یونٹ 9

متشابہ اشکال (Similar Figures)

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

- متشابہ کثیر الاضلاع اشکال کی پہچان کر سکیں اور متشابہ کثیر الاضلاع اشکال کا رقبہ اور حجم معلوم کر سکیں۔
- متشابہ اشکال اور متشابہ اجسام کے رقبے اور حجم کے تعلق کو استعمال کرتے ہوئے مسائل حل کر سکیں۔
- حقیقی زندگی کے مسائل کو حل کر سکیں جو منظم کثیر الاضلاع مثلثوں اور متوازی الاضلاع سے متعلق ہوں (جیسا کہ عمارات کے ڈیزائن، جنگلہ لگانا، فرش لگانا، رنگ کرنا اور کمروں میں قالین بچھانا)۔

تعارف (Introduction)

مماثلت کا تصوّر قدیم یونانیوں کی تاریخ تک جاتا ہے جہاں پر یونانی ریاضی دان خاص طور پر اقلیدس نے جیومیٹری کے بنیادی اصول وضع کیے۔ اُس کے تخلیقی کام "عناصر" میں اقلیدس نے جیومیٹری کی بشمول متشابہ مثلثان اور کثیر الاضلاع کے نظریے کی بنیاد رکھی۔ اقلیدس کے مزید کام نے جدید جیومیٹری کی بنیاد رکھی اور مماثلت کے نظریہ نے ریاضی کی بہت سی شاخوں بشمول تکونیات اور الجبرا میں مرکزی حیثیت حاصل کی۔

9.1 کثیر الاضلاع کی مماثلت (Similarity of Polygons)

> **یاد رکھیے!**
> تین یا تین سے زیادہ اضلاع والی بند شکل کو کثیر الاضلاع کہا جاتا ہے۔

متشابہ اشکال ایک جیسی ہوتی ہیں۔ لیکن ضروری نہیں کہ اُن کی جسامت ایک جیسی ہو۔ دو کثیر الاضلاع متشابہ ہوتی ہیں اگر ان کے متناظرہ زاویے برابر اور متناظرہ اضلاع متناسب میں ہوں (یعنی متناظرہ اضلاع کی نسبتیں برابر ہوتی ہیں) اس کا مطلب ہے اگر دو کثیر الاضلاع متشابہ ہوں تو ایک کثیر الاضلاع دوسری کثیر الاضلاع کا متناسب عکس ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر تمام متساوی الاضلاع مثلثیں ایک دوسری کے متشابہ ہوتی ہیں۔ کیوں کہ ان کے زاویے مقدار میں برابر اور اضلاع کی پیمائش متناسب ہوتی ہے۔

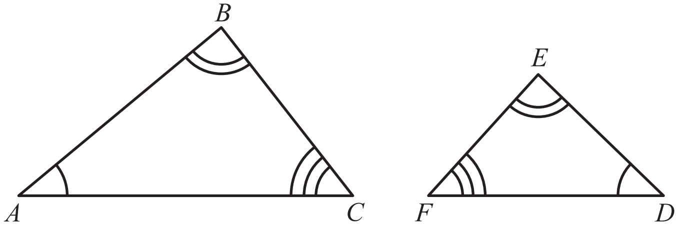
9.1.1 متشابہ مثلثان کی پہچان (Identification of Similar Triangles)

(i) اگر دو مثلثوں کی دی ہوئی مطابقت میں ایک مثلث کے دو زاویے دوسری مثلث کے دو متناظرہ زاویوں کے متماثل ہوں تو ہر ایک مثلث کا تیسرا زاویہ بھی متماثل ہو گا کیوں کہ زاویے ایک جیسے ہیں اس لیے مثلثیں متشابہ ہوں گی۔ متشابہ کی علامت '~' ہے۔

مثلاً اگر دو مثلثوں ABC اور DEF کی مطابقت میں

NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

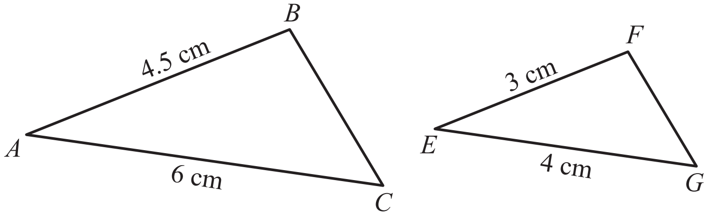


$m\angle A = m\angle D$
$m\angle B = m\angle E$
$m\angle C = m\angle F$

پس $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

(ii) اگر دو مثلثوں کی دی ہوئی مطابقت میں دو متناظرہ اضلاع کی نسبت اور ان کا درمیانی زاویہ برابر ہوں تو مثلثیں متشابہ ہوں گی۔

$\Delta ABC \leftrightarrow \Delta EFG$ میں $m\angle ABC = m\angle EFG$ اور متناظرہ اضلاع کی نسبتیں:



$$\frac{m\overline{AB}}{m\overline{EF}} = \frac{4.5}{3} = \frac{3}{2}$$

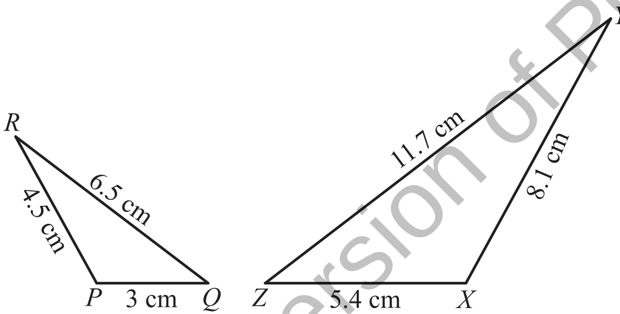
اور

$$\frac{m\overline{AC}}{m\overline{EG}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

پس مثلثان ABC اور EFG متشابہ ہیں۔

(iii) اگر دو مثلثوں کی دی ہوئی مطابقت میں تمام متناظرہ اضلاع کی نسبتیں برابر ہوں تو مثلثیں متشابہ ہوں گی۔

مثلثان PQR اور XZY کے درمیان مطابقت میں متناظرہ اضلاع کی نسبتیں یہ ہیں:



$$\frac{m\overline{PQ}}{m\overline{XZ}} = \frac{m\overline{QR}}{m\overline{YZ}} = \frac{m\overline{PR}}{m\overline{XY}}$$

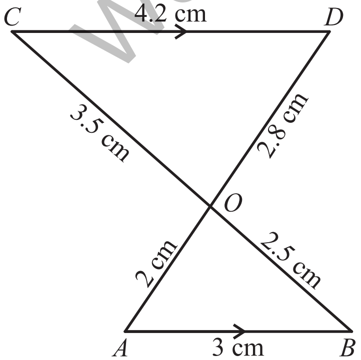
$$\frac{3}{5.4} = \frac{6.5}{11.7} = \frac{4.5}{8.1}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5}{9} = \frac{5}{9}$$

پس مثلثان PQR اور XYZ متشابہ ہیں۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

اضلاع کے متناسب کا مطلب ہے ایک ضلع اس کے دوسرے متناظرہ ضلع کا k گنا ہوتا ہے۔



مثال 1: اگر متناظرہ اضلاع کا ایک جوڑا دوسرے کے متوازی ہو تو دو مثلثیں متشابہ ہوں گی جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ مثلاً دی ہوئی شکل میں $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ کے متوازی ہے۔

$m\angle AOB = m\angle DOC$ (راسی زاویے)

$m\angle A = m\angle D$ (متوازی خطوط کے متبادلہ زاویے)

$m\angle B = m\angle C$ (متوازی خطوط کے متبادلہ زاویے)

حل: چوں کہ تینوں متناظرہ زاویے مقدار میں برابر ہیں۔ پس $\Delta OAB \sim \Delta ODC$

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

متناظرہ اضلاع کی نسبتیں مقدار میں برابر ہوتی ہیں۔ یعنی

$$\frac{m\overline{OA}}{m\overline{OD}} = \frac{m\overline{AB}}{m\overline{DC}} = \frac{m\overline{OB}}{m\overline{OC}}$$

$$\frac{2}{2.8} = \frac{3}{4.2} = \frac{2.5}{3.5}$$

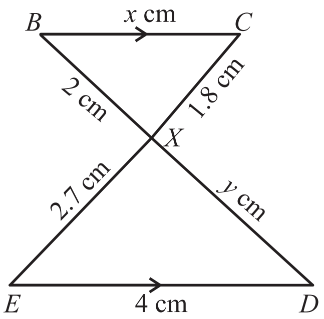
$$\frac{5}{7} = \frac{5}{7} = \frac{5}{7}$$

پس مثلثان OAB اور ODC متشابہ ہیں۔

مثال 2: مثلثان XBC اور XDE میں x اور y کی مقداریں معلوم کریں۔

حل: چوں کہ $\overline{BC}$ ، $\overline{ED}$ کے متوازی ہے۔ اس لیے مثلثان XBC اور XDE متشابہ ہیں۔

پس متناظرہ اضلاع کی نسبتیں درج ذیل ہیں۔



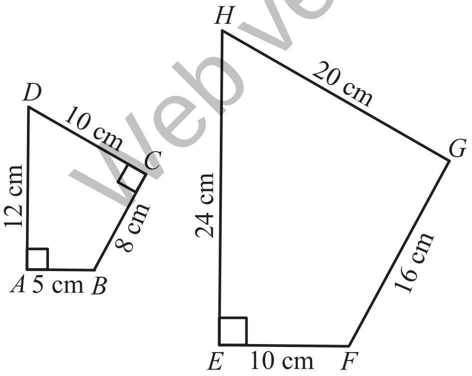
$$\frac{m\overline{XB}}{m\overline{XD}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{DE}} = \frac{m\overline{XC}}{m\overline{XE}}$$

$$\frac{2}{y} = \frac{x}{4} = \frac{1.8}{2.7}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{1.8}{2.7} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1.8}{2.7} \times 4 = 2.67\,\text{cm}$$

$$\frac{2}{y} = \frac{1.8}{2.7} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{2.7}{1.8} \times 2 = 3\text{ cm}$$

9.1.2 چوکور کی مماثلت (Similarity of Quadrilaterals)



مثال 3: چوکور $ABCD$ کے اضلاع کی مقداریں $m\overline{AB} = 5\text{cm}$ ، $m\overline{BC} = 8\text{cm}$ ، $m\overline{CD} = 10\text{ cm}$ ، $m\overline{AD} = 12\text{cm}$ اور اس کے زاویے $m\angle A = 90°$ ، $m\angle B = 120°$ اور $m\angle C = 90°$ ہیں اور چوکور $EFGH$ کے اضلاع کی مقداریں $m\overline{EF} = 10\text{ cm}$ ، $m\overline{FG} = 16\text{cm}$ ، $m\overline{GH} = 20\text{cm}$ ، $m\overline{EH} = 24\text{cm}$ اور اس کے زاویے $m\angle E = 90°$ ، $m\angle F = 120°$ ، $m\angle H = 60°$ ہیں تو ثابت کریں کہ چوکور $ABCD$ اور چوکور $EFGH$ متشابہ ہیں۔

حل: ہم دیکھتے ہیں چوکور $ABCD$ میں

$$m\angle D = 360° - (90° + 120° + 90°) = 60°$$

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

چوکور $EFGH$ میں $m\angle G = 360° - (90° + 120° + 60°) = 90°$

اب دیکھیں کہ اگر دو چوکوروں کے متناظرہ زاویے مقدار میں برابر ہوں تو

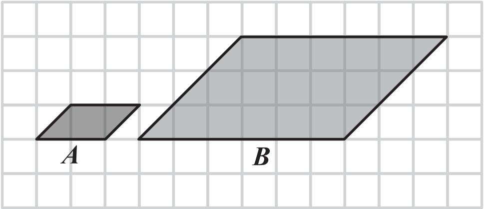
$m\angle C = m\angle G = 90°, m\angle B = m\angle F = 120°, m\angle A = m\angle E = 90°$ اور $m\angle D = m\angle H = 60°$

پھر متناظرہ اضلاع کی نسبتیں دیکھیں۔

$\overline{BC}$ کی $\overline{FG}$ سے نسبت : $\frac{m\overline{BC}}{m\overline{FG}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$, $\overline{AB}$ کی $\overline{EF}$ سے نسبت : $\frac{m\overline{AB}}{m\overline{EF}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\overline{AD}$ کی $\overline{EH}$ سے نسبت : $\frac{m\overline{AD}}{m\overline{EH}} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$, $\overline{CD}$ کی $\overline{GH}$ سے نسبت : $\frac{m\overline{CD}}{m\overline{GH}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

چوں کہ دو چوکوروں کے متناظرہ زاویے مقدار میں برابر ہیں اور متناظرہ اضلاع متناسب ہیں ($\frac{1}{2}$ نسبت کے ساتھ) اس لیے چوکور $ABCD$ اور چوکور $EFGH$ متشابہ ہیں۔



مثال 4: دو متوازی الاضلاع میں دو اضلاع کا درمیانی زاویہ $45°$ ہو تو معلوم کریں کہ کیا دونوں متوازی الاضلاع متشابہ ہیں؟

حل: چوں کہ متوازی الاضلاع کے متناظرہ زاویے مقدار میں برابر اور متصلہ زاویے سپلیمنٹری ہوتے ہیں۔ اس لیے دونوں متوازی الاضلاع میں متناظرہ زاویے ($45°$ ، $135°$ ، $45°$ اور $135°$) مقدار میں برابر ہیں۔ پس دونوں متوازی الاضلاع متشابہ ہیں۔

چھوٹی متوازی الاضلاع کے قاعدہ کی مقدار b_1 = 2 اکائیاں

بڑی متوازی الاضلاع کے قاعدہ کی مقدار b_2 = 6 اکائیاں

چھوٹی متوازی الاضلاع کے عمود کی مقدار h_1 = 1 اکائی

بڑی متوازی الاضلاع کے عمود کی مقدار h_2 = 3 اکائیاں

متناظرہ اضلاع کی لمبائیوں کی نسبتیں برابر ہوتی ہیں۔ یعنی کہ $\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{3}$ اور $\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

پس $\frac{b_1}{b_2} = \frac{h_1}{h_2}$

مثال 5: منظم مثمن کا احاطہ 48 cm ہے۔ ایک دوسری مثمن کے اضلاع کی لمبائیوں پہلی مثمن کا 1.2 گنا ہیں۔ دوسری منظم مثمن کے اضلاع کی لمبائیاں معلوم کریں۔

NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

حل: پہلی منظم مثمن کے احاطہ کی مقدار $= 48$ cm

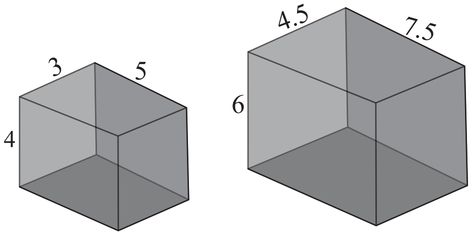
پہلی منظم مثمن کے ضلع کی لمبائی $= \dfrac{48}{8} = 6$ cm

دوسری منظم مثمن کے ضلع کی لمبائی $= 6 \times 1.2 = 7.2$ cm

مشق 9.1

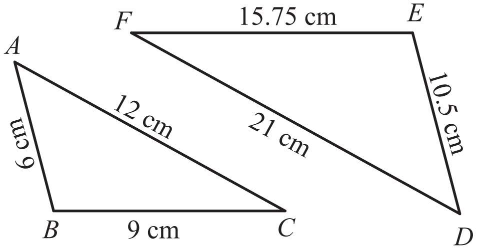
Web version of PCTB textbook

1۔ معلوم کریں کہ کیا دیے گئے اجسام متشابہ ہیں؟ تمام لمبائیاں cm میں ہیں۔

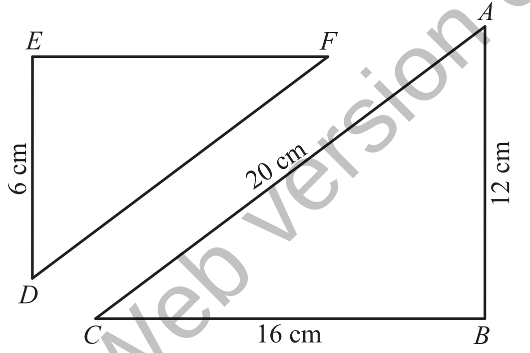


2۔ مثلث ABC میں اضلاع کی لمبائیاں $m\overline{AB} = 6$ cm، $m\overline{BC} = 9$ cm اور $m\overline{CA} = 12$ cm اور مثلث DEF میں اضلاع کی لمبائیاں $m\overline{FD} = 21$cm، $m\overline{EF} = 15.75$cm اور $m\overline{DE} = 10.5$ ہیں۔

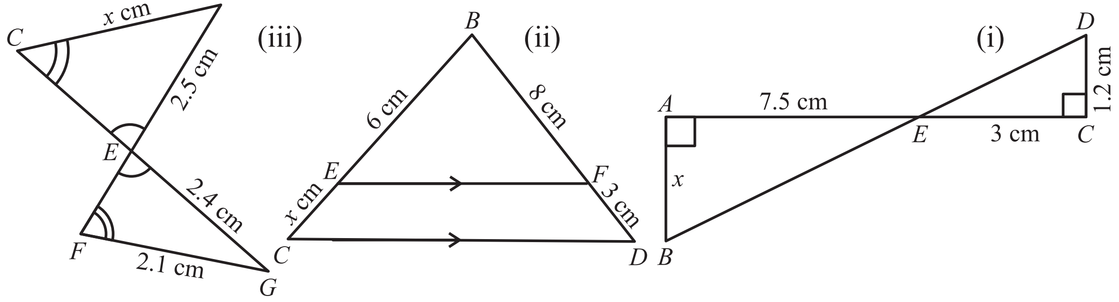
ثابت کریں کہ $\triangle ABC$ اور $\triangle DEF$ متشابہ ہیں۔



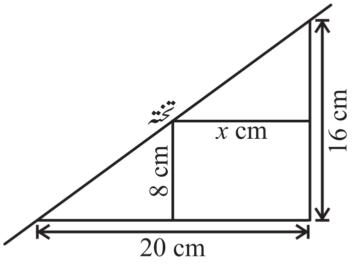
3۔ سامنے دی گئی شکل میں $\triangle ABC \sim \triangle DEF$، $m\overline{AB} = 12$ cm، $m\overline{AC} = 20$ cm اور $m\overline{BC} = 16$ cm ہے۔ $\triangle DEF$ میں $m\overline{DE} = 6$ cm ہے۔ $\overline{DF}$ اور $\overline{EF}$ کی لمبائیاں معلوم کریں۔



4۔ نیچے دی گئی ہر ایک شکل میں x کی قیمت معلوم کریں۔

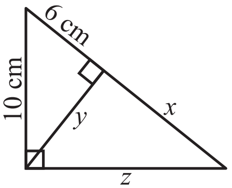


NOT FOR SALE-PESRP



5۔ لکڑی کا ایک تختہ سیدھا سیڑھی کے اوپر رکھا گیا ہے جس کی چوڑائی 20 cm اور گہرائی 16 cm ہے۔ایک مستطیلی صندوق جس کی اونچائی 8 cm اور چوڑائی x cm ہے۔تختے کے نیچے سیڑھی پر رکھا گیا ہے۔x کی قیمت معلوم کریں۔

6۔ ایک آدمی جس کا قد 1.8 m ہے۔اُس کے سائے کی لمبائی 0.76 m ہے اگر عین اُسی وقت ایک ٹیلی فون کے کھمبے کا سایہ 3 m ہو تو کھمبے کی اونچائی معلوم کریں۔



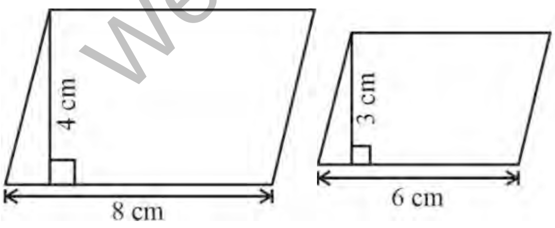
7۔ دی ہوئی شکل میں x، y اور z کی قیمتیں معلوم کریں۔

8۔ ایک متساوی الساقین ذوزنقہ $ABCD$ بنائیے۔ جس میں $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ اور $m\overline{AB} > m\overline{CD}$، وتر $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ اس طرح کھینچیں کہ وہ ایک دوسرے کو نقطہ E پر قطع کرتے ہوں۔ ثابت کیجیے $\triangle ABE$ اور $\triangle CDE$ متشابہ ہیں۔اگر $m\overline{AB} = 8$ cm، $m\overline{CD} = 4$ cm اور $m\overline{AE} = 3$cm ہو تو $\overline{CE}$ کی لمبائی معلوم کیجیے۔

9۔ ایک منظم بارہ اضلاع والی شکل کی لمبائیاں $\frac{1}{\sqrt{2}}$ کے جزوضربی کی نسبت سے کم کی گئی ہیں۔اگر اصل منظم بارہ اضلاع والی شکل کا احاطہ 72 cm ہو تو چھوٹی بارہ اضلاع والی شکل کے ضلع کی مقدار معلوم کریں۔

9.2 متشابہ اشکال کا رقبہ (Area of Similar Figures)

دو متوازی الاضلاع جن کے متناظرہ قاعدوں کی لمبائیاں بالترتیب 6cm اور 8 cm اور متناظرہ ارتفاع کی لمبائیاں 3cm اور 4cm ہیں اور ان کی لمبائیوں کے درمیان 3 اور 4 کی نسبت ہے۔



یعنی $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{3}{4}$

چھوٹی متوازی الاضلاع کا رقبہ A_1 = قاعدہ × ارتفاع

$= 6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$

بڑی متوازی الاضلاع کا رقبہ A_2 = قاعدہ × ارتفاع

$= 8 \times 4 = 32 \text{ cm}^2$

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

$$\text{رقبوں میں نسبت} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^2$$

جب کہ متشابہ اشکال کے رقبے A_1 اور A_2 اور دو متناظرہ اضلاع کی لمبائیاں ℓ_1 اور ℓ_2 ہیں۔

پس کسی بھی دو متشابہ اشکال کے رقبوں میں نسبت ان اشکال کے متناظر اضلاع کی نسبت کے مربع کے برابر ہوتی ہے۔

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^2$$

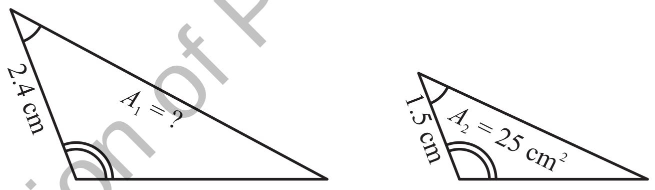
چوں کہ ہر ایک لمبائی دوسری کا k گنا ہے۔

$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = k \text{ ہو تو } \frac{A_1}{A_2} = k^2$$

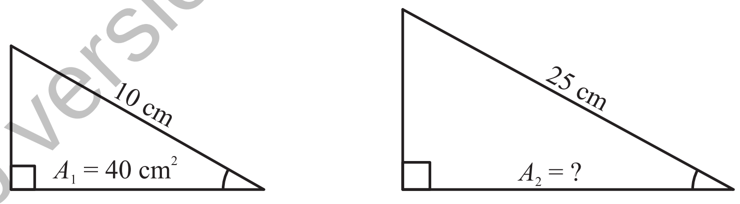
یعنی رقبہ A_1 رقبہ A_2 کا k^2 گنا ہے۔ اور k متناسبی عنصر کہلاتا ہے۔

مثال 6: درج ذیل اشکال میں نامعلوم مقداریں معلوم کریں۔

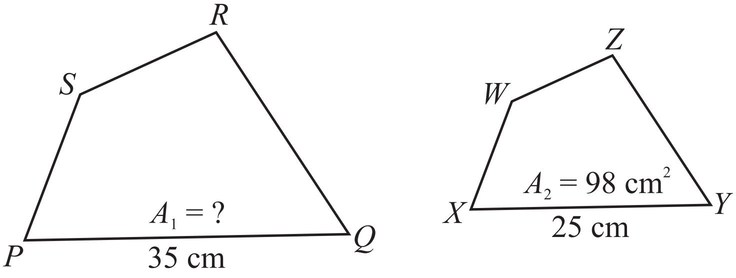
(i)



(ii)



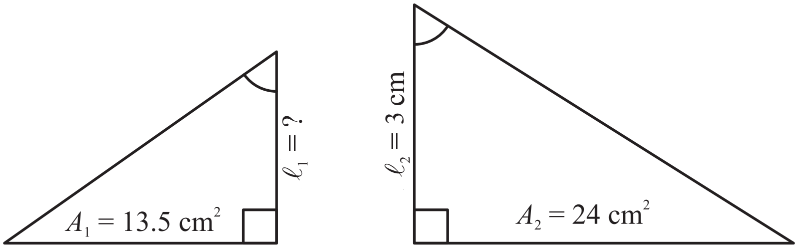
(iii) چوکور $PQRS$ اور چوکور $XYZW$ متشابہ ہیں جب کہ $m\overline{PQ} = 35\text{cm}$ اور $m\overline{XY} = 25\text{cm}$



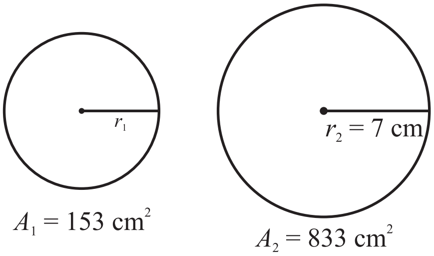
Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

(iv)



(v)



Web version of PCTB textbook

حل: (i) چوں کہ دو متناظرہ زاویوں کے جوڑے برابر ہیں یعنی مثلثیں متشابہ ہیں۔ ہم متشابہ اشکال کے رقبوں کی نسبتوں کا کلیہ استعمال کرتے ہیں۔

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^2$$

یہاں $\ell_1 = 2.4\text{ cm}$ ، $\ell_2 = 1.5\text{ cm}$ ، $A_2 = 25\text{ cm}^2$ ، $A_1 = ?$

$$\frac{A_1}{25} = \left(\frac{2.4}{1.5}\right)^2$$

$$\frac{A_1}{25} = \left(\frac{8}{5}\right)^2$$

$$A_1 = \frac{64}{25} \times 25 = 64\text{ cm}^2$$

(ii) کلیہ کی مدد سے

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^2$$

یہاں $\ell_1 = 10\text{ cm}$ ، $\ell_2 = 25\text{ cm}$ ، $A_1 = 40\text{ cm}^2$ ، $A_2 = ?$

$$\frac{40}{A_2} = \left(\frac{10}{25}\right)^2$$

$$\frac{40}{A_2} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

NOT FOR SALE-PESRP

$$\frac{40}{A_2} = \frac{4}{25}$$

$$A_2 = 40 \times \frac{25}{4} = 250 \text{ cm}^2$$

(iii) یہ دیا گیا ہے کہ چوکور $PQRS$ چوکور $XYZW$ کے متشابہ ہے۔

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^2$$

$A_2 = 98\text{cm}^2$ ، $A_1 = ?$ ، $\ell_2 = 25$ cm ، $\ell_1 = 35$ cm

$$\frac{A_1}{98} = \left(\frac{35}{25}\right)^2$$

$$\frac{A_1}{98} = \left(\frac{7}{5}\right)^2$$

$$A_1 = \frac{49}{25} \times 98 = 192.08 \text{ cm}^2$$

(iv) چوں کہ دونوں مثلثوں میں دو متناظرہ زاویوں کے جوڑے مقدار میں برابر ہیں۔ اس لیے مثلثیں متشابہ ہیں۔

$$\therefore \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^2$$

$A_2 = 24 \text{ cm}^2$ ، $A_1 = 13.5 \text{ cm}^2$ ، $\ell_2 = 3$ cm ، $\ell_1 = ?$

$$\frac{13.5}{24} = \left(\frac{\ell_1}{3}\right)^2$$

$$\frac{135}{240} = \left(\frac{\ell_1}{3}\right)^2$$

$$\frac{9}{16} = \left(\frac{\ell_1}{3}\right)^2$$

$$\sqrt{\left(\frac{\ell_1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{16}}$$ (جذر لینے سے)

$$\frac{\ell_1}{3} = \frac{3}{4}$$

$$\ell_1 = \frac{9}{4}$$

$$= 2.25\text{cm}$$

Web version of PCTB textbook
NOT FOR SALE-PESRP

(v) متشابہ کرّوں کے لیے

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^2$$

یہاں $r_1 = ?$ ، $r_2 = 7\text{ cm}$ ، $A_1 = 153\text{ cm}^2$ ، $A_2 = 833\text{ cm}^2$

$$\frac{153}{833} = \left(\frac{r_1}{7}\right)^2$$

$$\frac{9}{49} = \left(\frac{r_1}{7}\right)^2$$

(جذر لینے سے) $$\sqrt{\left(\frac{r_1}{7}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{49}}$$

$$\frac{r_1}{7} = \frac{3}{7} \Rightarrow r_1 = 3\text{ cm}$$

Web version of PCTB textbook

مثال 7: دو کثیر الاضلاع کے متناظرہ اضلاع کی نسبت $\frac{3}{5}$ ہے اگر چھوٹی کثیر الاضلاع کا رقبہ 54 cm^2 ہو تو بڑی کثیر الاضلاع کا رقبہ معلوم کریں۔

حل: دو متشابہ کثیر الاضلاع کے رقبوں کی نسبت ان کے متناظرہ اضلاع کی نسبت کا مربع ہے۔

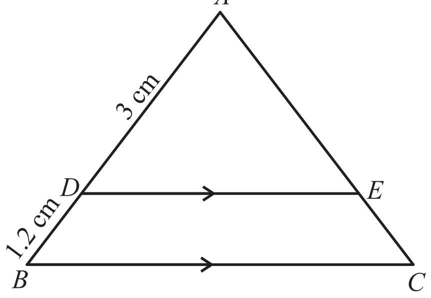
پس $$\frac{\text{بڑی کثیر الاضلاع کا رقبہ}}{\text{چھوٹی کثیر الاضلاع کا رقبہ}} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

اس لیے $$\text{بڑی کثیر الاضلاع کا رقبہ} = \frac{25}{9} \times 54 = 150\text{ cm}^2$$

مثال 8: اگر $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ہو تو ثابت کریں کہ مثلثان ABC اور ADE متشابہ ہیں۔

(i) اگر $m\overline{AB} = 3\text{cm}$ اور $m\overline{BD} = 1.2\text{cm}$ ہو تو ΔABC اور ΔADE کے رقبوں میں نسبت معلوم کریں۔

(ii) اگر ΔADE کا رقبہ 125cm^2 ہو تو ΔABC اور ذوزنقہ $BCED$ کا رقبہ معلوم کریں۔



حل: چوں کہ $m\angle A = m\angle A$ (مشترک)، $m\angle B = m\angle D$ اور

$m\angle C = m\angle E$ (متوازی اضلاع $\overline{BC}$ اور $\overline{DE}$ کے متناظرہ زاویے)

پس ΔABC متشابہ ہے ΔADE سے۔

(i) $$\text{اضلاع کی نسبت} = \frac{m\overline{AB}}{m\overline{AD}} = \frac{3+1.2}{3} = \frac{4.2}{3} = \frac{7}{5}$$

NOT FOR SALE-PESRP

$$\therefore \quad \frac{\Delta ABC \text{ کارقبہ}}{\Delta ADE \text{ کارقبہ}} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^2 = \left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{49}{25}$$

(ii) ΔADE کا رقبہ $= 125 \text{ cm}^2$

$$\frac{\Delta ABC \text{ کارقبہ}}{125} = \frac{49}{25}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta ABC \text{ کارقبہ} = \frac{49}{\cancel{25}} \times \cancel{125}^{5} = 245 \text{ cm}^2$$

ذوزنقہ $BCED$ کارقبہ = ΔABC کارقبہ − ΔADE کارقبہ

$= 245 - 125 = 120 \text{ cm}^2$

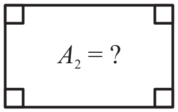
مشق نمبر 9.2

1۔ متشابہ اشکال کے رقبوں کی نسبت معلوم کریں اگر اُن کی متناظرہ لمبائیوں کی نسبت درج ذیل ہوں۔

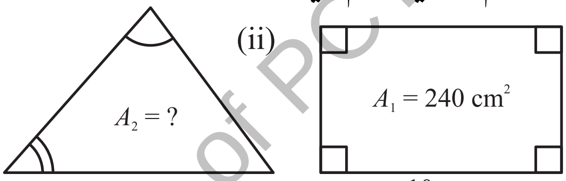
(i) 1:3 (ii) 3:4 (iii) 2:7 (iv) 8:9 (v) 6:5

2۔ درج ذیل اشکال میں نامعلوم مقداریں معلوم کریں۔

(i)

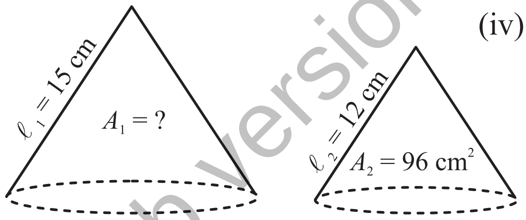


(ii)

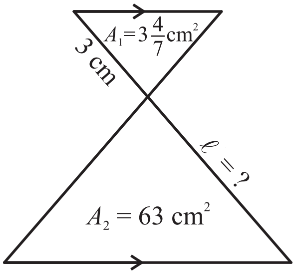


(iii)

(iv)



(v)

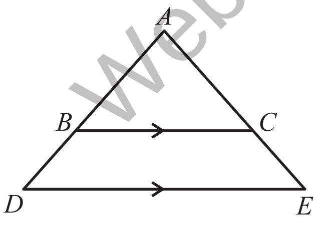


3۔ ΔABC کارقبہ 36cm^2 ہے اور

$m\overline{BD} = 4$ cm ، $m\overline{AB} = 6$ cm

(a) ΔADE کارقبہ معلوم کریں۔

(b) ذوزنقہ $BCED$ کارقبہ معلوم کریں۔



4۔ ΔABC اور ΔDEF سکیل $k = 3$ متناسبی عامل کے ساتھ متشابہ ہیں اگر ΔABC کارقبہ 50 cm^2 ہو تو ΔDEF کارقبہ معلوم کریں۔

NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

5۔ چوکور $ABCD$ اور چوکور $EFGH$ سکیل فیکٹر $k = \frac{1}{4}$ کے ساتھ متشابہ ہیں۔ اگر چوکور $ABCD$ کا رقبہ $64\ cm^2$ ہو تو چوکور $EFGH$ کا رقبہ معلوم کریں۔

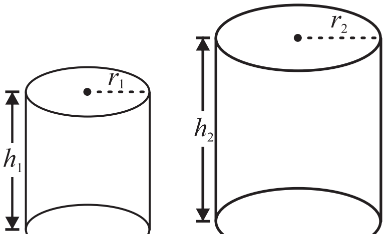
6۔ دو متشابہ مثلثوں کے رقبے $16cm^2$ اور $25cm^2$ ہیں۔ متناظرہ اضلاع کے جوڑے کی نسبت معلوم کریں۔

7۔ دو مشابہ مثلثوں کے رقبے $144\ cm^2$ اور $81cm^2$ ہیں اگر بڑی مثلث کے قاعدہ کی لمبائی $30\ cm$ ہو تو چھوٹی مثلث کے متناظرہ قاعدہ کی لمبائی معلوم کریں۔

8۔ ایک منظم سات اضلاع والی شکل ایک بڑی منظم سات اضلاع والی شکل میں محصور ہے اور بڑی سات اضلاع والی شکل کے ہر ایک ضلع کی لمبائی چھوٹی سات اضلاع والی شکل کے ہر ایک ضلع کا 1.7 گنا ہے۔ اگر چھوٹی سات اضلاع والی شکل کا رقبہ $100\ cm^2$ ہو تو بڑی سات اضلاع والی شکل کا رقبہ معلوم کریں۔

9.3 متشابہ اجسام کا حجم (Volume of Similar Solids)

دو اجسام اسی وقت متشابہ ہوتے ہیں اگر اُن کی شکل ایک جیسی ہو لیکن ممکنہ حد تک جسامتیں مختلف ہوں اور اگر اُن کے متناظرہ اضلاع کی لمبائیاں متناسب ہوں یعنی متناظرہ لمبائیوں کی نسبت برابر ہو۔ مثال کے طور پر



دو سلنڈر متشابہ ہوں گے اگر $\frac{r_1}{r_2} = \frac{h_1}{h_2}$

اگر $r_1 = 4\ cm$ ، $r_2 = 5\ cm$ ، $h_1 = 8\ cm$ ، $h_2 = 10\ cm$

بڑے سلنڈر کا حجم

$$V_2 = \pi r_2^2 h_2$$
$$= \pi \times 5^2 \times 10$$
$$= 250\ \pi\ cm^3$$

چھوٹے سلنڈر کا حجم

$$V_1 = \pi r_1^2 h_1$$
$$= \pi \times 4^2 \times 8$$
$$= 128\pi\ cm^3$$

تو $\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{5}$ اور $\frac{h_1}{h_2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

حجموں کی نسبت $= \frac{V_1}{V_2} = \frac{128\pi}{250\pi} = \frac{64}{125} = \left(\frac{4}{5}\right)^3$

پس $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3$ یا $= \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$

پس دو متشابہ اجسام کے حجموں کی نسبت اُن کے متناظرہ اضلاع کی لمبائیوں کی نسبت کے مکعب کے برابر ہوتی ہے۔

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^3$$

چوں کہ ہر ایک لمبائی دوسری کا k گنا ہے۔

$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = k \quad \text{پھر} \quad \frac{V_1}{V_2} = k^3$$

یعنی حجم V_1 حجم V_2 کا k^3 گنا ہے۔ k ایک متناسبی اکائی ہے۔

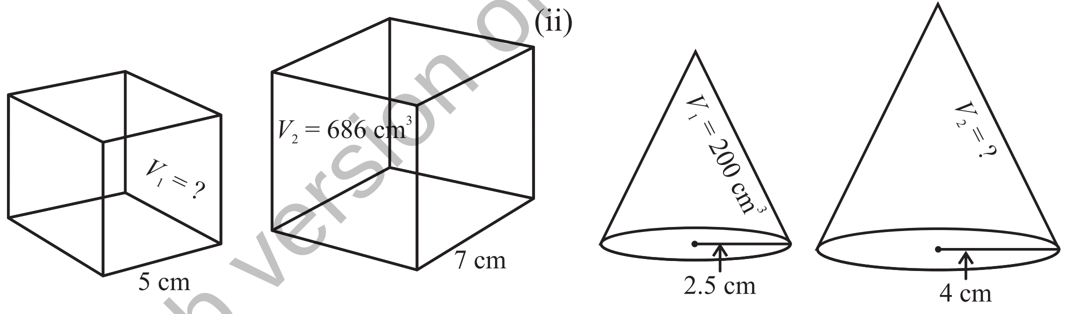
چوں کہ کسی چیز کی کمیت اس کے حجم کے متناسب ہے۔ اس لیے دو متشابہ اجسام کی کمیتوں کی نسبت اُن اجسام کے حجموں کی نسبتوں کے برابر ہوتی ہے۔ اگر دو متشابہ اجسام کی کمیتیں w_1 اور w_2 اور اُن کے حجم V_1 اور V_2 ہوں تو

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{w_1}{w_2}$$

اس لیے

$$\frac{w_1}{w_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^3$$

مثال 9: نیچے دیے گئے متشابہ اجسام میں نامعلوم مقداریں معلوم کریں۔



حل: (i) $\ell_1 = 2.5$ cm ، $\ell_2 = 4$ cm

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^3$$

$$\frac{200}{V_2} = \left(\frac{2.5}{4}\right)^3$$

$$\frac{200}{V_2} = \left(\frac{5}{8}\right)^3$$

$$V_2 = 200 \times \frac{512}{125}$$

$$V_2 = 819.2\ \text{cm}^3$$

NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

(ii) کلیہ $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^3$ استعمال کرنے سے

$$\left[\begin{array}{l}\ell_1 = 5 \text{ cm}, \ell_2 = 7 \text{ cm} \\ V_1 = ?, V_2 = 686 \text{ cm}^3\end{array}\right]$$

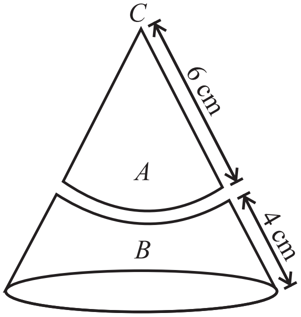
$$\frac{V_1}{686} = \left(\frac{5}{7}\right)^3$$

$$\frac{V_1}{686} = \frac{125}{343}$$

$$V_1 = \frac{125}{343} \times 686$$

$$= 250 \text{ cm}^3$$

مثال 10: ایک مجسم کون C کو دو حصوں A اور B میں اس طرح کاٹا گیا ہے کہ اس کے ڈھلوانی کنارے 6 cm اور 4 cm ہیں۔ نسبت معلوم کریں:



(i) کون A اور کون C کے قاعدے کے قطروں میں

(ii) کون A اور کون C کے قاعدے کے رقبوں میں

(iii) کون A اور کون C کے حجم میں

(iv) اگر کون A کا حجم 72cm^3 ہو تو کون B کا حجم معلوم کریں۔

حل: فرض کریں کون A کا قطر $= d_1$

کون C کا قطر $= d_2$

دونوں کونوں کے متشابہ ہونے کی وجہ سے متناظرہ لمبائیوں کی نسبت برابر ہوتی ہے۔

(i) $\therefore \quad \frac{d_1}{d_2} = \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{6}{10}$

$= \frac{3}{5}$ یعنی $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{3}{5}$

(ii)
$$\frac{\text{کون } A \text{ کے قاعدہ کا رقبہ}}{\text{کون } C \text{ کے قاعدہ کا رقبہ}} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

(iii)
$$\frac{\text{کون } A \text{ کا حجم}}{\text{کون } C \text{ کا حجم}} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^3$$

$$= \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$$

NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

(iv) کون A کا حجم $= V_1 = 72\ \text{cm}^3$

کون C کا حجم $= V_2 = ?$

اس لیے $$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right)^3$$

$$\frac{72}{V_2} = \frac{27}{125}$$

$$V_2 = \frac{72 \times 125}{27} = 333\frac{1}{3}\ \text{cm}^3$$

ٹھوس B کا حجم = کون C کا حجم − کون A کا حجم

$$= 333\frac{1}{3} - 72 = 261\frac{1}{3}\ \text{cm}^3$$

مثال 11: چاولوں کی ایک بوری جس کی اونچائی 60 cm ہے اس کا وزن 50 kg ہے۔ اگر اُسی طرح کی بوری کی اونچائی 90 cm ہو تو اس میں چاولوں کا وزن معلوم کریں۔

حل: چاولوں کی چھوٹی بوری کا وزن $= w_1 = 50\ \text{kg}$

چھوٹی بوری کی اونچائی $= h_1 = 60\ \text{cm}$

چاولوں کی بڑی بوری کا وزن $= w_2 = ?$

بڑی بوری کی اونچائی $= h_2 = 90\ \text{cm}$

کلیہ استعمال کرنے سے $$\frac{w_1}{w_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3$$

$$\frac{50}{w_2} = \left(\frac{60}{90}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\frac{50}{w_2} = \frac{8}{27}$$

$$w_2 = \frac{27 \times 50}{8} = 168.75\ \text{kg}$$

مثال 12: دو متشابہ سلنڈر نما کین کی متناظرہ لمبائیوں میں نسبت 3:2 ہے۔

(i) بڑے سلنڈر نما کین کی سطح کا رقبہ 67.5m^2 ہے۔ چھوٹے سلنڈر نما کین کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

(ii) چھوٹے سلنڈر نما کین کا حجم 132m^3 ہے۔ چھوٹے سلنڈر نما کین کا حجم معلوم کریں۔

حل: (i) بڑے کین کی سطح کا رقبہ $= A_1 = 67.5\ \text{m}^2$

چھوٹے کین کی سطح کا رقبہ $= A_2 = ?$

NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

متناظرہ لمبائیوں میں نسبت $= \dfrac{\ell_1}{\ell_2} = \dfrac{3}{2}$

متشابہ اشکال کے رقبہ کا کلیہ استعمال کرتے ہوئے $= \dfrac{A_1}{A_2} = \left(\dfrac{\ell_1}{\ell_2}\right)^2$

$$\frac{67.5}{A_2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad A_2 = 67.5 \times \frac{4}{9} = 30\ m^2$$

(ii) چھوٹے کین کا حجم $= V_2 = 132\ m^3$

بڑے کین کا حجم $= V_1 = ?$

متشابہ اشکال کے حجم کا کلیہ استعمال کرتے ہوئے: $\dfrac{V_1}{V_2} = \left(\dfrac{\ell_1}{\ell_2}\right)^3$

$$\frac{V_1}{132} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \quad \Rightarrow \quad V_1 = 132 \times \frac{27}{8} = 445.5\ m^3$$

مشق نمبر 9.3

1۔ دو کرّوں کے رداسوں میں نسبت 3:4 ہے۔ اُن کے حجموں میں نسبت معلوم کریں۔

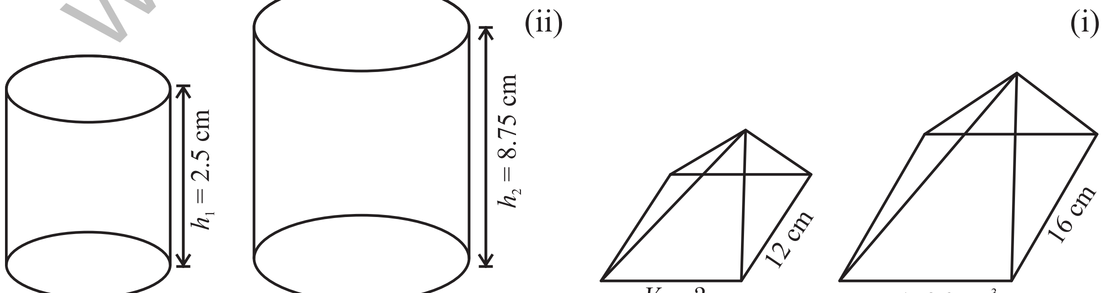
2۔ دو منظم چار اضلاع کے حجموں میں نسبت 8:27 ہے۔ اُن کے اضلاع کی لمبائیوں میں نسبت معلوم کریں۔

3۔ دو مخروطوں کے حجموں میں نسبت 64:125 ہے۔ نسبت کیا ہوگی

(i) اُن کی اونچائی میں (ii) قاعدے کے رقبوں میں۔

4۔ نیچے دیے گئے متشابہ اجسام میں نامعلوم مقداریں معلوم کریں۔

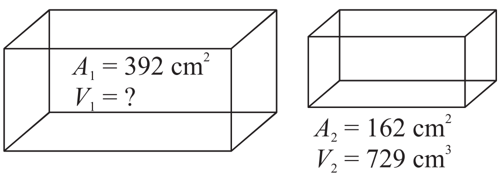
(i) (ii)



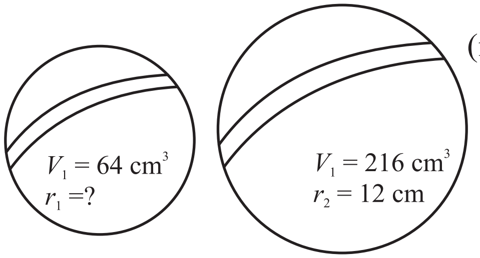
Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

(iii)



(iv)



5۔ دو متشابہ مخروطی کینز کی متناظرہ لمبائیوں میں نسبت 3:2 ہے۔
(i) بڑی مخروطی کون کی سطح کا رقبہ $96\ m^2$ ہو تو چھوٹی مخروطی کین کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔
(ii) چھوٹی مخروطی کین کا حجم $240\ m^3$ ہو تو بڑی مخروطی کین کا حجم معلوم کریں۔

6۔ دو متشابہ سلنڈر نما پانی کے تالابوں کی اونچائیوں میں نسبت 5:3 ہے۔
(i) اگر بڑے تالاب کی سطح کا رقبہ 250m^2 ہو تو چھوٹے تالاب کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔
(ii) اگر چھوٹے تالاب کا حجم $270m^3$ ہو تو بڑے تالاب کا حجم معلوم کریں۔

9.4 کثیر الاضلاع کی جیومیٹریکل خصوصیات اور اُن کا اطلاق
(Geometrical Properties of Polygons and their Application)

9.4.1 منظم کثیر الاضلاع کی جیومیٹریکل خصوصیات (Geometrical Properties of Regular Polygon)

ایک منظم کثیر الاضلاع کے تمام اضلاع اور زاویے مقدار میں برابر ہوتے ہیں۔ کچھ عام منظم کثیر الاضلاع مساوی الاضلاع تکون، مربع، منظم مخمس، منظم مسدس وغیرہ ہیں۔

اندرونی زاویوں کا مجموعہ: n اضلاع والی کثیر الاضلاع کے اندرونی زاویوں کے مجموعہ کا کلیہ $(n-2)\times 180°$ سے معلوم کیا جاتا ہے۔

اندرونی زاویہ: منظم n اضلاع والی کثیر الاضلاع کے لیے:

$$\text{ہر ایک اندرونی زاویہ کی پیمائش} = \frac{(n-2)\times 180°}{n}$$

مثال کے طور پر منظم مسدس کے لیے $n = 6$

$$\text{اس لیے ہر ایک اندرونی زاویہ کی مقدار} = \frac{(6-2)\times 180°}{6} = \frac{720°}{6} = 120°$$

بیرونی زاویہ: کسی بھی کثیر الاضلاع کے تمام بیرونی زاویوں کا مجموعہ اضلاع کی تعداد سے قطع نظر $360°$ ہوتا ہے۔ n اضلاع والی منظم کثیر الاضلاع کا بیرونی زاویہ درج ذیل کلیہ سے معلوم کیا جاتا ہے۔

$$\text{بیرونی زاویہ کی مقدار} = \frac{360°}{n}$$

کسی راس پر اندرونی اور بیرونی زاویے سپلیمنٹری ہوتے ہیں یعنی،

$$\text{اندرونی زاویہ} + \text{بیرونی زاویہ} = 180°$$

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

وتر: n اضلاع والی منظم کثیر الاضلاع میں وتروں کی تعداد $\frac{n(n-3)}{2}$ ہے۔

تشاکل (Symmetry)

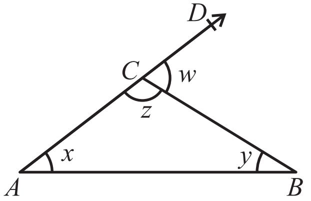
ایک n اضلاع والی منظم کثیر الاضلاع میں n درجے کے گردشی اور عکسی دونوں تشاکل ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر منظم مسدس میں چھے تشاکل کے خطوط ہوتے ہیں اور چھے درجے کی گردشی تشاکل ہوتی ہے۔ n اضلاع والی منظم کثیر الاضلاع کو اُسی حالت میں دیکھنے کے لیے $\frac{360°}{n}$ پر گھمایا جاسکتا ہے۔

9.4.2 مثلث کی جیومیٹریکل خصوصیات (Geometrical Properties of Triangle)

مثلث ایک تین اضلاع اور تین زاویوں والی کثیر الاضلاع ہے۔ مثلثوں کی اضلاع اور زاویوں کے لحاظ سے مختلف اقسام ہیں۔

زاویوں کا مجموعہ: کسی بھی مثلث کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ $180°$ ہوتا ہے۔ مساوی الاضلاع مثلث میں تمام اضلاع مقدار میں برابر اور ہر ایک زاویہ $60°$ ہوتا ہے۔ اس میں تشاکل کے تین خطوط ہوتے ہیں اور تین درجے کی گردشی تشاکل ہوتی ہے۔ مساوی الساقین مثلث میں دو اضلاع کی مقداریں برابر اور ان کے زاویے بھی برابر ہوتے ہیں۔ اِس میں تشاکل کا ایک خط ہوتا ہے۔

مثلث کا بیرونی زاویہ: کسی مثلث کا بیرونی زاویہ اُس کے مخالف اندرونی زاویوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔



ΔABC میں $m\angle A + m\angle B = m\angle BCD$

یعنی $x + y = w$

9.4.3 متوازی الاضلاع کی جیومیٹریکل خصوصیات (Geometrical Properties of Parallelogram)

متوازی الاضلاع ایک ایسی چوکور ہے جس کے مخالف اضلاع متوازی اور لمبائی میں برابر ہوتے ہیں اور مخالف زاویے مقدار میں برابر ہوتے ہیں۔ اس کے متصلہ زاویے سپلیمنٹری ہوتے ہیں۔ متوازی الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں وہ لمبائی میں ایک دوسرے کے برابر نہیں ہوتے۔

مثال 13: منظم مخمس کے ہر ایک اندرونی زاویہ کی مقدار معلوم کریں۔

حل:

$$\text{اندرونی زاویہ} = \frac{(n-2)\times 180°}{n}$$

$$= \frac{(5-2)\times 180°}{5} = \frac{540°}{5} = 108°$$

$$\text{ہر ایک بیرونی زاویہ} = \frac{360°}{5}$$

$$= 72°$$

دہرائی:

مستطیل: تمام زاویے $90°$ کے اور وتر برابر ہوتے ہیں۔

معین: تمام اضلاع لمبائی میں برابر اور وتر ایک دوسرے کی $90°$ پر تنصیف کرتے ہیں۔

مربع: تمام اضلاع لمبائی میں برابر، تمام زاویے $90°$ اور وتر لمبائی میں برابر اور ایک دوسرے کی $90°$ پر تنصیف کرتے ہیں۔

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

9.4.4 کثیر الاضلاع کا عملی زندگی میں اطلاق (Application of Polygons)

معمار عمارت کے ڈیزائن کے لیے کثیر الاضلاع استعمال کرتے ہیں۔ جب کہ انجینئر زپلوں کے ڈھانچہ کو مضبوط بنانے کے لیے اِن پر انحصار کرتے ہیں۔ آرٹ اور ڈیزائن میں کثیر الاضلاع خوب صورت نمونے اور تین رُخی نمونے بنانے میں مدد کرتے ہیں۔ کثیر الاضلاع، نقشوں پر شہروں اور زمینی حدود کو دکھاتے ہیں۔ سائنس میں، سالماتی اشکال، قدرتی نمونوں جیسے شہد کے چھتے اور یہاں تک کہ دور بین کے آئینے کے ڈیزائن میں بھی ظاہر ہوتے ہیں۔ ان کی سادہ اور ہمہ گیر اشکال بہت سے شعبوں میں ضروری ہوتی ہیں۔

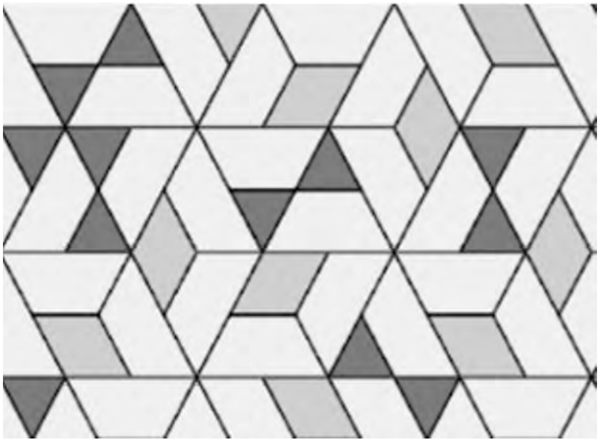
اقلیدسی اشکال کا سلسلہ / پچی کاری (Tessellation)

اقلیدسی اشکال کا سلسلہ / پچی کاری ایک ایسا نمونہ ہے جو کسی مستوی خلا یا متجاوز کیے بغیر پوری طرح یا مکمل طور پر ڈھانپ لیتا ہے۔ متواتر نمونہ بنانے کے لیے ان اشکال کو لامحدود حد تک دہرایا جا سکتا ہے اقلیدی اشکال کا سلسلہ ایک ہی شکل یا اشکال کے امتزاج کا استعمال کرتے ہوئے بنائی جا سکتی ہے۔ یہ باقاعدہ یا بے قاعدہ ہو سکتے ہیں اور مختلف ہم آہنگی اور نمونوں کی نمائش کر سکتے ہیں۔ صرف تین منظم کثیر الاضلاع مستوی پر اپنے طور پر اقلیدی اشکال کا سلسلہ کر سکتے ہیں۔ متساوی الاضلاع مثلث، مربع اور باقاعدہ مسدس۔ یہ تشاکل رکھتی ہیں۔ مسدس (اندرونی زاویہ $120°$) مکمل طور پر اقلیدی اشکال کا سلسلہ کر سکتی ہے۔ کیوں کہ تین مسدس ایک راس پر مل کر $360°$ کا زاویہ بناتی ہیں جس میں کوئی خلا نہیں ہوتی۔ جو کہ شہد کے چھتے کی طرح قدرتی دکھائی دیتی ہے۔

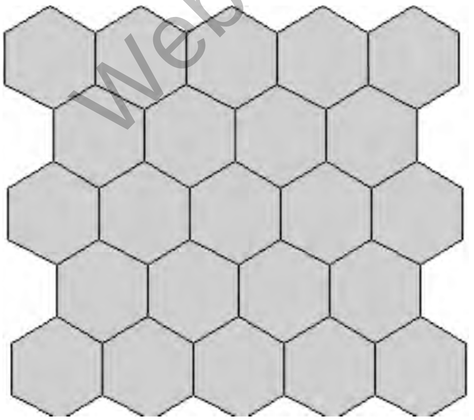
یاد رکھیے!
متساوی الاضلاع مثلث مکمل طور پر اقلیدسی اشکال کا سلسلہ کر سکتی ہے۔ کیوں کہ ہر متساوی الاضلاع مثلث کا اندرونی زاویہ $60°$ کا ہوتا ہے اور چھے مثلثان ایک نقطہ پر مل کر $360°$ کا زاویہ بناتی ہیں، انہیں بغیر کسی رکاوٹ کے خلا (space) بھرنے کی اجازت دیتا ہے۔ مربع مکمل طور پر اقلیدسی مثلثان سلسلہ کر سکتا ہے کیوں کہ ہر مربع کا اندرونی زاویہ $90°$ کا ہوتا ہے اور چار مربع ایک نقطہ پر مل کر $360°$ کا زاویہ بناتے ہیں۔

یاد رکھیے!
باقاعدہ مخمس اور دیگر کثیر الاضلاع جو کہ ایک راس پر مل کر $360°$ کا زاویہ نا بنائے، خلا سے پاک نمونہ نہیں بنا سکتے۔ یعنی اقلیدی اشکال کا سلسلہ ممکن نہیں۔

بے قاعدہ اقلیدسی اشکال



باقاعدہ اقلیدسی اشکال



Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

مثال14: پانچ اضلاع والی اور دس اضلاع والی اشکال کے مجموعہ کو استعمال کرتے ہوئے ایک اقلیدسی شکل بنائی گئی ہے۔ اس کے راس کے زاویوں کا مجموعہ معلوم کریں جہاں پر پانچ اضلاع والی اور دس اضلاع والی اشکال ملتی ہیں۔

حل: منظم دس اضلاع والی شکل کا اندرونی زاویہ $= \frac{(n-2)\times 180°}{n}$

$= \frac{(10-2)\times 180°}{10} = \frac{1440°}{10} = 144°$

منظم مخمس کا اندرونی زاویہ $= 108°$

زاویوں کا مجموعہ $= 144° + 108° = 252°$

چوں کہ $360° \neq$ زاویوں کا مجموعہ، اس لیے اقلیدسی شکل نہیں بن سکتی۔

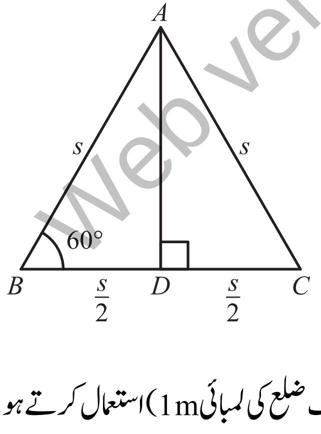
مثال15: ایک متوازی الاضلاع شکل کا کمرہ جس کے قاعدہ کی لمبائی 10m اور اونچائی 8m ہے۔ بابر قالین کا رول استعمال کرتے ہوئے کمرے کو کارپٹ کرنا چاہتا ہے۔ ایک رول $20m^2$ جگہ گھیرتا ہے۔ اُس کمرہ کو کارپٹ کرنے کے لیے قالین کے کتنے رول درکار ہوں گے؟

حل: متوازی الاضلاع کا رقبہ $= A =$ ارتفاع × قاعدہ $= 10 \times 8 = 80\ m^2$

درکار قالین کے رول کی تعداد : $\frac{80}{40} = 4$ رول

مثال16: ایک s ضلع والی لمبائی مساوی الاضلاع مثلث ABC کا رقبہ معلوم کریں۔

حل: نقطہ A سے ضلع BC کے نقطہ D پر ایک عمود کھینچیے۔ قائمۃ الزاویہ مثلث ABD میں



تکونیاتی نسبتیں استعمال کرتے ہوئے $\sin 60° = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{m\overline{AD}}{s} \Rightarrow m\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2}s$

مثلث ABC کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times$ قاعدہ $\times$ ارتفاع $= \frac{1}{2} \times s \times \frac{\sqrt{3}}{2}s$

مثلث ABC کا رقبہ $= \frac{\sqrt{3}}{4}s^2$

مثال17: علی منظم مسدس (ہر ایک ضلع کی لمبائی 1m) اور مساوی الاضلاع مثلث (ہر ایک ضلع کی لمبائی 1m) استعمال کرتے ہوئے مستطیلی رقبہ $10\ m \times 5\ m$ پر فرشی ڈیزائن بنانا چاہتا ہے۔ اس رقبہ پر اقلیدسی نمونہ بنانے کے لیے علی کو کتنی مسدسوں اور مثلثوں کی ضرورت ہوگی؟

NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

حل: s ضلع لمبائی والی ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہم کلیہ استعمال کر سکتے ہیں۔

$$\text{ضلع والی مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ } s = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot s^2$$

چوں کہ ایک مسدس میں چھے مثلثیں ہوتی ہیں۔ اس لیے 6 سے ضرب دیں گے۔

$$\text{مسدس کا رقبہ} = \frac{6\sqrt{3}}{4}\cdot s^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot s^2$$

$$\text{منظم مسدس کا رقبہ} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\times s^2 \approx \frac{3\sqrt{3}}{2}\times (1\text{ m})^2 \approx 2.598\text{ m}^2$$

$$\text{مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ} = \frac{\sqrt{3}}{4}\times s^2 \approx \frac{\sqrt{3}}{4}\times (1\text{ m})^2 \approx 0.433\text{ m}^2$$

$$\text{مستطیلی فرش کا رقبہ} = 10\text{ m}\times 5\text{ m} = 50\text{ m}^2$$

ترتیب معلوم کرنے کے لیے: فرض کریں نمونے میں ایک مسدس چھے مثلثوں سے گھری ہوئی ہو گی۔

$$\text{ایک مسدس اور چھے مثلثوں کا کل رقبہ} = 2.598\text{ m}^2 + 6\times 0.433\text{m}^2$$
$$= 2.598\text{ m}^2 + 2.598\text{m}^2$$
$$= 5.196\text{ m}^2$$

مسدسوں اور مثلثوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے:

$$\text{سیٹوں کی تعداد} = \frac{50\text{ m}^2}{5.196\text{ m}^2} \approx 9.62$$

تقریباً 10 سیٹ مستطیلی فرش کو مکمل کریں گے۔

پس ہمیں 10 مسدسوں اور 60 مثلثوں کی ضرورت ہے۔

مثال 18: فلک 100 m^2 کے مربعی شکل کے صحن میں ٹائل لگوانے کا منصوبہ بناتا ہے۔ وہ 0.25 m^2 کی مربعی شکل اور مثلثی شکل دو طرح کی ٹائل لگوانے کا فیصلہ کرتا ہے۔ اگر مربع شکل کی ٹائلیں 60 فی صد اور مثلثی شکل کی 40 فی صد ہوں تو ہر ایک شکل کی کتنی ٹائلوں کی ضرورت ہو گی؟

حل:

$$\text{ٹائلوں کی کل تعداد} = \frac{\text{صحن کا رقبہ}}{\text{ٹائل کا رقبہ}} = \frac{100}{0.25}$$

$$\text{ٹائلیں} = 400$$

$$\text{مربع شکل کی ٹائلوں کی تعداد} = 400\times 0.6 = 240$$

$$\text{مثلثی شکل کی ٹائلوں کی تعداد} = 400\times 0.4 = 160$$

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

مشق 9.4

1۔ (i) ڈیکا گان (10 اضلاع والی شکل) کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ کتنا ہوتا ہے؟

(ii) منظم مسدس کے ہر اندرونی زاویے کی مقدار معلوم کریں۔

(iii) منظم مخمس کے ہر بیرونی زاویے کی مقدار کتنی ہے؟

(iv) اگر کسی کثیر الاضلاع کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ $1260°$ ہو تو اُس کثیر الاضلاع کے کتنے اضلاع ہیں؟

2۔ ایک متوازی الاضلاع $ABCD$ میں اگر $m\overline{AB} = 10 \text{ cm}$، $m\overline{AD} = 6 \text{ cm}$ اور $m\angle BAD = 45°$ ہو تو اُس کا رقبہ معلوم کریں۔

3۔ ایک متوازی الاضلاع $ABCD$ میں اگر $m\angle DAB = 70°$ ہو تو متوازی الاضلاع میں باقی زاویوں کی مقداریں معلوم کریں۔

4۔ ایک مربع شکل کو وتر کی طرف دو آدھے حصّوں میں کاٹ کر قائمۃ الزاویہ مثلثوں میں سے ہر ایک کے وتر کی دوسری کے وتر سے جوڑ کر ایک نئی شکل بنائی گئی وضاحت کریں یہ شکل کیوں اقلیدسی نمونہ ہے اور اس نئی شکل کا اندرونی زاویہ معلوم کریں۔

5۔ بنیادی اشکال کو بار بار جوڑ کر ایک اقلیدسی نمونہ بنایا گیا ہے۔ بنیادی شکل ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے جس کے اضلاع کی مقدار 3، 4 اور 5 اکائیاں ہیں۔ ایک مربع شکل جس کا رقبہ 3600 مربع اکائیاں ہو اُس پر اقلیدسی نمونہ بنانے کے لیے قائمۃ الزاویہ مثلث کے کم سے کم کتنے عکس درکار ہوں گے؟

6۔ منظم مسدسوں کو استعمال کر کے ایک اقلیدسی نمونہ بنایا گیا ہے۔ ہر ایک مسدس کے ضلع کی لمبائی 5cm ہے۔ اگر اس اقلیدسی نمونہ 25 مسدسوں پر مشتمل ہو تو اس کا رقبہ معلوم کریں اور فرض کریں یہ اقلیدسی نمونہ مکمل مسدس ہے تو اس کے بیرونی کنارے کا احاطہ معلوم کریں۔

7۔ ایک مستطیلی فرش $12 \text{ m} \times 15 \text{ m}$ ہے۔ اس فرش کو مکمل کرنے کے لیے $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ کی کتنی ٹائلیں درکار ہوں گی؟

8۔ ایک مستطیلی دیوار کی لمبائی 10 m اور چوڑائی 120 m ہے۔ اس دیوار کو رنگ کرنے کے لیے رنگ کے کتنے گیلن کافی ہیں؟ اگر ایک گیلن 35 m^2 کے لیے کافی ہو۔

9۔ ایک مستطیلی دیوار کی اونچائی 10 m اور چوڑائی 4 m ہے۔ اگر 1 لٹر رنگ 7 m^2 کے لیے کافی ہو تو اس دیوار کے لیے کتنے لٹر رنگ درکار ہو گا؟

10۔ ایک ذوزنقہ شکل کی کھڑکی جس کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں 3 m اور 1.5 m ہیں اور اونچائی 2 m ہے۔ کھڑکی کا رقبہ معلوم کریں۔

NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

جائزہ مشق 9

1۔ ہر بیان کے نیچے چار جواب دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) اگر دو کثیر الاضلاع متشابہ ہوں تو:

(a) اُن کے متناظرہ زاویے برابر ہوتے ہیں۔ (b) اُن کے رقبے برابر ہوتے ہیں۔

(c) اُن کے حجم برابر ہوتے ہیں۔ (d) اُن کے متناظرہ اضلاع برابر ہوتے ہیں۔

(ii) دو متشابہ کثیر الاضلاع کے رقبوں کی نسبت:

(a) اُن کے احاطوں کی نسبت کے برابر ہوتی ہے۔

(b) اُن کے متناظرہ اضلاع کی لمبائیوں کے مربع کی نسبت کے برابر ہوتی ہے۔

(c) اُن کے متناظرہ اضلاع کی لمبائیوں کے مکعب کی نسبت کے برابر ہوتی ہے۔

(d) اُن کے متناظرہ اضلاع کے مجموعے کے برابر ہوتی ہے۔

(iii) اگر دو متشابہ اجسام کے حجم $125\ cm^3$ اور $27\ cm^3$ ہوں تو ان کی متناظرہ بلندی کی نسبت ہے:

(a) 3:5 (b) 5:3 (c) 25:9 (d) 9:25

(iii) منتظم مخمس کا بیرونی زاویہ ہوتا ہے:

(a) 40° (b) 45° (c) 60° (d) 72°

(v) ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ $64\ cm^2$ ہے اور اُس کے متشابہ متوازی الاضلاع کا رقبہ $144\ cm^2$ ہے۔ اگر چھوٹی متوازی الاضلاع کے ضلع کی لمبائی 8 cm ہو تو بڑی متوازی الاضلاع کے متناظرہ ضلع کی لمبائی ہے:

(a) 10 cm (b) 12 cm (c) 18 cm (d) 16 cm

(vi) ایک نو اضلاع والی کثیر الاضلاع میں کل وتروں کی تعداد ہے:

(a) 18 (b) 21 (c) 25 (d) 27

(vii) دو متشابہ کرّوں کے رداس میں نسبت 4:5 ہے اگر بڑے کرّے کی سطح کا رقبہ $500\pi\ cm^2$ ہو تو چھوٹے کرّے کی سطح کا رقبہ ہے:

(a) $256\pi\ cm^2$ (b) $320\pi\ cm^2$ (c) $400\pi\ cm^2$ (d) $405\pi\ cm^2$

(viii) ایک منتظم کثیر الاضلاع کا بیرونی زاویہ 30° ہے کثیر الاضلاع میں وتروں کی تعداد ہے:

(a) 54 (b) 90 (c) 72 (d) 108

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

(ix) ایک منظم مسدس میں وتر کی لمبائی اور ضلع کی لمبائی میں نسبت ہے:

(a) $\sqrt{3}:1$ (b) $2:1$ (c) $3:2$ (d) $2:3$

(x) ایک منظم کثیر الاضلاع کا اندرونی زاویہ $165°$ ہے اس کے اضلاع کی تعداد ہے:

(a) 15 (b) 16 (c) 20 (d) 24

2۔ اگر ایک کثیر الاضلاع کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ $1080°$ ہو تو اس کثیر الاضلاع کے اضلاع کی تعداد معلوم کریں؟

3۔ دو متشابہ بوتلیں اس طرح سے ہیں کہ ایک کی اونچائی دوسری کا دوگنا ہے۔ ان کی سطح کے رقبوں اور اُن کی گنجائش میں نسبت معلوم کریں۔

4۔ ماڈل کار کی ہر ایک سمت کار کی متناظرہ سمتوں کا $\frac{1}{10}$ گنا ہے۔ درج ذیل کی نسبتیں معلوم کریں۔

(a) ان کے ونڈ سکرین کے رقبوں میں (b) اُن کے بوٹس کی گنجائش میں

(c) کار کی لمبائیوں میں (d) اُن کے پہیوں کی تعداد میں

5۔ تین متشابہ جگوں کی اونچائی 8 cm، 12 cm اور 16 cm ہے اگر چھوٹے جگ کی گنجائش $\frac{1}{2}\ \ell$ ہو تو باقی دو کی گنجائش معلوم کریں۔

6۔ تین متشابہ گلاسوں کی اونچائی 7.5 cm، 9 cm اور 10.5 cm ہے۔ اگر سب سے بڑے گلاس کی گنجائش 343mℓ ہو تو باقی دو کی گنجائش معلوم کریں۔

7۔ ایک کھلونا ساز ماڈل کاریں بناتا ہے۔ جو اصل کاروں سے ہر لحاظ سے متشابہ ہیں اگر ماڈل کار کے دروازے کے رقبے اور اصل کار کے دروازے کے رقبے میں نسبت 1 cm:2500cm ہو تو درج ذیل معلوم کریں۔

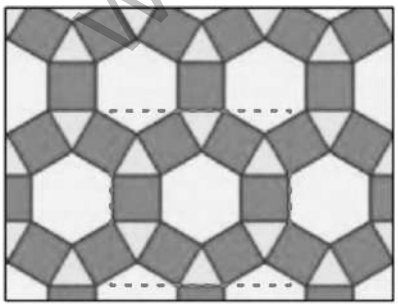
(a) اُن کی لمبائیوں میں نسبت (b) اُن کے پٹرول ٹینکوں کی گنجائش میں نسبت

(c) اگر اصل کار 150 cm چوڑائی ہو تو ماڈل کار کی چوڑائی۔

(d) اگر ماڈل کار کے پچھلے شیشے کا رقبہ $3\ cm^2$ ہو تو اصل کار کے پچھلے شیشے کا رقبہ۔

8۔ دو متشابہ کافی جار پر لگے لیبلوں کے رقبوں میں نسبت 144:169 ہے۔ درج ذیل نسبتیں معلوم کریں۔

(a) دو جاروں کی اونچائی میں (b) اُن کی گنجائش میں



9۔ ایک فرش پر ٹائلوں کا اقلیدسی نمونہ مسلسل منظم مسدس چھے مربع اور چھے مساوی الاضلاع مثلثوں کے نمونوں کے استعمال سے بنایا گیا ہے۔ اگر یہ کثیر الاضلاع کے ایک ضلع کی لمبائی $\frac{1}{2}$ m ہو تو ایک نمونے کا رقبہ معلوم کریں۔

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP