یونٹ 12

# معلوماتی معاملات (Information Handling)

**اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:**

- تعددی تقسیم کے جدول کے لیے کالمی نقشہ (غیر مساوی جماعتی حدود کے لیے) اور تعددی کثیر الاضلاع کھینچ سکیں۔
- تعددی تقسیم کے جدول کا اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کر سکیں۔
- حقیقی روز مرہ زندگی سے متعلق حسابی اوسط، اوزانی اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کر سکیں۔ (جیسا کہ مختلف منصوبوں میں فنڈز کی تقسیم، مستقبل میں آبادی کی پیش گوئی، مارکیٹنگ اور سرکاری بجٹ کی پیش گوئی)۔

Web version of PCTB textbook

## تعارف (Introduction)

معلومات کے بارے میں جاننے سے پہلے ہمیں اس طرح کے سوالات کے جوابات کے بارے میں سوچنا ہو گا۔ مثلاً ایک مخصوص سکول کے ہر جماعت میں کتنے طلبہ تھے؟ ایک مخصوص ہفتے کے اندر ہسپتال میں کتنے مریض آئے؟ ان تمام سوالوں کے جواب کے لیے ہمیں اعدادی معلومات درکار ہیں۔ جو اعداد و شمار گننے سے حاصل کیے جاسکتے ہیں۔ یاد رہے صرف 85، 96، 70، 80، 73، 70، 65، 83، 89، 75 لکھ دینا شماریاتی معلومات نہیں ہیں بلکہ اگر ہم اس کے ساتھ کہیں کہ یہ مواد مختلف جماعتوں کے طلبہ کے نمبروں کی نشان دہی کرتا ہے تو یہ اعداد شماریاتی معلومات ہیں جو اپنے اندر ایک جامعہ مفہوم رکھتی ہیں۔ پس کسی چیز کے بارے میں جاننا معلومات کہلاتا ہے اور ان معاملات کو تجزیے اور توسیع کے لیے مناسب طریقے سے پیش کرنے کا نام معلوماتی معاملات کہلاتا ہے۔ لہٰذا بامعنی معلومات کو اعداد و شمار کی شکل میں اکٹھا کرنا مواد (Data) کہلاتا ہے۔

اعداد و شمار علم کے کسی بھی شعبے سے حاصل کیے جاتے ہیں۔ مثال کے طور پر آپ کی جماعت میں طلبہ کی کمیت، ایک ماہ میں کسی دکان دار کی طرف سے فروخت کیے گئے جوتوں کی تعداد وغیرہ۔ مواد کو موجودہ ذرائع سے حاصل کیا جاسکتا ہے مثلاً دفتری ریکارڈ، شائع شدہ اخبارات یا براہ راست بھی کسی شعبے سے ضرورت کے مطابق حاصل کیے جاسکتے ہیں۔

**تاریخ**

شماریات میں معلوماتی معاملات کو موادی معاملات بھی جانا جاتا ہے۔ موادی معاملات معلومات کو مناسب طریقے سے پیش کرنے میں اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ ڈیٹا ہینڈلنگ کا لفظ سب پہلے سر رونلڈ ایلمر فشر نے استعمال کیا۔

سر رونلڈ ایلمر فشر
(Sir Ronald Aylmer Fisher)
(17 فروری 1899 تا 29 جولائی 1962)



NOT FOR SALE-PESRP

## معلوماتی معاملات (Information Handling)

معلوماتی معاملات اعدادی مواد کو جمع کرنے، ترتیب دینے، تلخیص کرنے، تجزیہ کرنے اور تشریح کرنے کا عمل ہے۔

مواد کو مزید دو حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔

(i) **غیر مسلسل مواد (Discrete Data):** یہ صرف چند مخصوص قدریں لے سکتا ہے۔ غیر مسلسل مواد کو لکھنے کے لیے مکمل اعداد استعمال کیے جاتے ہیں۔ مثال کے طور پر ایک دکان دار کی طرف سے فروخت کردہ کُتب کی تعداد، ایک ہفتے میں ہسپتال جانے والے مریضوں کی تعداد وغیرہ یہ مواد صرف گنتی سے حاصل کیا جاتا ہے۔

(ii) **مسلسل مواد (Continuous Data):** یہ ایک مقررہ وقفہ میں ہر ممکنہ قدر لے سکتا ہے۔ مسلسل مواد لکھنے کے لیے اعشاری اعداد استعمال کیے جاتے ہیں۔ یہ مواد صرف پیمائش کر کے حاصل کیا جاتا ہے۔ جیسا کہ جماعت میں طلبہ کی کمیت مثلاً 28.5 کلو گرام، 26.5 کلو گرام، 27.5 کلو گرام وغیرہ۔

## 12.1 غیر گروہی مواد اور گروہی مواد (Ungrouped Data and Grouped Data)

وہ مواد جو کسی منظم ترتیب (گروپس یا کلاسز) میں ترتیب نہ دیا گیا ہو اسے غیر گروہی مواد کہا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر ایک ماہ میں دکان دار کے فروخت کیے گئے کھلونوں کی تعداد درج ذیل ہے:

10, 5, 8, 12, 15, 20, 25, 30, 23, 15, 23, 21, 18, 15 17,
23, 22, 15, 20, 21, 24, 18, 16, 21, 23, 21, 17, 19, 21, 23

اس مواد کو غیر گروہی مواد کہا جاتا ہے۔ اگر ہم اوپر دیے گئے مواد کو گروہوں یا جماعتوں میں ترتیب دیں تو اسے گروہی مواد کہا جاتا ہے۔

| فروخت کیے گئے کھلونوں کی تعداد | ٹیلی نشان | جماعتی حدود |
|---|---|---|
| 2 | \|\| | 5 – 9 |
| 2 | \|\| | 10 – 14 |
| 10 | 𝍸 𝍸 | 15 – 19 |
| 14 | 𝍸 𝍸 \|\|\|\| | 20 – 24 |
| 1 | \| | 25 – 29 |
| 1 | \| | 30 – 34 |

**کیا آپ جانتے ہیں؟**
غیر گروہی مواد خام مواد کے نام سے بھی جانا جاتا ہے۔

**برائے اساتذہ!**
طلبہ کو زیادہ مثالوں کے استعمال سے گروہی مواد اور غیر گروہی مواد کے تصوّر کو واضح کریں۔

مندرجہ بالا گروہی مواد میں 5، 10، 15، 20، 25 اور 30 زیریں جماعتی حدود ہیں اور 9، 14، 19، 24، 29 اور 34 بالائی جماعتی حدود ہیں۔

### 12.1.1 تعددی تقسیم (Frequency Distribution)

ایک جدول میں مدات کی اس تعداد کو جو کسی جماعتی حد یا گروپ کے بالمقابل آتی ہو اسے تعددی تقسیم کہا جاتا ہے دوسرے الفاظ میں مواد کی مختلف اشیا کو

**ذرا سوچیے!**
اگر جماعتی حدود کا سائز 6 ہے۔ سب سے بڑی قدر 80 اور سب سے چھوٹی قدر 25 ہو تو کیا آپ جماعتی حدود کی تعداد معلوم کر سکتے ہیں؟

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

خاص جماعتی حدود (جماعتیں) میں درجہ بندی کی جاتی ہے اور ہر جماعت میں موجود اشیا کی تعداد کو ان کے سامنے رکھا جاتا ہے۔ اس طرح سے ترتیب دیے گئے مواد کو تعددی تقسیم کہتے ہیں۔

## تعددی تقسیم کی تشکیل (Formation of Frequency Distribution)

اس طریقہ میں خام یا غیر گروہی مواد کو جماعتوں میں پیش کیا جاتا ہے۔ جماعتوں کی تعداد کو ہم اپنی مرضی کے مطابق لے سکتے ہیں۔ عام طور پر جماعتی حدود کی جسامت کا تعین سب سے بڑی مد، سب سے چھوٹی مد اور جماعتوں کی مطلوبہ تعداد کو مدِ نظر رکھتے ہوئے کیا جاتا ہے۔

تعددی تقسیم کی تشکیل کے لیے درج ذیل اہم اقدامات کیے جاتے ہیں:

(i) مواد کی سعت (range) معلوم کریں۔ سب سے بڑی مد اور سب سے چھوٹی مد کے درمیان فرق سعت ہے۔

سب سے چھوٹی مد − سب سے بڑی مد = سعت

**یاد رکھیے!**

مواد میں بار بار آنے والی قیمت کو اس قیمت کی تعداد کہتے ہیں۔ اسے '$f$' لکھتے ہیں۔

(ii) آپ جتنی بھی جماعت یا گروہ کی تعداد رکھنا چاہیں اِس سے سعت کو تقسیم کرنے سے جماعتی حدود کی جسامت معلوم کر سکتے ہیں۔

مثال کے طور پر سب سے بڑی مد 136 اور سب سے چھوٹی مد 30 ہو اور اگر ہم 10 جماعتیں بنانا چاہتے ہیں تو جماعتی حدود کی جسامت کو دیے گئے کلیہ سے معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\text{جماعتی حدود کی جسامت} = \frac{\text{سعت}}{\text{جماعتوں کی تعداد}} = \frac{\text{سب سے بڑی مد} - \text{سب سے چھوٹی مد}}{\text{جماعتوں کی تعداد}}$$

$$= \frac{136 - 30}{10} = 10.6 \approx 11$$

پس جماعتی حدود کی جسامت = 11

(iii) چار کالم بنائیں۔

(a) جماعتی حدود (b) ٹیلی نشان (c) تعدد (d) حقیقی جماعتی حدود

(iv) جماعتی حدود بنائیں جن کی جسامت 11 ہو۔ سب سے چھوٹی مد سے شروع کریں۔ مثال کے طور پر 40 − 30، 51 − 41، 62 − 52 وغیرہ۔

(v) غیر گروہی مواد سے ہر ایک مد کے لیے دیکھا جائے کہ یہ کس جماعت میں آتا ہے۔ اب ایک چھوٹا ٹیلی نشان "|" اس جماعت کے سامنے لگایا جائے۔ جب کسی مد کو کسی جماعت میں شامل کر دیا جائے تو اِس کے اوپر نشان (✓) لگا دیا جاتا ہے۔ اس طرح آپ یاد رکھ سکتے ہیں کہ آپ نے مد کو شمار کر لیا ہے۔ اس طرح اگلی مد سے مواد کی آخری مد تک جاری رکھیں۔ اِس بات کو ذہن میں رکھیں کہ اگر 5 یا اِس سے زیادہ ٹیلی نشان کبھی ایک گروہ میں آئیں تو پانچواں ٹیلی نشان ترچھا لگائیں تاکہ گنتی میں آسانی رہے۔ جیسا کہ ~~||||~~

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

(vi) حقیقی جماعتی حدود (class boundaries) کو عام طور پر درج ذیل طریقہ سے معلوم کیا جاتا ہے۔

- پہلی جماعت کی بالائی جماعتی حدود اور دوسری جماعت کی زیریں جماعتی حدود کا انتخاب کریں۔
- ان دونوں حدود کے درمیان فرق معلوم کریں۔
- اس فرق کو 2 سے تقسیم کریں اور اس قیمت کو زیریں جماعتی حدود میں سے تفریق کریں اور بالائی جماعتی حدود میں جمع کریں۔

**کیا آپ جانتے ہیں؟**

حقیقی جماعتی حدود کو درمیانی نقطہ $x$ سے بھی معلوم کیا جا سکتا ہے۔ جیسے: $\left(x \pm \frac{h}{2}\right)$

جہاں $x$، $h$ کی کوئی دو مسلسل قیمتوں کا فرق ہے۔

**مثال 1:** ایک ہائی سکول کے 30 اساتذہ کو ایک ہفتہ میں جو ٹیلی فون کالز موصول ہوئیں وہ درج ذیل ہیں۔

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 8 | 11 | 25 | 13 | 16 | 20 | 17 | 15 | 16 | 30 | 21 | 14 | 18 | 19 |
| 6 | 22 | 26 | 15 | 19 | 35 | 29 | 31 | 23 | 25 | 20 | 10 | 9 | 7 | 26 |

جماعتوں کی تعداد 7 لے کر تعددی تقسیم بنائیں۔

**حل:** (i) سعت معلوم کریں۔

سب سے بڑی مد = 35 ؛ سب سے چھوٹی مد = 5

سعت = سب سے بڑی مد − سب سے چھوٹی مد

$= 35 - 5 = 30$

(ii) جماعتی حدود کی جسامت = $\frac{\text{سعت}}{\text{جماعتوں کی تعداد}} = \frac{30}{7} = 4.28 \approx 5$

(iii) جماعتی حدود کی جسامت 5 لے کر جماعتی حدود بنائیں۔ مثلاً 5 − 9، 10 − 14، 15 − 19 وغیرہ (جدول 1 کا کالم 1 دیکھیں)

(iv) ہر مد کو اسی کے جماعتی حدود میں گننے کے لیے ٹیلی نشان کا استعمال کریں۔ (جدول 1 کا کالم نمبر 2 دیکھیں)

(v) اب ٹیلی نشان کو گنیں اور اس کی تعداد کو تعدد والے کالم میں لکھیں۔ (جدول 1 کا کالم نمبر 3 دیکھیں)

(vi) **حقیقی جماعتی حدود:** پہلی جماعت کی بالائی جماعتی حدود اور دوسری جماعت کی زیریں جماعتی حدود کا فرق 1 ہے (1 = 9 − 10)۔ اب ان دونوں حدود کے فرق کو 2 سے تقسیم کریں یعنی $0.5 = \frac{1}{2}$

زیریں جماعتی حدود میں سے 0.5 تفریق کرنے سے زیریں حقیقی جماعتی حدود حاصل ہوتی ہیں۔

بالائی جماعتی حدود میں 0.5 جمع کرنے سے بالائی حقیقی جماعتی حدود حاصل ہوتی ہیں۔

| حقیقی بالائی جماعتی حدود | حقیقی زیریں جماعتی حدود |
|---|---|
| 9 + 0.5 | 5 − 0.5 |
| 9.5 اور اسی طرح | 4.5 اور اسی طرح |

جدول 1 کا کالم نمبر 4 دیکھیں

**کیا آپ جانتے ہیں؟**

اپنی جماعت کے 50 طلبہ کی اونچائیوں کو اکٹھا کریں اور مواد کو گروہی مواد میں تبدیل کریں۔

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

جدول-1

| حقیقی جماعتی حدود | تعدد ($f$) | ٹیلی نشان | جماعتی حدود |
|---|---|---|---|
| 4.5 – 9.5 | 5 | 卌 | 5 – 9 |
| 9.5 – 14.5 | 4 | \|\|\|\| | 10 – 14 |
| 14.5 – 19.5 | 8 | 卌 \|\|\| | 15 – 19 |
| 19.5 – 24.5 | 5 | 卌 | 20 – 24 |
| 24.5 – 29.5 | 5 | 卌 | 25 – 29 |
| 29.5 – 34.5 | 2 | \|\| | 30 – 34 |
| 34.5 – 39.5 | 1 | \| | 35 – 39 |

## 12.1.2　تعددی تقسیم کا گراف (Graph of Frequency Distribution)

تعددی تقسیم کو گراف پر ظاہر کرنے کے لیے درج ذیل اقسام کے گراف استعمال کیے جاتے ہیں۔

(a)　کالمی نقشہ　　(b)　تعددی کثیر الاضلاع

### (a)　کالمی نقشہ (Histogram) (مساوی جماعتی حدود کے ساتھ)

> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
> مسلسل مواد کی نمائندگی زیادہ تر کالمی نقشہ اور تعدد کثیر الاضلاع کے ذریعے کی جاتی ہے۔

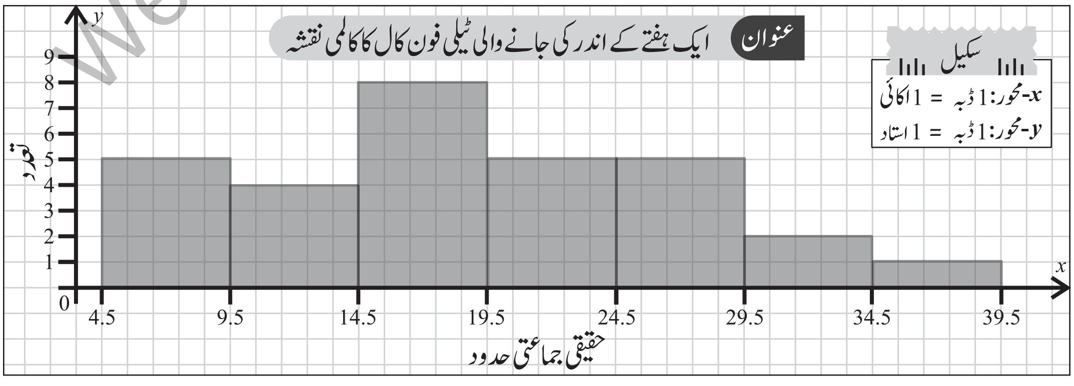
یہ $xy$-مستوی پر بنائی گئی ملحقہ مستطیلوں کا گراف ہے۔ کالمی نقشہ، بار گراف کے مشابہ ہے۔ لیکن یہ تعددی تقسیم کے لیے بنایا جاتا ہے۔ کالمی نقشہ میں مواد کی اقدار کو افقی محور کے ساتھ ظاہر کیا جاتا ہے اور تعدادت کو افقی محور پر عمودی بار سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ انفرادی جماعت کے تعدد کو ظاہر کرنے کے لیے کالموں کی مساوی چوڑائی کو استعمال کیا جاتا ہے۔ کالمی نقشہ بنانے کا طریقہ درج ذیل ہے۔

(i)　$x$- محور اور $y$- محور کو گراف پیپر پر ایک دوسرے پر عموداً ظاہر کریں۔

(ii)　حقیقی جماعتی حدود کو $x$- محور پر ظاہر کریں۔ شکل میں دی گئی مستطیلیں اس طرح بنائی جائیں کہ چوڑائیاں جماعتی حدود کی جسامت کے متناسب ہوں اور اونچائیاں جماعتی حدود کے تعدد کے متناسب ہوں۔

(iii)　پیمانہ مقرر کرتے ہوئے تعددات کو $y$- محور پر ظاہر کریں۔ اس نتیجہ میں جو خاکہ بنے وہ کالمی نقشہ کہلاتا ہے۔

جدول 1 کے کالمی نقشہ کو نیچے دیا گیا ہے۔




Web version of PCTBtextbook



NOT FOR SALE-PESRP

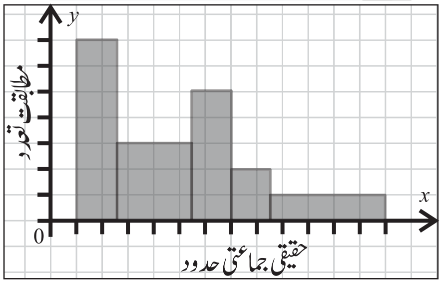
## 12.1.3 کالمی نقشہ (Histogram) (غیر مساوی جماعتی حدود کے ساتھ)

کالمی نقشہ بنانے کا طریقہ کار ذیل میں دیا گیا ہے۔

(i) $x$- محور اور $y$- محور کو گراف پیپر پر عموداً ظاہر کریں۔

(ii) حقیقی جماعتی حدود کو $x$- محور پر ظاہر کریں۔ ہر حقیقی جماعتی حدود کے بالمقابل ایک مستطیل بنائیں۔ جس کی چوڑائی ہر جماعتی حدود کی جسامت کے متناسب ہو اور اونچائی جماعتی حدود کے تعددات کے متناسب ہو۔

عنوان: کالمی نقشہ غیر مساوی جماعتی حدود کے لیے




(iii) اس کو مستطیل کی اونچائیوں میں مطابقت پیدا کر کے حاصل کیا جا سکتا ہے۔ ہر جماعت کے تعدد کو اس کی جماعتی حدود کی جسامت پر تقسیم کر کے ہر مستطیل کی اونچائی کو حاصل کیا جاتا ہے۔

**مثال 2:** ایک علاقہ کے 76 افراد کی عمر (سالوں میں) کی تعددی تقسیم دی گئی ہے۔ اس مواد کے لیے کالمی نقشہ بنائیں۔

| جماعتی حدود | 2 – 4 | 4 – 9 | 9 – 12 | 12 – 17 | 17 – 20 | 20 – 27 | 27 – 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| تعدد $(f)$ | 7 | 10 | 18 | 20 | 10 | 7 | 4 |

**حل:** اس جدول کو دیکھیں جو اس بات کی نشان دہی کرتا ہے کہ جماعتی حدود کی جسامت برابر نہیں ہے۔ جیسا کہ پہلی جماعت کی چوڑائی 2 ہے، دوسری کی 5 ہے، تیسری کی 3 ہے، چوتھی کی 5 ہے، پانچویں کی 3 ہے، چھٹی جماعت کی 7 ہے اور ساتویں جماعت کی جسامت 3 ہے۔ لہٰذا یہاں مستطیلوں کی اونچائیوں میں مطابقت پیدا کرنے کی ضرورت ہے۔ جیسا کہ پہلی جماعت کے لیے ہمارے پاس چوڑائی 2 اور تعدد 7 ہے تو پہلی جماعت کی اونچائی $\frac{7}{2} = 3.5$ ہے، اسی طرح دوسروں کے لیے اونچائی $\frac{10}{5} = 2$، $\frac{18}{3} = 6$، $\frac{20}{5} = 4$، $\frac{10}{3} = 3.3$، $\frac{7}{7} = 1$، $\frac{4}{3} = 1.3$ ہے۔ ان متناسب اونچائیوں کو مطابقت شدہ تعدد بھی کہا جاتا ہے۔

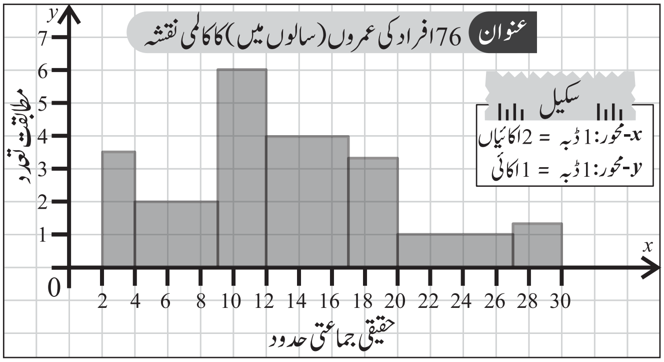
| جماعتی حدود | تعدد $(f)$ | جماعت کی ضخامت | مستطیل کی اونچائی (مطابقت تعدد) |
|---|---|---|---|
| 2 – 4 | 7 | 4 – 2 = 2 | $\frac{7}{2} = 3.5$ |
| 4 – 9 | 10 | 9 – 4 = 5 | $\frac{10}{5} = 2$ |
| 9 – 12 | 18 | 12 – 9 = 3 | $\frac{18}{3} = 6$ |
| 12 – 17 | 20 | 17 – 12 = 5 | $\frac{20}{5} = 4$ |
| 17 – 20 | 10 | 20 – 17 = 3 | $\frac{10}{3} = 3.3$ |
| 20 – 27 | 7 | 27 – 20 = 7 | $\frac{7}{7} = 1$ |
| 27 – 30 | 4 | 30 – 27 = 3 | $\frac{4}{3} = 1.3$ |

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

x- محور کے ساتھ حقیقی جماعتی حدود اور y- محور کے ساتھ مطابقت شدہ تعدد کو لے کر مستطیلیں بنائی گئی ہیں اور کالمی نقشہ بائیں طرف دیا گیا ہے۔

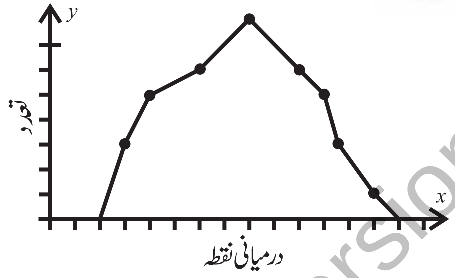



## 12.1.4 تعددی کثیر الاضلاع (Frequency Polygon)

تعددی کثیر الاضلاع ایک جیومیٹریکل بند شکل ہے جو تعددی تقسیم کو گرافی طور پر ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہے۔

تعددی تقسیم کے خطی گراف کو تعددی کثیر الاضلاع کہا جاتا ہے جس میں تعددات کو ان کے درمیانی نقاط کے ساتھ ظاہر کیا جاتا ہے۔ درمیانی نقطہ زیریں جماعتی حدود اور بالائی جماعتی حدود کی اوسط قدر ہے۔ درمیانی نقطہ کو جماعتی نشان بھی کہا جاتا ہے۔ درمیانی نقطہ کو دیے گئے کلیہ سے معلوم کیا جاتا ہے۔

$$\text{درمیانی نقطہ} = \frac{\text{بالائی جماعتی حد} + \text{زیریں جماعتی حد}}{2}$$




تعددی تقسیم کے لیے تعددی کثیر الاضلاع کھینچنے کے لیے درج ذیل اقدامات پر عمل کیا جاتا ہے۔

(i) x اور y- محور کھینچیں جو ایک دوسرے پر عمود ہوں۔

(ii) x- محور پر درمیانی نقاط اور y- محور پر جماعتی تعدد لیں۔

(iii) جماعتی حدود کے درمیانی نقاط کے سامنے ان کی جماعتی تعدد کے نشانات (نقاط) لگائے جاتے ہیں۔ مطلوبہ تعددی کثیر الاضلاع حاصل کرنے کے لیے تمام نقاط کو خطوطِ مستقیم کے ذریعہ ملاتے ہیں۔

(iv) آخر میں دونوں طرف خط کو دونوں کناروں پر اگلے درمیانی نقاط سے x- محور کی بنیاد تک بڑھا دیتے ہیں۔

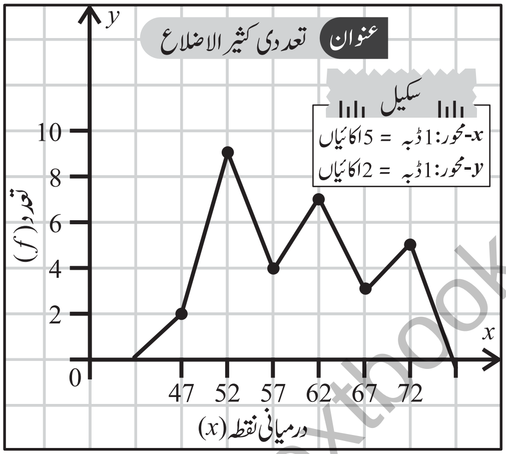
**مثال 3:** 30 طلبہ نے ریاضی کے مضمون میں اپنے سالانہ امتحان میں (100 میں سے) درج ذیل نمبر حاصل کیے۔ نیچے دی گئی تعددی تقسیم کے لیے تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

| نمبرز | 45 – 49 | 50 – 54 | 55 – 59 | 60 – 64 | 65 – 69 | 70 – 74 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| تعدد | 2 | 9 | 4 | 7 | 3 | 5 |


NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

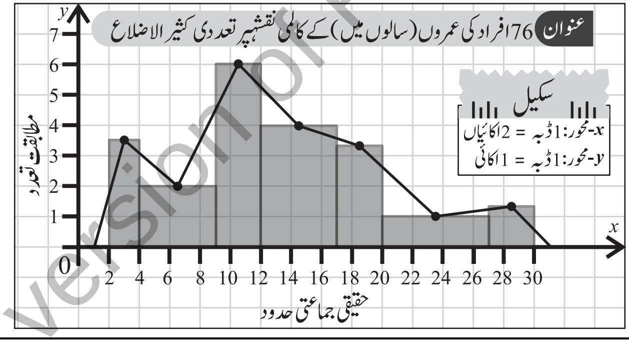
**حل:**

| نمبرز | $f$ | درمیانی نقطہ |
|---|---|---|
| 45 – 49 | 2 | $\frac{45+49}{2}=47$ |
| 50 – 54 | 9 | $\frac{50+54}{2}=52$ |
| 55 – 59 | 4 | $\frac{55+59}{2}=57$ |
| 60 – 64 | 7 | $\frac{60+64}{2}=62$ |
| 65 – 69 | 3 | $\frac{65+69}{2}=67$ |
| 70 – 74 | 5 | $\frac{70+74}{2}=72$ |




**یادرکھیے!**

**کالمی نقشہ پر تعددی کثیر الاضلاع:** کالمی نقشہ میں ہم مستطیلوں کے اوپری حصے پر درمیانی نقاط کو نشان زدہ کرتے ہیں اور تمام نقاط کو جوڑ دیتے ہیں۔ $x$–محور کی بنیاد کو چھونے کے لیے ہم دونوں سروں کو اگلے درمیانی نقطہ تک بڑھاتے ہیں۔ نتیجے میں گراف (مثال 2) ایک تعددی کثیر الاضلاع ہے۔




## مشق نمبر 12.1

1۔ کیمسٹری کے طلبہ کے ایک گروپ نے کیمیائی لیبارٹری میں درج ذیل نمبر حاصل کیے۔

| نمبرز | 24 – 28 | 29 – 33 | 34 – 38 | 39 – 43 | 44 – 48 | 49 – 53 | مجموعہ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| طلبہ کی تعداد | 3 | 6 | 12 | 23 | 15 | 6 | 65 |

درج ذیل سوالات کے جوابات دیں۔

(i) آخری جماعت کی بالائی حد کیا ہے؟

(ii) جماعتی حد (43 – 39) میں زیریں جماعتی حد کیا ہے؟



NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

(iii) جماعتی حد (34 – 38) کا درمیانی نقطہ کیا ہے؟

(iv) (29 – 33) اور (44 – 48) کے جماعتی تعدد کیا ہیں؟

(v) مندرجہ بالا تعددی تقسیم میں جماعتی حدود کی جسامت کیا ہے؟

(vi) کس جماعت یا گروہ میں طلبہ کی تعداد سب سے کم ہے؟

(vii) اس جماعتی حد کی زیریں جماعتی حد کیا ہے، جس کا جماعتی تعدد 15 ہے۔

(viii) اُن طلبہ کی تعداد بتائیں جنھوں نے 24 اور 43 کے درمیان نمبر حاصل کیے۔

2۔ سکول کے سٹاف کے لیے کرسیوں کی مرمت پر درج ذیل اخراجات (سینکڑوں روپوں میں) کی ضرورت ہے۔

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 145, | 152, | 153, | 156, | 158, | 160, | 146, | 152, | 155, | 159, |
| 161, | 163, | 165, | 147, | 148, | 151, | 154, | 156, | 158, | 160, |
| 144, | 167, | 151, | 150, | 152, | 149, | 145, | 153, | 152, | 155 |

جماعتوں کی تعداد 8 لے کر ٹیلی نشان کے طریقہ سے ایک تعددی تقسیم کا جدول بنائیں اور آخری تین جماعتوں کے تعددات لکھیں۔

3۔ ذیل میں ایک ہائی سکول کے 30 طلبہ کے اوزان کلوگرام میں دیے گئے ہیں۔

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30, | 33, | 24, | 21, | 15, | 39, | 37, | 44, | 42, | 33, |
| 33, | 28, | 29, | 32, | 31, | 28, | 26, | 32, | 34, | 35, |
| 38, | 36, | 41, | 30, | 35, | 41, | 23, | 26, | 18, | 34 |

جماعتوں کی تعداد 6 لے کر ایک تعددی تقسیم کا جدول بنائیں اور ایک تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

4۔ دسویں جماعت کے طلبہ کے ایک گروپ نے انگریزی کے مضمون میں (100 میں سے) درج ذیل نمبر حاصل کیے۔

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 58, | 59, | 58, | 33, | 40, | 58, | 45, | 46, | 43, | 45, | 45, |
| 50, | 52, | 49, | 50, | 57, | 52, | 55, | 49, | 50, | 62, | 49, |
| 48, | 44, | 42, | 47, | 46, | 47, | 46, | 53, | 40, | 44 | |

جماعتوں کی تعداد 5 لے کر مواد کی ایک تعددی تقسیم کا جدول بنائیں۔ نیز سب سے کم تعدد والی جماعتی حد معلوم کریں اور اس مواد کا کالمی نقشہ بھی بنائیں۔

5۔ نیچے دیے گئے تعددی تقسیم کے جدول سے کالمی نقشہ پر تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

| وزن (کلوگرام میں) | 10 – 14 | 15 – 19 | 20 – 24 | 25 – 29 | 30 – 34 | 35 – 39 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| تعدد ($f$) | 06 | 17 | 23 | 30 | 22 | 13 |

Web version of PCTBtextbook



NOT FOR SALE-PESRP

6۔ درج ذیل میں 5 سکوں کو اچھالنے سے 50 سیٹوں کے ایک تجربے میں ہیڈ آنے کی تعداد دی گئی ہے۔ اس معلومات سے ایک غیر مسلسل تعدادی تقسیم کا جدول بنائیں۔

3, 3, 4, 0, 5, 4, 3, 3, 1, 2, 4, 5, 0, 3, 2, 4, 4, 0, 0, 0, 5, 5, 3, 2, 1
4, 3, 2, 5, 3, 2, 1, 3, 5, 4, 3, 2, 1, 3, 2, 1, 3, 1, 3, 1, 4, 3, 2, 2, 4

7۔ دسویں جماعت کے طلبہ کے ریاضی میں حاصل کردہ نمبروں کی تعدادی تقسیم درج ذیل جدول میں دی گئی ہے۔

| نمبرز | 35 – 37 | 38 – 44 | 45 – 54 | 55 – 61 | 62 – 67 | 68 – 72 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| تعدد | 2 | 12 | 16 | 13 | 9 | 3 |

اوپر دیے گئے تعددی تقسیم کے جدول کو بذریعہ کالمی نقشہ ظاہر کریں۔

8۔ نیچے دیے گئے گروہی مواد سے کالمی نقشہ پر تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

| جماعتی حدود | 5 – 8 | 8 – 12 | 12 – 20 | 20 – 25 | 25 – 27 | 27 – 32 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| تعدد $(f)$ | 2 | 12 | 25 | 32 | 14 | 5 |

## 12.2 مرکزی رجحان کی پیمائش (Measures of Location (Central Tendency))

وہ پیمانہ جو مواد کا مرکز دیتا ہے۔ مرکزی رُجحان کا پیمانہ کہلاتا ہے۔ مواد کی درمیانی یا مرکزی قدر معلوم کرنے کے لیے مرکزی رُجحان کی پیمائش کا استعمال کیا جاتا ہے۔

ہم پڑھ چکے ہیں کہ مواد کو ایک جامع شکل میں تعددی تقسیم کے ذریعے جب پیش کیا گیا تو معلومات کے بارے میں با آسانی سمجھ لیا گیا۔ مواد میں دی گئی معلومات کو ہم مزید مختصر طریقہ سے صرف ایک نمائندہ قدر کے ذریعے پیش کر سکتے ہیں۔ یہ مواد کے اردگرد تقریباً مرکزی قیمت ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر ہم عام طور پر اس طرح کے جملے استعمال کرتے ہیں۔

(i) حسن روزانہ 6 گھنٹے مطالعہ کرتا ہے۔ (ii) عائشہ کے گھر کا ماہانہ خرچ پچاس ہزار روپے ہے۔
(iii) ماہم کی گاڑی کی رفتار 72 کلو میٹر فی گھنٹا ہے۔ (iv) کسی ملک کی فی کس سالانہ آمدنی 70,000 روپے ہے۔
(v) بازار میں پیاز کی قیمت 150 روپے فی کلو گرام ہے۔ وغیرہ

پہلے جملے پر غور کریں تو معلوم ہو گا کہ حسن ٹھیک 6 گھنٹے روزانہ مطالعہ نہیں کرتا بلکہ وہ کبھی 6 گھنٹے سے زیادہ اور کبھی اس سے کم مطالعہ کرتا ہے۔ لیکن پھر بھی ہم یوں بیان کیوں دیتے ہیں کہ وہ 6 گھنٹے روزانہ مطالعہ کرتا ہے؟ وہ چونکہ 6 گھنٹے کے قریب روزانہ مطالعہ کرتا ہے۔ اس لیے اس کے مطالعہ کے اوقات میں 6 گھنٹے کو ایک خاص حیثیت حاصل ہو گئی ہے۔ جسے ہم اوسط کہتے ہیں۔ اس اوسط کو مرکزی رجحان کا پیمانہ بھی کہا جاتا ہے۔ کیونکہ یہ روزانہ مطالعہ کے اوقات کی نمائندہ قدر ہے۔ اسی طرح باقی سارے بیانات بھی ایک طرح کی نمائندہ قدریں ہیں۔ چونکہ ہر بیان مرکز کے رجحان کو ظاہر کرتا ہے۔ اس لیے ہم اسے ''مرکزی رجحان کی پیمائش'' بھی کہتے ہیں۔

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

درج ذیل مرکزی رجحان کے پیمانوں کی وضاحت اس حصہ میں کی جائے گی۔

(i) حسابی اوسط (ii) وسطانیہ (iii) عادہ (iv) اوزانی اوسط

## 12.2.1 حسابی اوسط (Arithmetic mean)

اس کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ متغیر کی وہ قیمت جو تمام مدات کے مجموعہ کو مدات کی تعداد سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔ پس ایک سلسلہ $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ میں حسابی اوسط کو $\overline{X}$ (جسے x-بار پڑھا جاتا ہے) سے ظاہر کیا جاتا ہے اور اسے یوں معلوم کیا جاتا ہے۔

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\Sigma x}{n} \text{ (براہ راست کلیہ)}$$

یہاں $\Sigma$ علامت مجموعہ کو ظاہر کرتی ہے اور $n$ مدات کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

**مثال 4:** ایک طالب علم کے پانچ امتحانات میں نمبر 64، 75، 81، 87، 90 تھے۔ نمبروں کا حسابی اوسط معلوم کریں۔

**حل:**

$$\text{A.M.} = \overline{X} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{64 + 75 + 81 + 87 + 90}{5}$$

$$\overline{X} = \frac{397}{5} = 79.4 \text{ نمبر}$$

> **خود آزمائی!**
> 10، 30، 40، $x$، 67، 81 کی اوسط 50 ہے۔ $x$ کی قیمت معلوم کریں۔

**مثال 5:** ایک حکومت ایک سکول کے نیچے دیے گئے پانچ شعبوں کے لیے 200,000 روپے کے فنڈز مختص کرتی ہے

(i) سکول لائبریری : 35,000 روپے
(ii) کھیل کی سہولیات : 25,000 روپے
(iii) پارکنگ کی جگہ : 40,000 روپے
(iv) کمروں کی مرمت : 45,000 روپے
(v) فرنیچر : 55,000 روپے

سکول کے ہر شعبے میں فنڈز مختص کرنے کی اوسط معلوم کریں۔

> **خود آزمائی!**
> 15 مدات کی اوسط 50 ہے۔ دوبارہ چیک کرنے پر پتہ چلا کہ ایک عدد 52 کی بجائے 25 غلطی سے لکھا گیا ہے۔ صحیح اوسط معلوم کریں۔

**حل:** ہر شعبے کی اوسط معلوم کرنے کے لیے ہم دیے گئے مواد کی اوسط معلوم کریں گے۔

$$\overline{X} = \frac{35,000 + 25,000 + 40,000 + 45,000 + 55,000}{5}$$

$$\overline{X} = \frac{200,000}{5}$$

$$\overline{X} = 40,000 \text{ روپے}$$

اوسطاً ہر شعبہ 40,000 روپے کے فنڈز لیتا ہے۔

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

## گروہی مواد سے حسابی اوسط نکالنے کا طریقہ

فرض کیا $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ جماعتی حدود کے درمیانی نقاط ہیں۔ ان جماعتی حدود کا تعدد $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n$ ہے اب حسابی اوسط نکالنے کے لیے ہم $f$ اور $x$ کی متناظرہ قیمتوں کے حاصل ضرب کے مجموعہ کو ان کے تعددات کے مجموعہ پر تقسیم کر کے معلوم کرتے ہیں۔

$$\overline{X} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

**مثال 6:** ایک امتحان میں 100 طلبہ کے حاصل کردہ نمبرز (100 میں سے) دیے گئے ہیں۔ ان کے نمبروں کا حسابی اوسط معلوم کریں۔

| نمبرز | 30 – 35 | 35 – 40 | 40 – 45 | 45 – 50 | 50 – 55 | 55 – 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| طلبہ کی تعداد | 14 | 16 | 18 | 23 | 18 | 11 |

**حل:**

| نمبرز | درمیانی نقطہ $(x)$ | تعدد $(f)$ | $fx$ |
|---|---|---|---|
| 30 – 35 | 32.5 | 14 | 455.0 |
| 35 – 40 | 37.5 | 16 | 600.0 |
| 40 – 45 | 42.5 | 18 | 765.0 |
| 45 – 50 | 47.5 | 23 | 1092.5 |
| 50 – 55 | 52.5 | 18 | 945.0 |
| 55 – 60 | 57.5 | 11 | 632.5 |
| **مجموعہ** | __ | $\Sigma = 100$ | $\Sigma fx = 4490$ |

$$\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{4490}{100}$$

یا $\overline{X} = 44.9$ نمبرز

پس طلبہ کے اوسط نمبر 44.9 ہیں۔

## حسابی اوسط نکالنے کا مختصر طریقہ

اس میں کوئی شک نہیں کہ $x$ اور $f$ کی تمام چھوٹی مقداروں کے لیے حسابی اوسط سیدھے طریقہ سے نکالنا مواد غیر گروہی ہو یا گروہی ہو آسان ہوتا ہے۔ لیکن جب $x$ اور $f$ کی تمام قیمتیں کافی بڑی ہوں تو سوال حل کرنا قدرے مشکل ہو جاتا ہے سوال کو کم وقت میں اور آسانی سے حل کرنے کے لیے ہم سلسلہ کی اکائیوں کا فرضی اوسط سے انحراف لیتے ہیں۔ فرض کریں $A$ فرضی اوسط ہے۔ ($x$ کی قیمتوں میں سے کوئی بھی اکائی ہو سکتی ہے) اور سلسلہ اکائیوں کو $A$ سے انحراف کو $D$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یعنی $D = x - A$،



NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

$x = D + A$ کے لیے حسابی اوسط کا کلیہ بن جاتا ہے:

$$\overline{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$$ غیر گروہی مواد کے لیے ...(i)

$$\overline{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$$ گروہی مواد کے لیے ...(ii)

**مثال 7:** ایک بلے باز نے درج ذیل دوڑیں بنائیں۔ دیے ہوئے مواد کا حسابی اوسط مختصر کلیہ کی مدد سے معلوم کریں۔

دوڑیں: 40, 45, 50, 52, 50, 60, 56, 70

**خود آزمائی!**

اگر $\overline{X} = 120$، $A = 85$ اور $n = 25$ ہو تو کیا آپ $\Sigma D$ کی قیمت معلوم کر سکتے ہیں؟

**حل:** فرضی اوسط $(A = 52)$ سے انحراف نکالتے ہیں۔

| **x** | 40 | 45 | 50 | 52 | 50 | 60 | 56 | 70 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **D = x – A** | –12 | –7 | –2 | 0 | –2 | 8 | 4 | 18 |

اب $\Sigma D = -23 + 30 = 7$

چوں کہ $\overline{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$

اس لیے $\overline{X} = 52 + \frac{7}{8}$

$= 52 + 0.875 = 52.88$ یا 53 دوڑیں

**مثال 8:** درج ذیل میں 12.5 میں سے 10 مختلف انحرافات دیے گئے ہیں۔ حسابی اوسط معلوم کریں۔

6, –2, 3.5, 9, 8.7, –5.5, 14, 11.3, –6.8, –4.2

**حل:** 12.5 سے انحرافات:

6, –2, 3.5, 9, 8.7, –5.5, 14, 11.3, –6.8, –4.2

اب $\Sigma D = 34$، نیز $A = 12.5$، ہمارے پاس موجود کلیے کا استعمال کرتے ہوئے:

$$\overline{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$$

$$= 12.5 + \frac{34}{10}$$

یا $\overline{X} = 12.5 + 3.4 = 15.9$

**مثال 9:** درج ذیل تعددی تقسیم میں سکول کے 200 لڑکوں کے قد (انچوں میں) ریکارڈ کیے گئے ہیں۔ مختصر طریقہ سے لڑکوں کا اوسط قد معلوم کریں۔

| **قد(x)(انچوں میں)** | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **تعدد ( f )** | 2 | 5 | 8 | 24 | 55 | 45 | 38 | 16 | 6 | 1 |

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

| قد $(x)$ (انچوں میں) | تعداد $(f)$ | $A = 55$ $D = x - A$ | $fD$ |
|---|---|---|---|
| 51 | 2 | −4 | −8 |
| 52 | 5 | −3 | −15 |
| 53 | 8 | −2 | −16 |
| 54 | 24 | −1 | −24 |
| $A \leftarrow 55$ | 55 | 0 | 0 |
| 56 | 45 | 1 | 45 |
| 57 | 38 | 2 | 76 |
| 58 | 16 | 3 | 48 |
| 59 | 6 | 4 | 24 |
| 60 | 1 | 5 | 5 |
| مجموعہ | $\Sigma f = 200$ | | $\Sigma fD = 135$ |

اب، کلیہ (ii) کا استعمال کرتے ہوئے ہم حاصل کرتے ہیں

$$\overline{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$$

$$\overline{X} = 55 + \frac{135}{200}$$

یا $\overline{X} = 55 + 0.675$

پس $\overline{X} = 55.68$ تقریباً انچ

لہٰذا طلبہ کا اوسط قد 55.68 انچ ہے۔

**مثال 10:** ایک اچھی شہرت کے حامل سکول سے 10 طلبہ پانچویں جماعت کے فریق $A$ اور 10 طلبہ فریق $B$ سے لیے گئے۔ اِن کے اوزان کلوگرام میں پیمائش کیے گئے اور اِنہیں درج ذیل تفصیل میں ریکارڈ کیا گیا۔

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| اوزان (کلوگرام میں) فریق $A$ | 30 | 28 | 32 | 29.5 | 35 | 34 | 31 | 33 | 40 | 37.5 |
| اوزان (کلوگرام میں) فریق $B$ | 35 | 31.5 | 34.5 | 35 | 32.8 | 38 | 29.5 | 36 | 36.5 | 34 |

(i) فریق $A$ اور فریق $B$ کے لیے اوسط اوزان معلوم کریں۔

(ii) نتیجہ اخذ کریں کہ کون سا فریق اوسطاً زیادہ بہتر ہے؟



Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

| $X_{(A)}$ | $X_{(B)}$ |
|---|---|
| 30 | 35 |
| 28 | 31.5 |
| 32 | 34.5 |
| 29.5 | 35 |
| 35 | 32.8 |
| 34 | 38 |
| 31 | 29.5 |
| 33 | 36 |
| 40 | 36.5 |
| 37.5 | 34 |
| $\Sigma X_{(A)} = 330$ | $\Sigma X_{(B)} = 342.8$ |

**حل:** (i) ہم دونوں فریقوں کے لیے حسابی اوسط براہ راست طریقہ سے معلوم کرتے ہیں۔(کوئی بھی طریقہ استعمال کیا جاسکتا ہے)۔

جیسا کہ مدات کی تعداد $n = 10$

اور $\overline{X}_{(A)} = \dfrac{\Sigma X_{(A)}}{n}$

پس $\overline{X}_{(A)} = \dfrac{330}{10} = 33$ کلوگرام

اور $\overline{X}_{(B)} = \dfrac{\Sigma X_{(B)}}{n}$

پس $\overline{X}_{(B)} = \dfrac{342.8}{10} = 34.28$ کلوگرام

(ii) نتائج سے ہم نے دیکھا کہ $\overline{X}_{(B)}$ کا جواب $\overline{X}_{(A)}$ سے بڑا ہے۔اِس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ فریق $B$ اوسطاً بہتر ہے۔

### 12.2.2 وسطانیہ (Median)

وسطانیہ ترتیب شدہ (صعودی یا نزولی ترتیب) مواد کی بالکل درمیانی قدر ہوتی ہے۔وسطانیہ وہ قدر ہے جو مواد کو دو برابر حصّوں میں تقسیم کردے۔یعنی مواد کا 50 فی صد وسطانی قدر سے پہلے اور 50 فی صد وسطانی قدر کے بعد ہوتا ہے۔وسطانیہ کو $\widetilde{X}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

**غیر گروہی مواد کے لیے وسطانیہ**

$n$ مدات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ کا وسطانیہ اس طرح معلوم کیا جاتا ہے۔

$$\text{وسطانیہ } (\widetilde{X}) = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{ ویں قدر} \qquad (\text{جب } n \text{ طاق عدد ہو})$$

$$\text{وسطانیہ } (\widetilde{X}) = \frac{1}{2}\left(\frac{n}{2} \text{ ویں قدر} + \left(\frac{n+2}{2}\right) \text{ ویں قدر}\right) \qquad (\text{جب } n \text{ جفت عدد ہو})$$

**مثال 11:** کرکٹ کے ایک کھلاڑی نے درج ذیل دوڑیں بنائیں۔

8, 12, 18, 13, 16, 5, 20 دوڑوں کا وسطانیہ معلوم کریں۔

**حل:** دوڑوں کو ترتیب صعودی میں لکھیں۔ <u>5, 8, 12,</u> 13, <u>16, 18, 20</u>

چوں کہ $n = 7$ طاق ہے اِس لیے

$$\text{وسطانیہ}(\widetilde{X}) = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{ ویں قدر}$$

$$= \left(\frac{7+1}{2}\right) \text{ ویں قدر} = \text{چوتھی قدر} = 13$$

پس دیے گئے مواد کا وسطانیہ 13 ہے۔



Web version of PCTB textbook
NOT FOR SALE-PESRP

**مثال12:** 10 طلبہ نے انگریزی میں (100 میں سے) درج ذیل نمبر حاصل کیے:

23, 15, 35, 48, 41, 5, 8, 9, 11, 51 اِس مواد کا وسطانیہ معلوم کریں۔

**حل:** مواد کو ترتیب صعودی میں لکھیں۔

<u>5, 8, 9, 11,</u> <u>15, 23,</u> <u>35, 41, 48, 51</u>

چوں کہ $n = 10$ جفت ہے اِس لیے

$$\text{وسطانیہ } (\widetilde{X}) = \frac{1}{2}\left(\frac{n}{2}\text{ ویں قدر } + \left(\frac{n+2}{2}\right)\text{ ویں قدر}\right)$$

$$\text{جیسا کہ } \frac{n}{2} = \frac{10}{2} = 5 \quad \text{اور} \quad \frac{n+2}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\text{وسطانیہ} = \frac{1}{2}\left(5\text{ ویں قدر } + 6\text{ ویں قدر}\right)$$

$$\because \quad \text{وسطانیہ} = \frac{1}{2}\left[15 + 23\right] = \frac{38}{2} = 19$$

پس مواد کا وسطانیہ 19 ہے۔

## گروہی مواد کے لیے وسطانیہ

گروہی مواد کے لیے وسطانیہ درج ذیل کلیہ سے معلوم کیا جاتا ہے۔

$$\text{وسطانیہ} = (\widetilde{X}) = \ell + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - c\right)$$

جب کہ

$\ell =$ وسطانی جماعت کی حقیقی زیریں جماعتی حد ہے۔

$h =$ وسطانی جماعت کی جماعتی حدود کی جسامت ہے۔

$f =$ وسطانی جماعت کا تعدد ہے۔

$n =$ تعدد کا مجموعہ یعنی $\Sigma f$ ہے۔

$c =$ وسطانی جماعت سے پہلی جماعت کا مجموعی تعدد ہے۔

درج ذیل نکات کو یاد رکھیں:

(i) جماعتیں ایک مسلسل سلسلہ میں ہونی چاہیں۔ یعنی ہمیں حقیقی جماعتی حدود کی ضرورت ہوتی ہے۔

(ii) تعددی کالم سے مجموعی تعدد ( $c.f$ ) کا کالم مرتب کریں۔

(iii) $\left(\frac{n}{2}\right)$ ویں قدر کی قیمت نکالنے کے بعد اِسے ہم مجموعی تعدد ( $c.f$ ) کے کالم میں جہاں کہیں بھی یہ آتا ہے دیکھیں اور وسطانی جماعت کا تعین کریں۔

(iv) وسطانی جماعت کی نشان دہی کریں۔ پھر اِس وسطانی جماعت سے $f$ اور $h$ کی قیمتیں لیں۔



NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

**مثال13:** 100 کھلاڑیوں کے قد تقریباً (انچوں میں) درج ذیل جدول میں دیے گئے ہیں۔ وسطانیہ معلوم کریں۔

| قد (انچوں میں) | 62.5–63.5 | 63.5–64.5 | 64.5–65.5 | 65.5–66.5 | 66.5–67.5 | 67.5–68.5 | 68.5–69.5 | 69.5–70.5 | 70.5–71.5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| طلبہ کی تعداد | 4 | 6 | 10 | 20 | 30 | 13 | 12 | 3 | 2 |

**حل:** اس گروہی مواد میں حقیقی جماعتی حدود پہلے ہی دی گئی ہیں۔

| قد (انچوں میں) | تعدد $(f)$ | مجموعی تعدد $(c.f.)$ |
|---|---|---|
| 62.5 – 63.5 | 4 | 4 |
| 63.5 – 64.5 | 6 | 6 + 4 = 10 |
| 64.5 – 65.5 | 10 | 10 + 10 = 20 |
| 65.5 – 66.5 | 20 | 20 + 20 = 40 → $c$ |
| 66.5 – 67.5 | 30 | 30 + 40 = 70 ⟶ وسطانی جماعت |
| 67.5 – 68.5 | 13 | 13 + 70 = 83 |
| 68.5 – 69.5 | 12 | 12 + 83 = 95 |
| 69.5 – 70.5 | 3 | 3 + 95 = 98 |
| 70.5 – 71.5 | 2 | 2 + 98 = 100 → $n$ |
| **مجموعہ** | $\Sigma f = 100$ | --- |

یہاں $n = 100$

لہٰذا $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$

50ویں قدر 67.5 — 66.5 حقیقی جماعت میں ہے۔

$$c = 40, f = 30, h = 1, \ell = 66.5$$

چوں کہ $\text{وسطانیہ} = \ell + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - c\right)$

قیمتیں درج کرنے سے $= 66.5 + \frac{1}{30}(50 - 40)$

$$= 66.5 + \frac{10}{30}$$

$$= 66.5 + 0.33$$

وسطانیہ = 66.83 انچ

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

**مثال14:** درج ذیل میں 50 آدمیوں کے اوزان (کلو گرام) میں دیے گئے ہیں۔ اوزان کا وسطانیہ معلوم کریں۔

| اوزان (کلو گرام میں) | 110 – 114 | 115 – 119 | 120 – 124 | 125 – 129 | 130 – 134 |
|---|---|---|---|---|---|
| آدمیوں کی تعداد ($f$) | 5 | 12 | 23 | 6 | 4 |

**حل:** اِس گروہی مواد میں حقیقی جماعتی حدود نہیں دی گئی ہیں۔ اِس لیے سب سے پہلے حقیقی جماعتی حدود معلوم کرتے ہیں۔

| اوزان (کلو گرام میں) | تعدد ($f$) | حقیقی جماعتی تعدد | مجموعی تعدد (c.f.) |
|---|---|---|---|
| 110 – 114 | 5 | 109.5 – 114.5 | 5 |
| 115 – 119 | 12 | 114.5 – 119.5 | $17 \rightarrow c$ |
| 120 – 124 | 23 | 119.5 – 124.5 | $40 \rightarrow$ وسطانی جماعت |
| 125 – 129 | 6 | 124.5 – 129.5 | 46 |
| 130 – 134 | 4 | 129.5 – 134.5 | $50 \rightarrow n$ |
| **مجموعہ** | $\Sigma f = 50$ | --- | --- |

یہاں $n = 50$ لہٰذا $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$، 25ویں قدر حقیقی جماعتی حدود (124.5 – 119.5) میں شامل ہے۔

$$\ell = 119.5,\ h = 5,\ f = 23,\ c = 17$$

$$\text{وسطانیہ} = \ell + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - c\right)$$

$$= 119.5 + \frac{5}{23}(25 - 17) \quad \text{(قیمتیں درج کرنے سے)}$$

$$= 119.5 + \frac{40}{23} = 119.5 + 1.74$$

پس $\text{وسطانیہ} = 121.24$ کلو گرام

## 12.2.3 عادہ (Mode)

کسی سلسلہ یا مواد میں وہ قیمت جو سب سے زیادہ مرتبہ آئے عادہ کہلاتی ہے۔ یہ سب سے عام قدر ہوتی ہے۔ عادہ کو $\hat{X}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

### غیر گروہی مواد کے لیے عادہ (Mode for Ungrouped Data)

**مثال15:** جمال کے ریاضی میں 8 ماہانہ ٹیسٹوں میں حاصل کردہ نمبر 75,76,80,80,82,82,82,85 تھے۔ حاصل کردہ نمبروں کا عادہ معلوم کریں۔

**حل:** چوں کہ مواد میں 82 سب سے زیادہ مرتبہ یعنی تین بار آیا ہے۔ پس عادہ 82 ہے۔

**مثال16:** 10 طلبہ سے پوچھا گیا کہ اُنھوں نے پچھلے ہفتے کُل 20 سوالات میں سے کتنے سوالات حل کیے۔ ریکارڈ کیے گئے سوالات کے حل کی تعداد 17 ,18 ,20 ,19 ,10 ,16 ,11 ,15 ,14 ,13 تھی۔ مواد کا عادہ معلوم کریں۔


NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

**حل:** یہ واضح ہے مواد میں کوئی بھی مد ایک مرتبہ سے زیادہ نہیں آئی۔ لہٰذا اِس مواد کا کوئی عادہ نہیں ہے۔ بعض اوقات مواد میں ایک سے زیادہ عادہ بھی ہو سکتے ہیں۔ اگر مواد 32, 25, 20, 20, 20, 15, 15, 15, 10 ہو تو اِس میں عادہ کی دو قیمتیں ہیں یعنی 15 اور 20۔

**مثال 17:** ایک سکول کے 15 طلبہ سے ایک سروے کیا گیا اور طلبہ سے اُن کے پسندیدہ رنگ کے بارے میں پوچھا گیا۔ جوابات یہ ہیں: جامنی، پیلا، جامنی، پیلا، پیلا، سُرخ، نیلا، سبز، پیلا، پیلا، سُرخ، نیلا، پیلا، جامنی، سبز۔ مواد کا عادہ معلوم کریں۔

**حل:** عادہ سب سے زیادہ مرتبہ آنے والا رنگ ہے۔

پیلا رنگ = عادہ

لہٰذا "پیلا رنگ" دیے گئے مواد کا عادہ ہے۔

**یاد رکھیے!**

مواد میں ایک سے زیادہ عادہ ہو سکتے ہیں۔ ایک مواد میں عادہ ہو بھی سکتا ہے اور نہیں بھی ہو سکتا۔

## گروہی مواد کے لیے عادہ

عادہ درج ذیل کلیہ کی مدد سے نکال سکتے ہیں۔

$$\text{عادہ} = \ell + \frac{(f_m - f_1)}{(f_m - f_1)(f_m - f_2)} \times h$$

جب کہ:

$\ell$ = عادہ جماعت کی حقیقی زیریں حد ہے۔

$f$ = عادہ جماعت کا تعدد

$f_1$ = عادہ جماعت سے پہلے والی جماعت کا تعدد

$f_2$ = عادہ جماعت کے بعد آنے والی جماعت کا تعدد

$h$ = عادہ جماعت میں جماعتی حدود کی جسامت

**نوٹ!**

تعددی تقسیم میں دیے گئے مواد کی مدد سے عادہ آسانی سے معلوم نہیں کیا جاسکتا۔ کیوں کہ اس میں اکیلی قیمت نہیں ہوتی۔ اس لیے ہم پہچان نہیں سکتے کہ کونسی قیمت سب سے زیادہ بار آئی ہے۔ ہم صرف سب سے زیادہ تعدد والی جماعت کو عادہ جماعت کے طور پر فرض کرتے ہیں۔

**مثال 18:** درج ذیل آٹھویں جماعت کے 40 طلبہ کے قد (انچوں میں) دیے گئے ہیں۔ مواد کا عادہ معلوم کریں۔

| قد (انچوں میں) | 48 – 50 | 50 – 52 | 52 – 54 | 54 – 56 | 56 – 58 | 58 – 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| طلبہ کی تعداد | 5 | 7 | 10 | 9 | 6 | 3 |

| قد (انچوں میں) | تعدد ($f$) |
|---|---|
| 48 – 50 | 5 |
| 50 – 52 | $7 \rightarrow f_1$ |
| 52 – 54 | $10 \rightarrow f_m$ |
| 54 – 56 | $9 \rightarrow f_2$ |
| 56 – 58 | 6 |
| 58 – 60 | 3 |
| مجموعہ | $\Sigma f = 40$ |

**سرگرمی**

50 طلبہ کے وزن کا مواد اِکٹھا کریں۔ اس کی تعددی تقسیم بنائیں اور دیے ہوئے مواد سے اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

**حل:** اِس مواد میں حقیقی جماعتی حدود پہلے ہی دی گئی ہیں۔ عادہ معلوم کرنے کے لیے گروہی مواد کا کلیہ استعمال کرتے ہیں۔

$$\ell = 52,\ h = 2,\ f_m = 10,\ f_1 = 7,\ f_2 = 9$$

$$\text{عادہ} = \ell + \frac{(f_m - f_1) \times h}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)}$$

یا
$$\text{عادہ} = 52 + \frac{(10-7) \times 2}{(10-7) + (10-9)}$$

یا
$$\text{عادہ} = 52 + \frac{3 \times 2}{3+1} = 52 + \frac{6}{4}$$

یا
$$\text{عادہ} = 52 + 1.5 = 53.5 \text{ انچ}$$

**سرگرمی**

پہلے 20 مکمل اعداد کے اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

## 12.2.4 اوزانی اوسط (Weighted Mean)

حسابی اوسط کو اُس وقت استعمال کیا جاتا ہے۔ جب تمام قدروں کو یکساں اہمیت / وزن دیا جاتا ہے۔ لیکن بعض حالات ایسے ہوتے ہیں جن میں مختلف قدروں کو مختلف اوزان دیے جاتے ہیں۔ اس صورت حال میں اوزانی اوسط کو ترجیح دی جاتی ہے۔ اسے $\overline{X}_w$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ کی اوزانی اوسط اِس کے متعلقہ اوزان $W_1, W_2, W_3, \ldots, W_n$ کے ساتھ اِس طرح معلوم کیا جاتا ہے۔

$$\overline{X}_w = \frac{W_1X_1 + W_2X_2 + W_3X_3 + \cdots + W_nX_n}{W_1 + W_2 + W_3 + \cdots W_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_iX_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i} = \frac{\sum WX}{\sum W}$$

**مثال 19:** درج ذیل مواد ایک طالب علم کے مختلف مضامین میں نمبروں کی وضاحت کرتا ہے اور اِن مضامین کے تفویض کردہ اوزان بھی دیے گئے ہیں۔

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **نمبرز (X)** | 74 | 78 | 74 | 90 |
| **اوزان (W)** | 4 | 3 | 5 | 6 |

اِس کا اوزانی اوسط معلوم کریں۔

**حل:**

$$\text{اوزانی اوسط} \left(\overline{X}_w\right) = \frac{\Sigma WX}{\Sigma W}$$

$$\overline{X}_w = \frac{4(74) + 3(78) + 5(74) + 6(90)}{4 + 3 + 5 + 6}$$

$$= \frac{296 + 234 + 370 + 540}{18} = \frac{1440}{18}$$

$$\overline{X}_w = 80$$

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

**مثال 20:** ایک دواساز کمپنی نے شہر کے سات مختلف علاقوں میں دوائی کے نمونے کی مارکیٹنگ شروع کی۔ کمپنی نے دوا کے پیکٹ شہر کے ہر علاقہ میں تقسیم کیے اور ہر علاقے کی مانگ کے مطابق دوائی تقسیم کی گئی۔ دیے گئے مواد کا حسابی اوسط اور اوزانی اوسط معلوم کریں۔

| شہر کے علاقے | پیکٹوں کی تعداد | اوزان (کلوگرام میں) |
|---|---|---|
| A | 15 | 5 |
| B | 25 | 4 |
| C | 18 | 3 |
| D | 23 | 4 |
| E | 15 | 2 |
| F | 10 | 1 |
| G | 8 | 2 |

**حل:**

$$\text{حسابی اوسط} = \frac{\Sigma X}{n}$$

$$= \frac{15+25+18+23+15+10+8}{7}$$

$$= \frac{114}{7} = 16.29 \approx 16 \text{ پیکٹ}$$

لہٰذا کمپنی کی طرف سے ہر علاقے میں تقسیم کی جانے والی دوائی کے پیکٹوں کی اوسط تعداد 16 پیکٹ ہے۔

$$\text{اوزانی اوسط} = \frac{\Sigma WX}{\Sigma W}$$

$$= \frac{15(5)+25(4)+18(3)+23(4)+15(2)+10(1)+8(2)}{5+4+3+4+2+1+2}$$

$$= \frac{377}{21} = 17.95 \approx 18$$

## 12.2.5 حسابی اوسط، اوزانی اوسط، وسطانیہ اور عادہ کا روزمرہ زندگی میں استعمال

### فروخت اور ترسیل (Sales and Marketing)

**مثال 21:** ایک کھلونا بنانے والی فیکٹری نے ایک مہینے میں جتنے کھلونے فروخت کیے۔ درج ذیل مواد پر غور کریں۔

| جماعتی حدود | 10 – 20 | 20 – 30 | 30 – 40 | 40 – 50 | 50 – 60 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 15 | 28 | 45 | 29 | 20 |

(i) فیکٹری سے فروخت کیے گئے کھلونوں کی تعداد کا حسابی اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

(ii) نیز اِس جدول کی عادہ جماعت بھی بتائیں۔



NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

**حل:** (i) حسابی اوسط کے لیے

| جماعتی حدود | $f$ | $X$ | $fX$ | مجموعی تعدد (c.f.) | |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 – 20 | 15 | 15 | 225 | 15 | |
| 20 – 30 | 28 | 25 | 700 | 28 + 15 = 43 | |
| 30 – 40 | 45 | 35 | 1575 | 45 + 43 = 88 | عادہ/ وسطانی جماعت |
| 40 – 50 | 29 | 45 | 1305 | 29 + 88 = 117 | |
| 50 – 60 | 20 | 55 | 1100 | 20 + 117 = 137 | |
| **مجموعہ** | **$\Sigma f = 137$** | | **4905** | | |

$$\text{اوسط}\left(\overline{X}\right) = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{4905}{137} = 35.8 \approx 36$$

کھلونوں کی اوسط فروخت 36 ہے۔

**وسطانیہ کے لیے:**

یہاں $n = 137$ ، $\frac{n}{2} = \frac{137}{2} = 68.5$ ؛ 68.5 موجود ہے جماعتی حدود (30 – 40) میں

$\ell = 30,\ h = 10,\ f = 45,\ c = 43$

$$\text{وسطانیہ}(\tilde{X}) = \ell + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - c\right)$$

$$= 30 + \frac{10}{45}\left(\frac{137}{2} - 43\right)$$

$$= 30 + \frac{10}{45}(68.5 - 43)$$

$$= 30 + \frac{10}{45}(25.5)$$

$$= 30 + 5.67$$

$$\text{وسطانیہ} = 35.67 \approx 36$$

پس فیکٹری کی طرف سے فروخت کیے گئے کھلونوں کا وسطانیہ 36 ہے۔

**عادہ کے لیے:** $\ell = 30,\ h = 10,\ f_m = 45,\ f_1 = 28,\ f_2 = 29$

$$\text{عادہ}\,(\hat{X}) = \ell + \frac{(f_m - f_1)}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$$

$$= 30 + \frac{(45 - 28)}{(45 - 28) + (45 - 29)} \times 10$$



NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

$$= 30 + \frac{(45-28)}{(45-28)+(45-29)} \times 10$$

$$= 30 + \frac{17}{17+16} \times 10$$

$$= 30 + \frac{17}{33} \times 10$$

$$= 30 + 5.15$$

$$\text{عادہ } (\hat{X}) = 35.15 \approx 35$$

پس فیکٹری کی طرف سے فروخت کیے گئے کھلونوں کا عادہ 35 ہے۔

(ii) فیکٹری کی طرف سے فروخت کیے گئے کھلونوں کی ماڈل کلاس (40 – 30) ہے۔

## مشق 12.2

1۔ درج ذیل میں ہر ایک کا حسابی اوسط معلوم کریں۔

(i) 4, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 28, 30. (ii) 12, 18 19, 0, –19, –18, –12

(iii) 6.5, 11, 12.3, 9, 8.1, 16, 18, 20.5, 25 (iv) 8, 10, 12, 14, 16, 20, 22

2۔ درج ذیل میں 12 طلبہ کے قد (انچوں میں) ہیں۔ وسطانی قد معلوم کریں۔

55, 53, 54, 58, 60, 61, 62, 56, 57, 52, 51, 63 مواد کا وسطانیہ معلوم کریں۔

3۔ درج ذیل میں 10 مزدوروں کی اُجرتیں (روپوں میں) ہیں۔

88, 70, 72, 125, 115, 95, 81, 90, 95, 90

(i) حسابی اوسط (ii) وسطانیہ (iii) عادہ معلوم کریں۔

4۔ درج ذیل انگریزی مضمون میں طلبہ کے حاصل کردہ نمبر دیے گئے ہیں:

| حاصل کردہ نمبر | 15 – 19 | 20 – 24 | 25 – 29 | 30 – 34 | 35 – 39 |
|---|---|---|---|---|---|
| تعدد | 9 | 18 | 35 | 17 | 5 |

(i) ان نمبروں کا حسابی اوسط (براہ راست اور مختصر طریقہ سے) (ii) اِن نمبروں کا وسطانیہ معلوم کریں۔

5۔ درج ذیل تعددی تقسیم دی گئی ہے اس تعددی تقسیم کا عادہ معلوم کریں۔

| جماعتی حدود | 5 – 9 | 10 – 14 | 15 – 19 | 20 – 24 | 25 – 29 |
|---|---|---|---|---|---|
| تعدد | 1 | 8 | 18 | 11 | 2 |

6۔ 10 نوجوان لڑکے ایک پٹرول پمپ سٹیشن پر کام کرتے ہیں۔ اِن کی ہفتہ وار اُجرتیں درج ذیل ہیں۔

اُجرتیں (روپوں میں): 4250, 4350, 4400, 4250, 4350, 4410,4500, 4300, 4500, 4390.

اُجرتوں کا حسابی اوسط مختصر کلیے سے، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔



NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

7۔ 45 مدات کا حسابی اوسط 80 ہے۔ اِن کا مجموعہ معلوم کریں۔

8۔ پانچ مدات اِس طرح ہیں: 9 ,7 ,0 ,4 ,1 اِن کا حسابی اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

9۔ مواد کے ایک سیٹ میں درج ذیل قیمتیں ہیں۔

148, 145, 160. 157, 156, 160

ثابت کریں کہ حسابی اوسط > وسطانیہ > عادہ

10۔ ایک ہوسٹل میں 10 طلبہ کے دوپہر کے کھانے کی ماہانہ حاضریوں کا ریکارڈ کچھ اِس طرح ہے۔

21, 15, 16, 18, 14, 17, 15, 12, 13, 11

حاضریوں کا وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں اگر $D = A - 20$ فرض کریں تو حسابی اوسط بھی معلوم کریں۔

11۔ تقسیمِ انعامات کے دِن 50 طلبہ کے لائے ہوئے جیب خرچ کی تفصیل درج ذیل جدول میں دی گئی ہے۔

| روپے | 5 – 10 | 10 – 15 | 15 – 20 | 20 – 25 | 25 – 30 |
|---|---|---|---|---|---|
| تعدد $(f)$ | 12 | 9 | 18 | 7 | 4 |

(i) درج بالا مواد کا وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

(ii) دیے گئے مواد کا حسابی اوسط مختصر طریقہ سے معلوم کریں۔

12۔ 20 لڑکوں کی عمروں کا حسابی اوسط 13 سال 4 ماہ اور 5 دِن ہے۔ اِن کی عمروں کا مجموعہ معلوم کریں۔ اگر ان میں سے ایک لڑکے کی عمر 15 سال ہو تو باقی لڑکوں کی اوسط عمر کیا ہے؟

13۔ درج ذیل معلومات سے حسابی اوسط معلوم کریں۔

(i) اگر $D = X - 140$ ، $\Sigma D = 500$ اور $n = 10$ ہو

(ii) اگر $U = \dfrac{x-130}{6}$ ، $\Sigma U = -150$ اور $n = 15$ ہو

(iii) اگر $D = X - 25$ ، $\Sigma fD = 300$ اور $\Sigma f = 20$ ہو

(iv) اگر $U = \dfrac{x-120}{5}$ ، $\Sigma fU = 60$ اور $\Sigma f = 100$ ہو

14۔ سکول میں اساتذہ کے ایک گروپ نے ایک کرکٹ میچ منعقد کیا جس میں تین بچوں حارث، ماہم اور منال نے درج ذیل دوڑیں بنائیں۔

| حارث کی دوڑیں | 50 | 55 | 70 | 85 | 90 |
|---|---|---|---|---|---|
| ماہم کی دوڑیں | 75 | 60 | 60 | 45 | 53 |
| منال کی دوڑیں | 80 | 77 | 66 | 42 | 48 |

یہ فیصلہ کیا گیا ہے کہ جو بچہ سب سے زیادہ اوسطاً دوڑیں بنائے گا اُسے 1000 روپے انعام میں دیے جائیں گے۔ انعام کی رقم کون حاصل کرے گا؟



NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

15۔ نیچے دیا گیا ایک تعددی تقسیم کا جدول ہے۔ جسے انحرافات $D = X - 20$ سے بنایا گیا ہے۔ اِس مواد سے حسابی اوسط معلوم کریں۔

| $D$ | $-6$ | $-4$ | $-2$ | 0 | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 1 | 3 | 6 | 20 | 26 | 12 | 2 |

16۔ ایک معلومات عامہ کے پروگرام میں دو ساتھیوں حفصہ اور فاطمہ نے حصّہ لیا اور اِنہوں نے درج ذیل پوائنٹس حاصل کیے:

45, 51, 58, 61, 74. 48, 46, 50

اوسط پوائنٹس بذریعہ انحراف $D = x - 58$ معلوم کریں۔

17۔ ایک شخص نے درج ذیل کھانے کی اشیا خریدیں:

| کھانے کی اشیا | مقدار (کلو گرام میں) | لاگت فی کلو گرام (روپوں میں |
|---|---|---|
| چاول | 10 | 96 |
| آٹا | 12 | 48 |
| گھی | 4 | 190 |
| چینی | 3 | 49 |
| گوشت | 2 | 650 |

کھانے والی اشیا کا اوزانی اوسط فی کلو گرام کیا ہے؟

18۔ نیچے دیے گئے مواد کا اوزانی اوسط معلوم کریں۔

| اشیا | مقدار | اشیا کی لاگت (ہزاروں میں) |
|---|---|---|
| واشنگ مشین | 5 | 35 |
| ہیٹر | 3 | 5 |
| چولہا | 2 | 13 |
| ڈسپنسر | 6 | 18 |

19۔ ایک کمپنی اپنے اگلے سال کے مارکیٹنگ بجٹ کی منصوبہ بندی پانچ سالوں میں کر رہی ہے۔ سالانہ بجٹ (ملین میں) 5, 7, 8, 6, 7 ہیں۔ اگلے سال کا اوسط بجٹ معلوم کریں۔

20۔ احمد نے ایک مخصوص امتحان میں درج ذیل نمبر حاصل کیے۔

| اُردو | انگلش | سائنس | ریاضی | اسلامیات | کمپیوٹر |
|---|---|---|---|---|---|
| 78 | 65 | 80 | 90 | 85 | 72 |

اگر مضامین کو بالترتیب 4 ,2 ,3 ,2 ,4 ,5 وزن دیا گیا ہو تو اِن کا اوزانی اوسط معلوم کریں۔

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

# جائزہ مشق 12

1۔ ہر بیان کے نیچے چار جواب دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) کون سا مواد صرف مخصوص اقدار لیتا ہے؟

(a) مسلسل مواد (b) غیر مسلسل مواد (c) گروہی مواد (d) غیر گروہی مواد

(ii) مواد میں کسی قدر کے وقوع پذیر ہونے کی تعداد کو کہا جاتا ہے۔

(a) تعدد (b) متوقع تعدد (c) جماعتی حد (d) حقیقی جماعتی حد

(iii) درمیانی نقطہ جانا جاتا ہے۔

(a) حسابی اوسط (b) وسطانیہ (c) جماعتی حد (d) جماعتی نشان

(iv) تعددی کثیر الاضلاع کو استعمال کرتے ہوئے بنایا جاتا ہے:

(a) کالمی نقشہ (b) بار گراف (c) حقیقی جماعتی حدود (d) سعت

(v) سب سے بڑی مد اور سب سے چھوٹی مد کے درمیان فرق کو کہا جاتا ہے۔

(a) جماعتی حدود (b) درمیانی نقطہ (c) نسبتی تعدد (d) سعت

(vi) مرکزی رجحان کی پیمائش معلوم کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے:

(a) حقیقی جماعتی حدود (b) مجموعی تعدد (c) درمیانی قدر (d) تعدد

(vii) اگر 5، 7، 8، 9 اور $x$ کا حسابی اوسط 7.5 ہو تو $x$ کی قدر کیا ہو گی؟

(a) 10 (b) 8 (c) 8.5 (d) 5.8

(viii) دیے گئے مواد کا عادہ معلوم کریں: 10,7,3,1,0,9,8,5,2

(a) 5 (b) 7 (c) 0 (d) کوئی عادہ نہیں

(ix) کسی سلسلہ یا مواد میں وہ قیمت جو سب سے زیادہ مرتبہ آئے کہلاتی ہے:

(a) حسابی اوسط (b) عادہ (c) وسطانیہ (d) اوزانی اوسط

(x) دیے گئے مواد کا وسطانیہ معلوم کریں: 110, 125, 122, 130, 124, 127, 120

(a) 124 (b) 120 (c) 125 (d) 127

2۔ مندرجہ ذیل کی وضاحت کریں۔

(i) تعددی تقسیم (ii) کالمی نقشہ (غیر مساوی جماعتی حدود کے لیے)

(iii) حسابی اوسط (iv) وسطانیہ



Web version of PCTB textbook
NOT FOR SALE-PESRP

3۔ درج ذیل میں 40 طلبہ کے اوزان تقریباً (پونڈ میں) ریکارڈ کیے گئے ہیں۔

138, 164, 150, 132, 144, 125, 149, 157, 146, 158, 140, 147, 136, 148, 152, 144, 168, 126, 138, 176, 163, 119, 154, 165, 146, 173, 142, 147, 135, 153, 140, 135 161, 145, 135, 142, 150, 156, 145, 128

(a) جماعتوں کی تعداد 6 لے کر ایک تعددی تقسیم کا جدول بنائیں۔ (b) کالمی نقشہ بنائیں۔

(c) دیے ہوئے مواد کا تعددی کثیر الاضلاع بھی بنائیں۔

4۔ نیچے دیے گئے تعددی تقسیم کے جدول کی مدد سے کالمی نقشہ پر تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

| وزن (کلوگرام میں) | 50 – 56 | 57 – 59 | 60 – 64 | 65 – 72 | 73 – 75 | 76 – 80 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| تعدد $(f)$ | 25 | 32 | 40 | 30 | 15 | 8 |

5۔ 45 طلبہ نے بائیولوجی کے ماہانہ ٹیسٹ میں درج ذیل نمبر حاصل کیے۔

| حاصل کردہ نمبر | 20 – 24 | 25 – 29 | 30 – 34 | 35 –39 | 40 –44 | 45 – 49 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| طلبہ کی تعداد | 05 | 08 | 12 | 15 | 03 | 02 |

اوپر دی ہوئی تفصیل سے درج ذیل کے بارے میں بتائیں

(i) پانچویں جماعتی حد کی بالائی حقیقی جماعتی حد (ii) تمام جماعتوں کی زیریں حقیقی جماعتی حدود

(iii) تمام جماعتوں کا درمیانی نقطہ (iv) سب سے کم تعدد والی جماعت کی جماعتی حدود

6۔ دیے گئے تعددی تقسیم کے جدول کا کالمی نقشہ اور تعددی کثیر الاضلاع بنائیں۔

| جماعتی حدود | 5 – 9 | 10 – 14 | 15 – 19 | 20 – 24 | 25 – 29 | 30 – 34 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| تعدد | 1 | 8 | 18 | 11 | 2 | 5 |

7۔ دیے گئے جدول کا اوزانی اوسط معلوم کریں

| اشیا | مقدار | اشیا کی لاگت (روپوں میں) |
|---|---|---|
| کرسی | 20 | 500 |
| میز | 20 | 400 |
| تختہ سیاہ | 10 | 750 |
| ٹیوب لائٹ | 25 | 230 |
| الماری | 09 | 950 |

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP

8۔ ایک سکول کا پرنسپل پانچ مختلف شعبوں کے لیے 50,000 روپے کے فنڈز مختص کرتا ہے۔

(i) کرسیاں = 15000 روپے (ii) میز = 12000 روپے

(iii) بلیک بورڈ = 6000 روپے (iv) کمروں کی تزئین و آرائش = 10,000 روپے

(v) باغبانی : 7000 روپے

سکول کے ہر شعبہ میں فنڈز مختص کرنے کی اوسط معلوم کریں۔

9۔ سعد کے چھ ٹیسٹوں میں حاصل کردہ نمبر 78, 87, 68, 72, 91, 84 تھے۔ اس کے نمبروں کا حسابی اوسط معلوم کریں۔

10۔ ملحقہ تقسیم میں زیادہ سے زیادہ بوجھ کلو گرام میں دکھایا گیا۔ جسے کچھ رسیوں کی مدد سے سہارا دیا گیا تھا۔ مختصر طریقہ کار استعمال کرتے ہوئے اوسط وزن معلوم کریں۔

| زیادہ سے زیادہ بوجھ (کلو گرام میں) | 93 – 97 | 98 – 102 | 103 – 107 | 108 – 112 | 113 – 117 | 118 – 122 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| رسیوں کی تعداد | 2 | 5 | 8 | 12 | 6 | 2 |

11۔ عثمان نے آٹھ مرتبہ دو ڈائس پھینکے۔ ہر دفعہ ان کے مجموعہ کو ریکارڈ کر لیا گیا 11, 3, 4, 9, 6, 6, 5, 8۔ ان کے مجموعہ کا وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

12۔ دو شراکت دار اسلم اور کلثوم ایک کمپنی چلاتے ہیں۔ درج ذیل مواد میں کمپنی میں کام کرنے والے ملازمین کی ہفتہ وار اُجرت (روپوں میں) دی گئی ہے۔

| اجرت (روپوں میں) | 600 – 700 | 700 – 800 | 800 – 900 | 900 – 1000 | 1000 – 1100 |
|---|---|---|---|---|---|
| ملازمین | 3 | 5 | 7 | 21 | 11 |

دیے گئے جدول کا حسابی اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

Web version of PCTB textbook



NOT FOR SALE-PESRP