز سے $\overline{AB}$ کا عمودی فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا $\overline{OM}$ اور $\overline{CD}$ فاصلے پر ہیں مرکز $\overline{AB}$ کے A اور B دو سراخ ہیں ایک دائروے ٹیبل پر



$$m\left(\overline{OA}\right) = 10\text{ cm (رداس)}$$

$$m\left(\overline{AB}\right) = 12\text{ cm}$$

چونکہ $\overline{OM} \perp \overline{AB}$، لہٰذا $\overline{OM}$، $\overline{AB}$ کی تنصیف کرتا ہے۔

$$m\left(\overline{AM}\right) = \frac{1}{2}(mAB)$$

$$= \frac{1}{2} \times 12\text{ cm} = 6\text{ cm}$$

$\triangle OMA$ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

$$\left(m\overline{AO}\right)^2 = \left(m\overline{AM}\right)^2 + \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$(10)^2 = (6)^2 + \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$100 = 36 + (m\overline{OM})^2$$

$$(m\overline{OM})^2 = 100 - 36$$

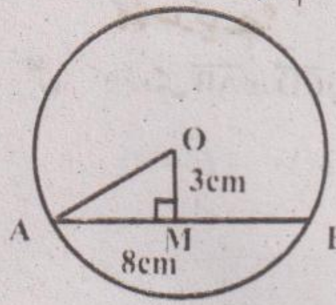
$$(m\overline{OM})^2 = 64$$

$$\sqrt{(m\overline{OM})^2} = \sqrt{64}$$

$$m\overline{OM} = 8 \text{ cm}$$

لہٰذا عمودی فاصلہ $\overline{AB}$ مرکز سے 8cm دوری پر ہے۔

6- ایک وتر جس کی لمبائی 8cm ہے اور وہ مرکز سے 3cm کے فاصلے پر ہے۔ دائرہ کا رداس معلوم کریں۔



حل: فرض کیا $\overline{OA}$ ایک دائرہ کا رداس ہے جس کا مرکز ہے

$m\overline{OM}$ = 3cm مرکز سے وتر کا فاصلہ ہے۔

چونکہ $\overline{OM}$ وتر $\overline{AB}$ کی تنصیف کرتا ہے جیسا کہ $\overline{OM} \perp AB$

$$m\overline{AB} = 8 \text{ cm}$$

$$m\overline{AM} = \frac{1}{2}(m\overline{AB})$$

$$= \frac{1}{2} \times 8\text{cm} = 4 \text{ cm}$$

چونکہ $\triangle OMA$ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔
لہٰذا، مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(m\overline{OA})^2 = (m\overline{AM})^2 + (m\overline{OM})^2$$

$$(m\overline{OA})^2 = (4)^2 + (3)^2$$

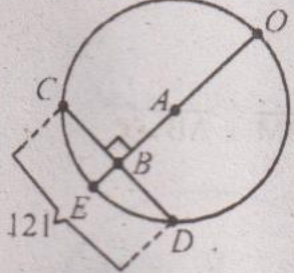
$$(m\overline{OA})^2 = 16 + 9$$

$$(m\overline{OA})^2 = 25$$

$$\sqrt{(m\overline{OA})^2} = \sqrt{25}$$

$$(m\overline{OA}) = 5$$

لہٰذا دائرہ کا رداس = 5cm



7- دی گئی شکل میں، اکائیاں $m\overline{CD} = 121$ اور اکائیاں $m\overline{BC} = 3x$ ہیں۔ x کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل:

$m\overline{CD} = 121$ اکائیاں

$m\overline{BC} = 3x$ اکائیاں

$\overline{AB} \perp \overline{CD}$، لہٰذا $\overline{AB}$، $\overline{CD}$ کی تنصیف کرتا ہے۔

$$m\overline{CB} = \frac{1}{2}(m\overline{CD})$$

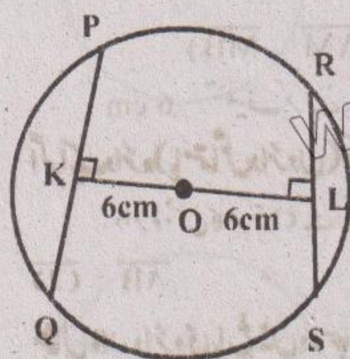
$$3x = \frac{1}{2} \times 121$$

$$x = \frac{1}{2} \times 121 \times \frac{1}{3} = \frac{121}{6}$$

$x = 20.17$ یونٹس

www.ilmkidunya.com

8- دائرہ جس کا مرکز O ہے، وتر PQ اور RS کا مرکز سے عمودی فاصلہ 6cm ہے۔ اگر وتر PQ کی لمبائی 18cm ہو تو دوسرے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔



حل: فرض کیا دائرہ کا مرکز O ہے۔ $\overline{OK}$ اور $\overline{OL}$ عمودی فاصلہ ہیں وتر $\overline{RS}$ اور $\overline{PQ}$ کا مرکز ہے۔

$m\overline{OK} = m\overline{OL} = 6\text{ cm}$

$m\overline{PQ}$ وتر $= 18\text{ cm}$

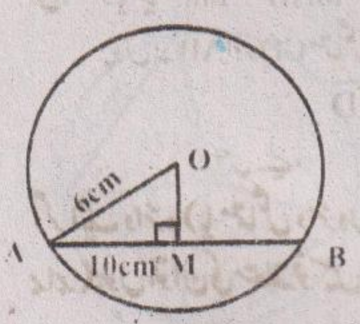
دائرہ کے دو وتر جو مرکز سے ہم فاصلہ ہوں، وہ متماثل ہوتے ہیں۔

لہٰذا $m\overline{PQ} = m\overline{RS}$

اگر $m\overline{PQ} = 18\text{ cm}$

اب $m\overline{RS} = 18\text{ cm}$

9- دائرہ کے مرکز سے ایک خط قائمہ زاویہ پر 10cm کے وتر کو قطع کرتا ہے یہاں دائرہ کا رداس 6cm ہے۔ مرکز سے وتر کا فاصلہ کیا ہے؟



حل: $\overline{AB}$ ایک دائرہ کا وتر ہے

جس کا مرکز O ہے

$m(\overline{AB})$ وتر $= 10\text{ cm}$

$m(\overline{OA})$ رداس $= 6\text{ cm}$

چونکہ $\overline{OM} \perp \overline{AB}$، لہٰذا $\overline{OM}$، $\overline{AB}$ کی نقطہ کے نقاط پر

$m\overline{AM} = \frac{1}{2}(m\overline{AB})$

$= \frac{1}{2} \times 10\text{cm} = 5\text{ cm}$

M پر تنصیف کرتا ہے تب

لہٰذا، مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$(m\overline{OA})^2 = (m\overline{AM})^2 = (m\overline{MA})^2$

$(6)^2 = (5)^2 + (m\overline{OM})^2$

$36 = 25 + m(OM)^2$

$(m\overline{OM})^2 = 36 - 25$

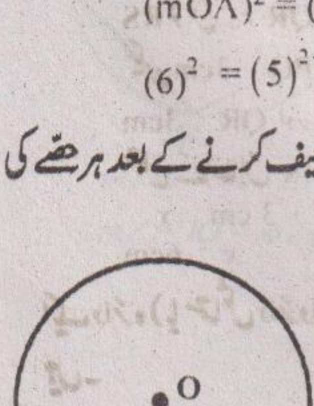
$(m\overline{OM})^2 = 11$

$\sqrt{(m\overline{OM})^2} = \sqrt{11}$

$mOM = 3.32\text{ cm}$

مرکز سے وتر کی لمبائی $= 3.32\text{ cm}$

10- ایک دائرہ جس کے مرکز سے وتر AB پر عمود کھینچا گیا ہے۔ اگر $m\overline{AB} = 12\text{cm}$، ہو تو تنصیف کرنے کے بعد ہر حصے کی لمبائی کیا ہے؟



حل: فرض کیا O دائرہ کا مرکز ہے۔

$\overline{AB}$ ایک وتر ہے اور $\overline{OM}$ وتر $\overline{AB}$ پر عمود ہے۔

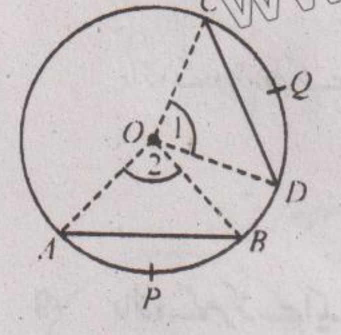
$m\overline{AB}$ (وتر) $= 12\text{ cm}$

چونکہ $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ وتر $\overline{AB}$ کی نقطہ M پر تنصیف کرتا ہے۔

$m\overline{AM} = m\overline{MB}\ (\overline{OM} \perp \overline{AB})$

$$m\overline{AM} = \frac{1}{2}(m\overline{AB}) = \frac{1}{2} \times 12\text{cm}$$
$$= 6 \text{ cm}$$
$$m\overline{MB} = 6 \text{ cm} \quad (\overline{AM} = \overline{MB})$$

تنصیف کرنے کے بعد ہر حصہ کی لمبائی 6 cm



اگر ایک دائرہ (یا متماثل دائروں) کی دو قوسیں متماثل ہوں، تو ان کے متعلقہ وتر مساوی ہوتے ہیں۔

دائرہ جس کا مرکز O ہے $\widehat{APB} \cong \widehat{COD}$ اور $\overline{AB}$. $\overline{CD}$ ان کے متعلقہ وتر ہوں تو

$$\overline{AB} = \overline{CD}$$

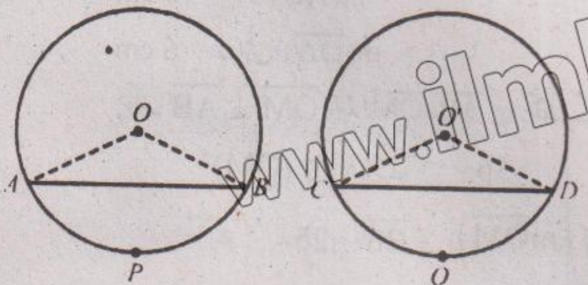
مثال 8: دائروی باغ میں دو سجاوٹی لائٹیں اس طرح رکھی گئی ہیں کہ قوسوں کے ہر جوڑے کے درمیان (A، B، C اور D) لمبائی برابر ہے۔ اگر نقاط A اور B کے درمیان خط کا سیدھا فاصلہ 8m ہو تو نقاط C اور D کے درمیان فاصلہ کیا ہے؟

حل: دیا گیا $m\overline{AB} = 8\text{m}$

چوں کہ AB اور CD متماثل قوسیں ہیں، اس لیے ان کے وتر متماثل ہونے چاہییں۔

$$m\overline{AB} = m\overline{CD}$$

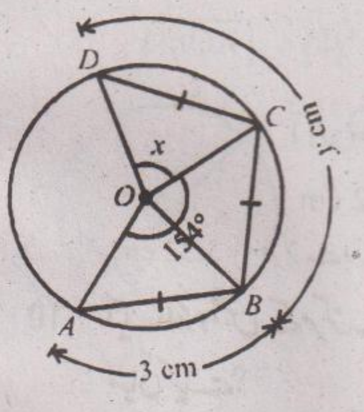
اس لیے، $m\overline{CD} = 8\text{m}$



اگر ایک دائرہ (یا متماثل دائروں) کے دو وتر متماثل (پیمائش میں برابر) ہوں، تو ان کی متعلقہ قوسیں (صغیرہ، کبیرہ) متماثل ہوتی ہیں۔

اگر مراکز O اور O' والے دائرے متماثل ہوں اور

$\overline{AB} = \overline{CD}$ وتر $\overline{AB}$ وتر ہو تو $\widehat{APB} \cong \widehat{CQD}$



مثال 9: دی گئی شکل میں x کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: دیا گیا RS وتر = QR وتر ≅ PQ وتر

جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ مساوی وتروں کی قوسیں مساوی ہوتی ہیں۔

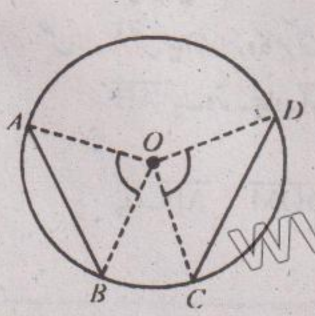
∴ RS قوس = QR قوس ≅ PQ قوس

لیکن PQ قوس = 3cm

∴ QR = 3cm اور Rs قوس = 3cm

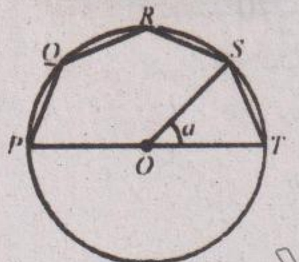
شکل کے مطابق QR قوس + RS قوس = x

$$3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = x$$
$$x = 6\text{cm}$$



ایک دائرہ (یا متماثل دائروں) کے مساوی وتر مرکز (یا متعلقہ مراکز) پر مساوی زاویے بناتے ہیں۔

مرکز O والے دائرہ میں، $m\overline{AB} = \overline{CD}$، وتر AB اور CD، O مرکز پر بالترتیب $\angle AOB$ اور $\angle COD$ بناتے ہیں، تو $m\angle AOB = m\angle COD$۔



مثال 10: دی گئی شکل میں، $\overline{PT}$ دائرے کا قطر ہے۔
اگر $m\overline{PQ} = m\overline{QR} = m\overline{RS} = m\overline{ST}$ ہو تو a کی قیمت معلوم کیجیے۔

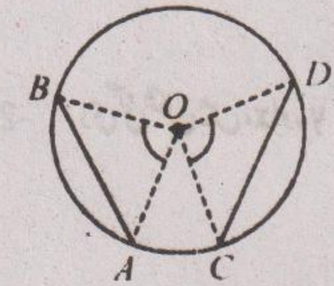
حل: دیا گیا $m\overline{PQ} = m\overline{QR} = m\overline{RS} = m\overline{ST}$

$$\therefore m\angle POQ = m\angle QOR = m\angle ROS = m\angle SOT = a$$

(مرکز پر مساوی وتر مساوی زاویے بناتے ہیں)

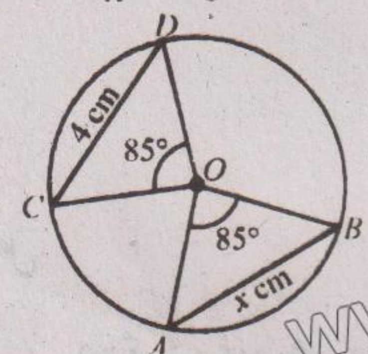
لیکن

$$m\angle POQ + m\angle QOR + m\angle ROS + m\angle SOT = 180^\circ$$
$$4a = 180^\circ$$
$$a = 45^\circ$$



ایک دائرہ (یا متماثل دائروں) کے دو وتروں سے مرکز (یا متعلقہ مراکز) پر بننے والے زاویے مساوی ہوں، تو وہ وتر مساوی ہوتے ہیں۔

مرکز O والے دائرہ میں، $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ اس کے وتر ہیں، وہ دائرے کے مرکز O پر بالترتیب $\angle BOA$ اور $\angle COD$ بناتے ہیں۔ اس طرح کہ $m\angle BOA = m\angle COD$ تو $m\overline{AB} = m\overline{CD}$۔



مثال 11: دی گئی شکل میں، x کی قیمت معلوم کیجیے۔

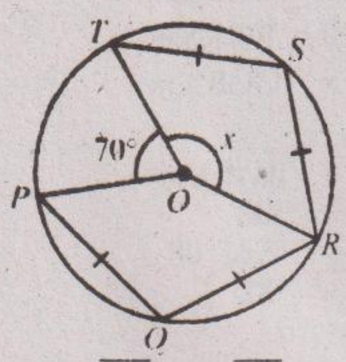
حل: دی گئی شکل کے مطابق

$$m\angle AOB = m\angle COD = 85^\circ$$

چوں کہ مرکزی زاویے مساوی ہیں، لہٰذا متعلقہ وتر بھی مساوی ہوں گے۔

$$m\overline{AB} = m\overline{CD}$$
$$x = 4\text{cm}$$

حل مشق 8.2



1- دی گئی شکل میں اگر

$$m\overline{PQ} = m\overline{QR} = m\overline{RS} = m\overline{ST}$$

اور $m\angle POT = 70^\circ$ ہو تو x کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: دیا گیا ہے

$$m\overline{PQ} = m\overline{QR} = m\overline{RS} = m\overline{ST}$$

(ایک دائرہ کے مرکز پر مساوی وتر مساوی زاویے بناتے ہیں۔)

$$m\angle POQ = m\angle QOR = m\angle ROS = m\angle SOT$$

فرض کیا ہر ایک زاویہ $= \theta$

$$m\angle TOP = 70^\circ$$

ہم جانتے ہیں۔

$$m\angle POQ + m\angle QOR + m\angle ROS + m\angle TOP = 360^\circ$$
$$\theta + \theta + \theta + \theta + 70^\circ = 360^\circ$$
$$4\theta + 70^\circ = 360^\circ$$

$4\theta = 360° - 70°$

$4\theta = 290°$

$\theta = \frac{290°}{4}$

$\theta = 72.5°$

$\theta + \theta = x$ (دیا گیا ہے)

$2\theta = x$

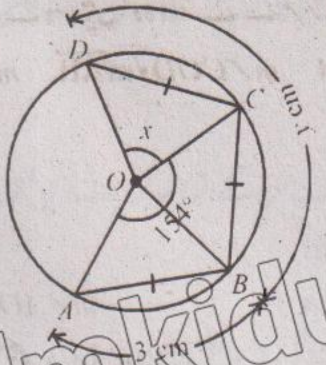
$\theta = 72.5°$ درج کرنے سے

$2(72.5°) = x$

$145° = x$

$x = 145°$

-2 دی گئی شکل میں، x اور y کی قیمتیں معلوم کیجیے۔



حل:

$m\overline{AB} = m\overline{BC} = m\overline{CD}$ (دیا گیا ہے)

$m\angle AOB = m\angle BOC = m\angle COD$

(متماثل وتروں کا زاویہ بھی مساوی ہوتا ہے۔)

$\theta =$ فرض کیا ہر مساوی زاویہ

$m\angle COD = x$ (دیا گیا ہے)

تینوں زاویوں کو جمع کرنے سے

$m\angle AOB + m\angle BOC + m\angle COD = m\angle AOD$

$\theta + \theta + \theta = 3\theta$

$\theta + 2\theta = 3\theta$

$\theta + 154° = 3\theta$

$154° = 3\theta - \theta$

$154° = 2\theta$

$\theta = \frac{154°}{2}$

$\theta = 77°$

$x = \theta$ درج کرنے سے (دیا گیا ہے)

$x = 77°$

اب

$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ (اگر دائروں کے وتر متماثل ہوں تو ان کی متعلقہ قوسیں بھی متماثل ہوتی ہیں)

www.ilmkidunya.com

ہر قوس کی لمبائی $= z$ cm

قوسوں کو جمع کرنے سے

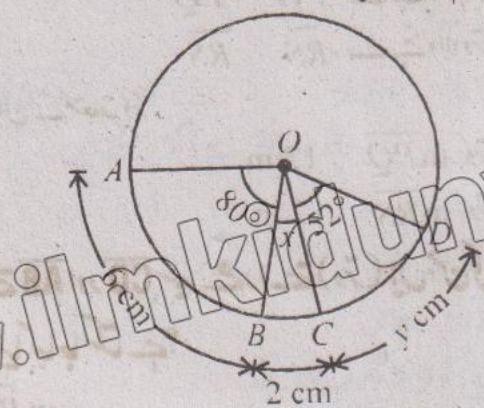
$$\widehat{AB}+\widehat{BC}+\widehat{CD} = \widehat{AD}$$
$$z+z+z = 3z$$
$$z+2z = 3z$$
$$2z = y$$
$$z+y = 3z$$
$$y = 3z - z$$
$$y = 2z$$

درج کرنے سے $z = 3cm$

$$y = 2(3cm)$$
$$y = 6cm$$

لہٰذا $x = 77°,\ y = 6cm$

-3 دی گئی شکل میں x اور y کی قیمتیں معلوم کیجیے جب کہ $m\widehat{AB}=m\widehat{BD}$



$m\widehat{AB}=m\widehat{BD}$ (دیا گیا ہے)

$m\angle AOB = m\angle BOD$ (i) (دائرے کے مرکز پر مساوی قوسیں، مساوی زاویے بناتی ہیں)

$m\angle AOB = 80°$ (دیا گیا ہے)

$m\angle BOD = x+52°$

(i) مساوات میں قیمتیں لگائیں

$$m\angle AOB = m\angle BOD$$
$$80° = x+52°$$
$$80°-52° = x$$
$$28° = x$$
$$x = 28°$$

$m\widehat{AB} = 6$ cm (دیا گیا ہے)

$m\widehat{BD} = 2$ cm + ycm (دیا گیا ہے)

$m\widehat{AB} = m\widehat{BD}$ (دیا گیا ہے)

$$6\text{ cm} = 2\text{ cm} + y$$
$$6\text{ cm} - 2\text{ cm} = y$$
$$4\text{ cm} = y$$
$$y = 4cm$$

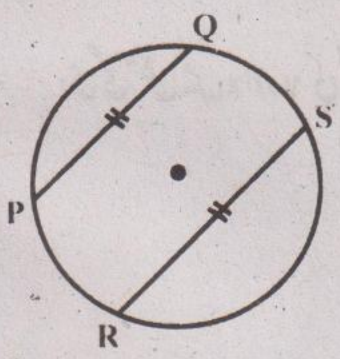
لہٰذا $x = 28°,\ y = 4cm$

www.ilmkidunya.com

4- ایک دائروی ٹریک میں دو متماثل قوسیں مرکز پر 60° کے زاویے بناتی ہیں۔ اگر دائرہ کے ایک وتر کی لمبائی 10m ہو، تو دوسرے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

جواب: چونکہ دو قوسیں متماثل ہیں ایک دائروی ٹریک کی اور وہ 60° کا زاویہ مرکز سے بناتی ہیں لہٰذا ان کے وتر بھی برابر ہوں گے اب اگر ایک وتر کی لمبائی 10m ہے تو دوسرے وتر کی بھی لمبائی 10m ہوگی۔

5- ایک دائروی فوارے میں پانی کے دو تیز دھارے اس طرح نصب کیے گئے ہیں کہ وہ برابر لمبائی والی قوسوں کے ساتھ پانی کا چھڑکاؤ کرتے ہیں۔ اگر ایک دھارا P اور Q کے درمیان چھڑکاؤ کرے اور خط مستقیم کا فاصلہ (وتر PQ) 12m ہو تو دوسرے تیز دھارے کی طرف سے طے کیے گئے خط مستقیم (وتر RS) کا فاصلہ کیا ہے جو قوس RS کے ساتھ سپرے کرتا ہے، جو کہ قوس PQ کے متماثل ہے؟



حل: $m\widehat{PQ} = m\widehat{RS}$ (دیا گیا)

$\overline{PQ}$ $\widehat{PQ}$ سے بننے والا وتر

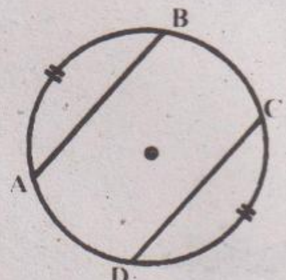
$\overline{RS}$ $\widehat{RS}$ سے بننے والا وتر

اگر دو قوسیں متماثل ہوں تو ان کے متعلقہ وتر

وتر $m\overline{PQ} = 12\text{ m}$

وتر $m\overline{RS} = 12\text{ m}$

6- ایک دائروی پارک میں دو راستے $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ سیدھے راستے (وتر) ہیں جن کی لمبائی 14m ہے۔ ان راستوں سے بننے والی قوس صغیرہ کے بارے میں کیا کہا جا سکتا ہے؟



حل: $m\widehat{PQ} = m\widehat{RS}$ (دیا گیا ہے)

وتر کی لمبائی $\overline{AB} = 14\text{m}$

وتر کی لمبائی $\overline{CD} = 14\text{ m}$

$m\overline{AB} = m\overline{CD}$ (دیا گیا ہے)

ایک دائروی پارک کے دو وتر متماثل ہو تو وتر سے بننے والے قوس صغیرہ بھی $\overline{CD}$ اور $\overline{AB}$ متماثل ہوں گے۔

7- دو متماثل دائروی گھڑیوں میں، منٹ والی سوئی دونوں گھڑیوں میں مرکز سے 3 کی طرف اشارہ کرتی ہے۔ ایک آرائشی تار دونوں گھڑیوں پر 3 کو 9 سے ملاتی ہے۔ کیا گھڑیوں پر 3 سے 9 تک قوسیں متماثل ہیں؟

جواب: دائرہ نما گھڑیوں کی جسامت ایک جیسی ہے اور وہ گھڑی کے رخ پر متماثل ہیں 3 سے 9 تک کا فاصلہ مرکز سے گزرنے والی ایک سیدھی لکیر یعنی قطر کو ظاہر کرتا ہے چونکہ گھڑیاں متماثل ہیں اور وتروں کی لمبائی برابر ہے اس لیے ان کے کٹے ہوئے قوس بھی لازمی طور پر متماثل ہوں گے جی ہاں دونوں پر 3 سے 9 تک کے قوس متماثل ہیں۔

حل اعادہ مشق 8

1- درج ذیل سوالات کے دیے گئے چار ممکنہ جوابات میں سے درست جواب کا انتخاب کیجیے۔

(i) دائرہ کے محیط پر ایک نقطہ سے مرکز تک کا فاصلہ، کہلاتا ہے:

(a) رداس (b) قوس (c) وتر (d) مماس

www.ilmkidunya.com

(ii) ایک جیسے دائروں کے رداس ہوتے ہیں:

(a) سب نابرابر (b) سب برابر (c) کسی وتر کا آدھا (d) قطر کا دُگنا

(iii) دائرہ کی حد کہلاتی ہے:

(a) وتر (b) قطعہ (c) محیط (d) قطر

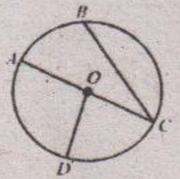
(iv) محیط کا کوئی حصہ کہلاتا ہے:

(a) وتر (b) نصف دائرہ (c) رداس (d) قوس

(v) دائرہ کے مرکز سے گزرنے والے وتر کو کہتے ہیں:

(a) رداس (b) قطر (c) قاطع (d) محیط

(vi) دی گئی شکل میں، AB کیا ہے؟



(a) قطر (b) مماس

(c) وتر (d) قوس

(vii) دی گئی شکل میں، قوسِ کبیرہ ہے:

(a) $m\widehat{AB}$ (b) $m\widehat{BC}$ (c) $m\widehat{BDC}$ (d) $m\widehat{AD}$

(viii) تین غیر ہم خط نقاط میں سے ______ دائرہ (دائرے) گزر سکتے ہیں۔

(a) ایک (b) دو (c) تین (d) بہت سے

(ix) دائرہ کے وتر کا عمودی ناصف دائرہ کے ______ سے گزرتا ہے۔

(a) قوس (b) رداس (c) مرکز (d) محیط

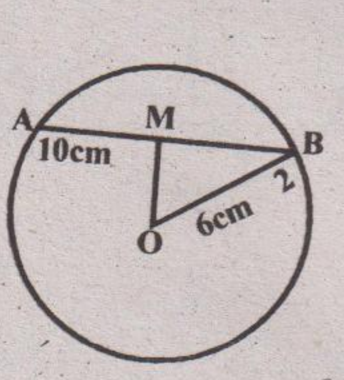
(x) ایک دائرہ کے مرکزی زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ ہوتا ہے:

(a) 90° (b) 180° (c) 270° (d) 360°

جوابات

(i) رداس	(ii) سب برابر	(iii) محیط	(iv) قوس	(v) قطر
(vi) قوس	(vii) $m\widehat{BDC}$	(viii) ایک	(ix) مرکز	(x) 360°

2- ایک دائروی کلاک جس کا رداس 6cm ہے، 2 اور 10 کے نقاط ایک وتر بناتے ہیں جس کی لمبائی 10cm ہے۔ کلاک کے مرکز سے وتر کا عمودی فاصلہ معلوم کیجیے۔



حل: $\overline{OM}$ مرکز O سے وتر $\overline{AB}$ کے عمودی فاصلے پر ہے۔

$m\overline{OB}$ گھڑی کا رداس $= 6\text{ cm}$

$m\overline{AB}$ گھڑی کا وتر $= 10\text{ cm}$

نقطہ پر $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ ، $\overline{OM}$ وتر کی تنصیف کرتا ہے اس طرح $m\overline{AM} = m\overline{MB}$

اب $m\overline{MB} = \frac{1}{2}\left(m\overline{AB}\right)$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{1}{2}(10\text{cm})$$

$$= 5\text{ cm}$$

ΔOMB ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے

$$\left(m\overline{OB}\right)^2 = \left(m\overline{MB}\right)^2 + \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$(6\text{ cm})^2 = (5\text{cm})^2 + \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$36\text{ cm}^2 = 25\text{cm}^2 + \left(m\overline{OM}\right)^2$$

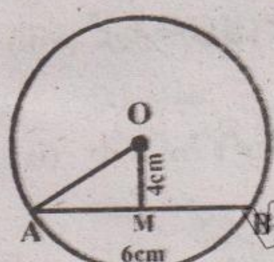
$$36\text{ cm}^2 - 25\text{ cm}^2 = \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$11\text{ cm}^2 = \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$\sqrt{\left(m\overline{OM}\right)^2} = \sqrt{11\text{cm}^2}$$

$$m\overline{OM} = 3.32\text{ cm}$$

-3 ایک وتر کی لمبائی 6cm ہے جو مرکز سے 4cm کے فاصلے پر ہے۔ دائرے کا رداس معلوم کیجیے۔



حل: $\overline{OA}$ ایک ایسے دائرہ کا رداس ہے جس کا مرکز O ہے۔

$m\overline{AB}$ دائرہ کا وتر ہے۔

$m\overline{OM}$ عمودی فاصلہ پر ہے۔

چونکہ $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ وتر $\overline{AB}$ کی نقطہ $\overline{OM}$ پر تنصیف کرتا ہے۔

جیسا کہ $\quad m\overline{AM} = m\overline{MB}$

پس $\quad m\overline{AM} = \frac{1}{2}(mAB)$

$$= \frac{1}{2} \times 6\text{cm} = 3\text{cm}$$

ΔOMA ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = \left(m\overline{AM}\right)^2 + \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = (3\text{ cm})^2 + (4\text{ cm})^2$$

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = 9\text{ cm}^2 + 16\text{ cm}^2$$

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = 25\text{ cm}^2$$

$$\sqrt{\left(m\overline{OA}\right)^2} = \sqrt{25\text{cm}^2}$$

$$m\overline{OA} = 5\text{ cm}$$

www.ilmkidunya.com

-4 ایک دائروی پارک میں دو بینچ رکھے گئے ہیں اور ان کی پوزیشنوں سے بننے والے وتروں کی لمبائی 10m ہے۔ آپ ہر بنچ سے مرکز پر بننے والے زاویے کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟

جواب: پس دو (بینچ) دونوں وتر 10m لمبے ہیں اور وہ دونوں متماثل ہیں جس کی وجہ سے ان سے بننے والا زاویہ بنچوں کے درمیان مساوی ہے

(خاصیت: متماثل وتر مساوی زاویے بناتے ہیں مرکز سے)

-5 جنت ایک مثلثی باغ کا نمونہ بنا رہی ہے۔ جس کے راس (1 ,2)A، (4 ,4)B اور (5 ,1)C ہیں۔ کیا وہ اِن تینوں راسوں کو چھونے والا ایک دائروی فوارہ نصب کر سکتی ہے؟

حل: باغ کے تین کناروں کے نقاط A(2, 1), B(4, 4), C(1, 5) کو ہم ڈھلوان کی مدد سے پڑتال کرتے ہیں کہ یہ غیر ہم نقاط ہیں۔

$\overline{AB}$ کی ڈھلوان $= \dfrac{4-1}{4-2} = \dfrac{3}{2}$

$\overline{BC}$ کی ڈھلوان $= \dfrac{5-4}{1-4} = \dfrac{1}{-3} = -\dfrac{1}{3}$

$\overline{AB}$ ڈھلوان $\neq$ $\overline{BC}$ ڈھلوان

پس دیے گئے نقاط غیر ہم خط نقاط ہیں اس لیے وہ ایک دائروی فوارہ بنا سکتی ہے جو کہ تینوں نقاط کو قطع کرے۔

-6 دو وتر PQ اور RS، ہر ایک کی لمبائی 18cm ہے، اگر وتر PQ کا دائرے کے مرکز سے فاصلہ 7cm ہو تو وتر RS کا مرکز سے فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل:

وتر کی لمبائی PQ = 18 cm

وتر کی لمبائی RS = 18 cm

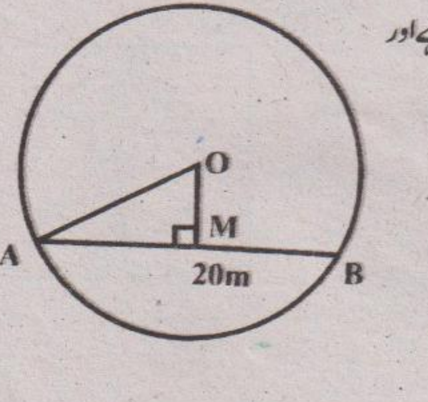
وتر کا مرکز سے فاصلہ PQ = 7 cm

اگر دو وتر مساوی ہوں تو وہ مرکز سے ایک جتنی فاصلے پر ہوں گے۔

PQ اور RS مساوی ہیں تو $\overline{RS}$ بھی مرکز سے 7cm کی دوری پر ہوگا۔

-7 ایک درخت کی شاخ ایک دائروی تالاب کے پار پھیلی ہوئی ہے، جو 20m کا وتر بناتی ہے۔ ایک پیمائشی سلاخ جس کی لمبائی 10m ہے وتر پر مرکز سے عمود ہے۔ تالاب کا رداس کیا ہے؟

حل: فرض کیا $\overline{OA}$ ایک دائروی تالاب کا رداس ہے جس کا مرکز O ہے۔ $\overline{AB}$ تالاب کا وتر ہے اور $\overline{OM}$ عمودی لمبائی کی سلاخ ہے۔



$m\overline{AB}$ (وتر) $= 20$ m

$m\overline{OM} = 10$ m

چونکہ $\overline{OM} \perp \overline{AB}$، $\overline{OM}$ وتر $\overline{AB}$ کی نقطہ M پر تنصیف کرتا ہے۔

جیسا کہا $m\overline{AM} = m\overline{MB}$

$$m\overline{AM} = \frac{1}{2}(m\overline{AB})$$

$$= \frac{1}{2}(20\text{cm}) = 10\text{ cm}$$

ΔOMA ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

www.ilmkidunya.com

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = \left(m\overline{AM}\right)^2 + \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = (10)^2 + (10)^2$$

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = 100 + 100$$

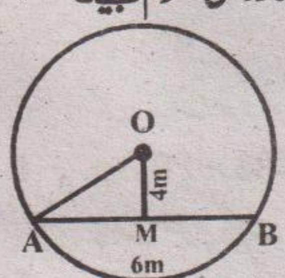
$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = 200$$

$$\sqrt{\left(m\overline{OA}\right)^2} = \sqrt{200}$$

$$m\overline{OA} = 14.14m$$

8- ایک سٹیل کی سلاخ 6m لمبی ہے جو ایک گول ڈھانچے کے اندرونی حصے میں وتر کے طور پر پڑی ہے۔ مرکز سے ایک عمودی سلاخ اس کی تنصیف کرتی ہے۔ اگر مرکز سے سلاخ کا عمودی فاصلہ 4m ہو تو دائروی ڈھانچے کا رداس معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا $\overline{OA}$ ایک دائروی ڈھانچہ کا رداس ہے جس کا مرکز O ہے $\overline{AB}$ ایک سٹیل کی سلاخ جو دائرہ کے دو کناروں کو قطع کرتی ہے اور $\overline{OM}$ اس سے عمودی فاصلے



$$m\left(\overline{AB}\right) \text{ chord} = 6 \text{ m}$$

$$m\left(\overline{OM}\right) = 4 \text{ m}$$

$\overline{AB} \perp \overline{OM}$ مرکز سے لہٰذا $\overline{OM}$ وتر $\overline{AB}$ کی تنصیف کرتا ہے جہاں اس طرح سے $m\overline{MA} = m\overline{MB}$

$$m\left(\overline{AM}\right) = \frac{1}{2}\left(m\overline{AB}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(6\text{cm})$$

$$= 3 \text{ cm}$$

OAM ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = \left(m\overline{AM}\right)^2 + \left(m\overline{OM}\right)^2$$

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = (3)^2 + (4)^2$$

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = 9 + 16$$

$$\left(m\overline{OA}\right)^2 = 25$$

$$\sqrt{\left(m\overline{OA}\right)^2} = \sqrt{25}$$

$$m\overline{OA} = 5 \text{ m}$$

دائروی ڈھانچہ کا رداس = 5 m

معروضی طرز سوالات

اضافی کثیر الانتخابی سوالات

محکمہ تعلیم کی نئی امتحانی تکنیکس (Knowledge, Understanding, Application, Analytical & Conceptual) کی روشنی میں مرتب کیے گئے کثیر الانتخابی سوالات

دائرہ اور اس کے اجزاء

درست جواب کا انتخاب کریں۔

1- کونسی اصطلاح بیان کرتی ہے کہ مستوی میں ان تمام نقاط کا مجموعہ جو کہ ایک مقررہ نقطہ سے ہم فاصلہ ہوتے ہیں۔

(a) قطر (b) وتر (c) دائرہ (d) رداسی قطعہ

2- دائرے کے محیط کا ریاضیاتی کلیہ ہے:

(a) $c = \pi r^2$ (b) $2\pi r$ (c) $c = \frac{r}{\pi}$ (d) πd^2

3-

اس شکل میں $\overline{AB}$ کہلاتا ہے۔

(a) وتر (b) قطر (c) مرکز (d) رداس

4- ایک ایسی شکل جو ایک قطر اور قطر کے ذریعے قطع کیے گئے محیط سے گھری ہوتی ہے کہلاتی ہے؟

(a) قوس (b) قوس کبیرہ (c) نصف دائرہ (d) رداس

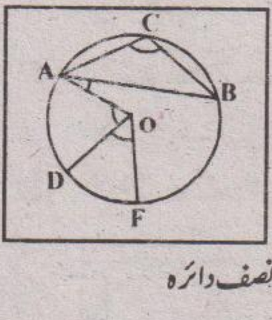
5- قوس کبیرہ ایسی قوس ہے جو ________ سے بڑی ہوتی ہے۔

(a) نصف دائرہ (b) قطعہ (c) قطر (d) رداس

6- ایسی قوس جو نصف دائرہ سے چھوٹی ہوتی ہے کہلاتی ہے؟

(a) قوس کبیرہ (b) قوس صغیرہ (c) سیکٹر (d) رداس

7- اس شکل میں محیطی زاویہ ہے۔



(a) $\angle ACB$ (b) $\angle CBA$

(c) $\angle AOD$ (d) $\angle DOF$

8- ایسی قوس جس کے مرکزی زاویہ کی پیمائش $180°$ ہو کہلاتی ہے۔

(a) سیکٹر (b) قوس صغیرہ (c) قوس کبیرہ (d) نصف دائرہ

9- ایسی قوس جس کے مرکزی زاویہ کی پیمائش $180°$ سے کم ہو کہلاتی ہے۔

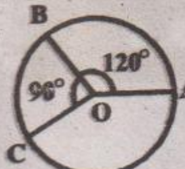
(a) قوس کبیرہ (b) قوس صغیرہ (c) نصف دائرہ (d) قطعہ

10- ایسی قوس جس کے مرکزی زاویہ کی پیمائش $180°$ سے زیادہ ہو کہلاتی ہے۔

(a) قوس کبیرہ (b) قوس صغیرہ (c) نصف دائرہ (d) قطعہ

www.ilmkidunya.com

-11 شکل میں $m\angle AOC$ کی مقدار ہے۔



(a) 180° (b) 140° (c) 150° (d) 90°

-12 قاطع خط دائرے کے محیط کو قطع کرتا ہے:

(a) ایک نقطہ پر (b) دو مختلف نقاط پر (c) تین نقاط پر (d) کسی نقطہ پر بھی نہیں

-13 مرکزی زاویہ کا راس ہمیشہ ________ پر ہوتا ہے۔

(a) محیط (b) وتر (c) مرکز (d) خط قاطع

-14 ایک ہی مرکز والے دائرے کہلاتے ہیں:

(a) نصف دائرے (b) کھلے دائرے (c) متماثل دائرے (d) ہم مرکز دائرے

-15 ایک دائرہ جس کا رداس صفر ہو کہلاتا ہے:

(a) نصف دائرہ (b) نقطہ دائرہ (c) کبیرہ دائرہ (d) صغیرہ دائرہ

8.1 دائرہ کے اثباتی مسائل (خصوصیات)

-16 اگر دو دائروں کے تین نقاط مشترک ہوں تو وہ ہوتے ہیں۔

(a) وہ کبیرہ ہوتے ہیں (b) وہ مماس ہوتے ہیں (c) وہ منطبق ہوتے ہیں (d) وہ غیر ہم خط ہوتے ہیں

-17 دو مختلف دائرے زیادہ سے زیادہ کتنے نقاط پر ایک دوسرے کو قطع کر سکتے ہیں۔

(a) ایک (b) دو (c) تین (d) چار

-18 اگر $A(x_1, y_1)$ اور $B(x_2, y_2)$ ہو تو $\overline{AB}$ کی ڈھلوان ہوگی۔

(a) $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (b) $\frac{y_2 + y_1}{x_2 - x_1}$ (c) $\frac{y_2 - y_1}{x_2 + x_1}$ (d) $\frac{y_2 - y_1}{y_1 - y_2}$

-19 اگر $A(4, 7)$ اور $B(3, 9)$ ہوں تو $\overline{AB}$ کی ڈھلوان ہوگی۔

(a) 2 (b) $\frac{7}{2}$ (c) -2 (d) $\frac{2}{3}$

-20 دائرے کے وتر جو دائرے کے مرکز سے ہم فاصلہ ہوں وہ ہوتے ہیں:

(a) متوازی (b) عمود (c) لمبائی میں برابر (d) ایک دوسرے کے ناصف

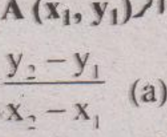
-21 دائرے کے مرکز سے کسی وتر پر کھینچا گیا عمود اس کی ________ کرتا ہے۔

(a) تنصیف (b) مساوی (c) بڑا (d) کمی

-22 اگر دائرے کے رداس کی لمبائی 5cm ہو۔ اور ایک وتر 8cm ہو۔ تو دائرے کے مرکز سے وتر تک کا عمودی فاصلہ ہوگا:

(a) 2 cm (b) 3 cm (c) 4 cm (d) 5 cm

-23 شکل میں اگر $m\overline{AB} = m\overline{CD}$ اور $m\overline{OM} = 5cm$ تو $m\overline{OL}$ ہوگی۔



(a) 2 cm (b) 3 cm (c) 4 cm (d) 5 cm

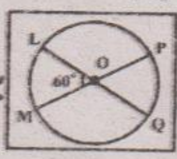
-24 ایک دائرے میں اگر دو مرکزی زاویے متماثل ہوں تو ان کے متعلقہ قوسیں ہوں گی۔

(a) سپلیمنٹری (b) عمود (c) متوازی (d) متماثل

www.ilmkidunya.com

25- ایک دائرہ میں اگر دو وتر متماثل ہوں تو ان کے متعلقہ قوسیں ہوں گی:

(a) برابر (b) نابرابر (c) بڑی (d) چھوٹی

26- شکل 

میں $m\overline{LM} = m\overline{PQ}$ تو زاویہ $\angle POQ$ کی مقدار ہوگی۔

(a) 40° (b) 65° (c) 90° (d) 60°

27- شکل

میں اگر $m\overline{AB} = 10\ cm$ ہو تو $m\overline{CD}$ ہوگی:

(a) 5 cm (b) 7 cm (c) 9 cm (d) 10 cm

جوابات

1- دائرہ	2- $2\pi r$	3- وتر	4- نصف دائرہ	5- نصف دائرہ
6- قوس صغیرہ	7- $\angle ACB$	8- نصف دائرہ	9- قوس صغیرہ	10- قوس کبیرہ
11- 150°	12- دو مختلف نقاط پر	13- مرکز	14- ہم مرکز دائرے	15- نقطہ دائرہ
16- وہ منطبق ہوتے ہیں	17- وتر	18- $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	19- -2	20- لمبائی میں برابر
21- تنصیف	22- 3 cm	23- 5 cm	24- متماثل	25- برابر
26- 60°	27- 10 cm			

اضافی مختصر سوالات

محکمہ تعلیم کی نئی امتحانی تکنیکس (Knowledge, Understanding, Application, Analytical & Conceptual) کی روشنی میں مرتب کیے گئے مختصر جوابی سوالات

دائرہ اور اس کے اجزاء

مختصر جواب دیں۔

1- دائرہ کیا ہوتا ہے؟

جواب: دائرہ ان تمام نقاط کا مجموعہ ہوتا ہے جو کہ ایک مقررہ نقطہ سے ہم فاصلہ ہوتے ہیں۔

2- دائرہ کے محیط کی تعریف کریں۔

جواب: دائرے کی حدی لمبائی محیط کہلاتی ہے۔

3- ایک رداسی قطعہ اور رداس میں فرق کیا ہوتا ہے؟

جواب: قطعہ خط جو کہ دائرہ کے کسی بھی نقطہ کو اس کے مرکز سے ملاتا ہے رداسی قطعہ کہلاتا ہے۔ اور اس کی پیمائش کو دائرہ کا رداس کہا جاتا ہے۔

4- دائرے کا وتر کیا ہوتا ہے؟

جواب: ایک قطعہ خط جو دائرہ کے کوئی سے دو مختلف نقاط کو ملائے دائرے کا وتر کہلاتا ہے۔

-5 دائرے کے قطر کی تعریف کریں۔

جواب: ایک وتر جو دائرہ کے مرکز سے گزرے دائرہ کا قطر کہلاتا ہے۔

-6 اصطلاح "قوس" کی تعریف کریں۔

جواب: دائرے کے محیط کا کوئی بھی حصہ ایک قوس کہلاتی ہے۔

-7 نصف دائرہ کی تعریف کریں۔

جواب: ایک نصف دائرہ دائرے کا آدھا ہوتا ہے۔ جو ایک قطر اور قطر کے ذریعے قطع کیے گئے محیط سے گھری ہوتی ہے۔

-8 قوس صغیرہ کی تعریف کریں۔

جواب: قوس صغیرہ ایسی قوس ہوتی ہے جو نصف دائرہ سے چھوٹی ہوتی ہے۔

-9 قوس کبیرہ کی تعریف کریں۔

جواب: قوس کبیرہ ایسی قوس ہوتی ہے جو نصف دائرہ سے بڑی ہوتی ہے۔

-10 قطعہ دائرہ کی تعریف لکھیں۔

جواب: وہ رقبہ (علاقہ) جو ایک وتر اور قطع کی گئی قوس کے درمیان گھرا ہوتا ہے۔ دائرہ کا قطعہ کہلاتا ہے۔

-11 قطعہ میں زاویہ کی تعریف کریں۔

جواب: اگر قطعہ کی قوس پر موجود ایک نقطہ کو وتر کے آخری نقاط سے ملائیں تو اس طرح بننے والا زاویہ قطعہ کہلاتا ہے۔

-12 دائرہ کا قاطع خط کیا ہوتا ہے؟

جواب: ایسا خط مستقیم جو دائرے کے محیط کو دو مختلف نقاط پر قطع کرے قاطع خط کہلاتا ہے۔

-13 دائرہ کے مرکزی زاویے کی تعریف کریں۔

جواب: اگر قوس یا وتر کے کناروں کو دائرہ کے مرکز سے ملایا جائے تو اس طرح بننے والا زاویہ مرکزی زاویہ کہلاتا ہے۔

-14 دائرہ کے تمام مرکزی زاویوں کا مجموعہ کتنا ہوتا ہے؟

جواب: جن مرکزی زاویوں کے اندرونی نقاط مشترک نہ ہوں۔ ان کا مجموعہ $360°$ ہوتا ہے۔

-15 ہم مرکز دائروں کی تعریف کریں۔

جواب: ایک مرکز والے دائرے ہم مرکز دائرے کہلاتے ہیں۔

-16 نقطہ دائرہ کیا ہوتا ہے؟

جواب: ایک دائرہ جس کا رداس صفر ہو نقطہ دائرہ کہلاتا ہے۔

8.1 دائرہ کے اثباتی مسائل (خصوصیات)

-17 ایک منفرد دائرہ کھینچنے کے لیے تین نقاط کی شرط کیا ہے؟

جواب: وہ تینوں نقاط غیر ہم خط ہوں یعنی وہ ایک ہی خط مستقیم پر واقع نہ ہوں۔

-18 کیا نقاط P(0, 0)، Q(2, 2) اور R(4, 4) میں سے ایک منفرد دائرہ گزر سکتا ہے، معلوم کریں۔

حل:

$$PQ = \frac{2-0}{2-0} = \frac{2}{2} = 1$$ کی ڈھلوان

$$QR = \frac{4-2}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$$ کی ڈھلوان

-19 مرکز سے کھینچے گئے خط اور وتر کے درمیان کیا تعلق ہوتا ہے؟ اگر وہ خط وتر کی تنصیف کرے۔

جواب: اگر دائرے کے مرکز سے وتر کی تنصیف کے لیے خط مستقیم کھینچا جائے تو وہ وتر پر عمود ہوگا۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ اس خط اور وتر کے درمیان بننے والا زاویہ $90°$ کا ہوتا ہے۔

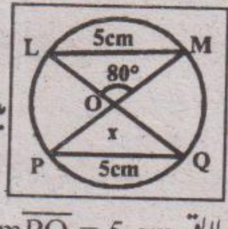
-20 ایک دائرے کے دو وتر متماثل ہیں۔ اگر ایک وتر دائرے کے مرکز سے 15 cm کے فاصلے پر ہو تو دوسرے وتر کا دائرے کے مرکز سے فاصلہ کیا ہوگا؟

جواب: کیونکہ دونوں وتر متماثل ہیں۔ تو وہ دونوں مرکز سے ہم فاصلہ ہوں گے۔ پس دوسرے وتر کا بھی مرکز سے فاصلہ 15 cm ہی ہوگا۔

-21 ایک دائرے میں دو وتروں کا مرکز سے عمودی فاصلہ برابر ہے۔ دوسرے وتر کی لمبائی کیا ہوگی اگر ایک وتر کی لمبائی 10 cm ہو۔

جواب: کیونکہ دونوں وتروں کا مرکز سے عمودی فاصلہ برابر ہے اس لیے ان وتروں کی لمبائیاں بھی برابر ہوں گی۔ پس دوسرے وتر کی لمبائی بھی 10 cm ہی ہوگی۔

-22 شکل میں



میں x کی قدر معلوم کریں۔

حل: شکل کے مطابق $m\overline{LM} = m\overline{PQ} = 5\text{ cm}$

اگر وتر متماثل ہیں تو متعلقہ زاویے بھی برابر ہوتے ہیں۔

پس $m\angle POQ = m\angle MOL$

$x = 80°$

-23 ایک O مرکز والے دائرے میں $m\angle AOB = 60°$ اور $m\angle COD = 60°$ ہیں۔ اگر قوس AB کی لمبائی 5 cm ہو تو قوس CD کی لمبائی معلوم کریں۔

حل: چونکہ دونوں مرکزی زاویے برابر ہیں

$$m\angle AOB = m\angle COD = 60°$$

پس متعلقہ قوس بھی لازمی برابر ہوں گی۔

$$m\widehat{CD} = m\widehat{AB}$$

$$m\widehat{CD} = 5\text{cm}$$

-24 ایک O مرکز والے دائرے میں اگر قوس $\overline{AB}$ قوس CD کے متماثل ہے۔ اگر $\angle AOB$ $80°$ کا ہو تو $\angle COD$ کی پیمائش معلوم کریں۔

حل: چونکہ قوسیں متماثل ہیں۔

$$\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$$

پس متعلقہ مرکزی زاویے بھی متماثل ہوں گے۔

$$m\angle COD \cong m\angle AOB$$

$$m\angle COD \cong 80°$$

www.ilmkidunya.com