تفاعل کے گراف
(Graph of Functions)

یونٹ
10

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

- یک درجی تفاعل کے گراف بنا سکیں۔ (مثال کے طور پر $y = ax + b$)
- دو درجی، سہ درجی، معکوس اور قوت نمائی تفاعل کے گراف بنا سکیں اور تشریح کر سکیں۔
  - $y = ax^n$ کا گراف بنا سکیں، جہاں $x > 0$ کے لیے n مثبت صحیح عدد، منفی صحیح عدد، ناطق عدد ہو اور a کوئی بھی حقیقی عدد ہو۔
  - $y = ka^x$ کا گراف بنا سکیں، جہاں x حقیقی عدد ہو اور $a > 1$
- گراف کے ذریعے کسی عملی رجحان کی قوت نمائی بڑھوتری / انحطاط کو دریافت کر سکیں۔
- مماس بنا کر منحنی خطوط کی ڈھلوانوں کا تعین کر سکیں۔
- گراف کی بناوٹ اور تشریح کے تصورات کو حقیقی زندگی کے مسائل پر لاگو کر سکیں (جیسے ٹیکس کی ادائیگی، آمدنی، تنخواہ، لاگت کے مسائل اور منافع کا تجزیہ)

تعارف (Introduction)

گراف متغیرات کے درمیان تعلقات کو دیکھنے اور ان کا تجزیہ کرنے کے لیے طاقتور آلات ہیں، جو انہیں مختلف ریاضیاتی افعال اور ان کے اطلاق کو سمجھنے کے لیے ضروری ہیں۔ اس یونٹ میں ہم یک درجی، دو درجی، سہ درجی، معکوس اور قوت نمائی تفاعل کے گراف پر تحقیق کریں گے۔ ہم یہ بھی جائزہ لیں گے کہ مماس بنا کر منحنی خطوط کی ڈھلوانوں کا تعین کیسے کیا جائے۔ آخر میں ہم ان تصورات کو حقیقی زندگی کے منظر ناموں سے جوڑیں گے اور یہ سیکھیں گے کہ عملی مسائل کو حل کرنے کے لیے گراف کو کیسے بنانا اور تشریح کرنا ہے۔

10.1 تفاعل اور ان کے گراف (Functions and their Graphs)

تفاعل ریاضیاتی تصورات کا استعمال کرتے ہوئے حقیقی دنیا کے رجحان کی نمائندگی کرنے کے لیے ضروری آلات ہیں۔ ایک تفاعل کو مختلف اشکال، بشمول ایک مساوات، ایک گراف، ایک اعدادی جدول یا زبانی وضاحت میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ مثال کے طور پر، ایک دائرے کا رقبہ اس کے رداس پر منحصر ہوتا ہے۔

ایسی صورتوں میں ایک متغیر y دوسرے متغیر x پر منحصر ہوتا ہے۔ اس تعلق کا اظہار اس طرح کیا جاتا ہے:

$$y = f(x)$$

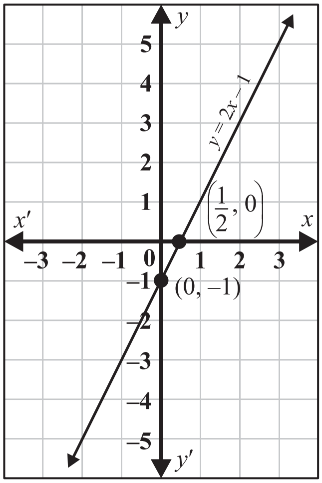
یہاں f تفاعل کو ظاہر کرتا ہے x آزاد متغیر (اِن پُٹ) ہے اور y منحصر متغیر (آؤٹ پُٹ) ہے جو x کی قیمت سے متعین ہوتا ہے۔

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

10.1.1 یک درجی تفاعل کا گراف (Graph of Linear Functions)

یک درجی تفاعل ایک ریاضیاتی اظہار ہے جو دو متغیرات کے درمیان خط مستقیم کے تعلق کو ظاہر کرتا ہے۔ اس کی عمومی شکل $f(x) = mx + c$ ہوتی ہے جہاں "m" خط کی ڈھلوان ہے یہ بتاتا ہے کہ کتنی عمودی ڈھلوان ہے اور "c" y- قاطع ہے (وہ نقطہ جہاں خط y-محور کو کاٹتا ہے۔) اسے $y = mx + c$ کے طور پر بھی لکھا جاسکتا ہے۔



مثال 1: $y = 2x - 1$ کا گراف بنائیں۔

حل: یک درجی تفاعل کا گراف بنانے کے لیے ہم اس کے x- قاطع اور y- قاطع معلوم کرتے ہیں۔

$x = 0$ درج کرنے سے $y = -1$ حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح $(0, -1)$ y- قاطع ہے۔

$y = 0$ درج کرنے سے $x = \frac{1}{2}$ حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ x- قاطع ہے۔

یہ گراف ایک خط مستقیم ہے جو دائیں طرف بڑھتا ہے کیونکہ ڈھلوان مثبت ہے۔

10.1.2 دو درجی تفاعل کا گراف (Graph of Quadratic Functions)

ایک دو درجی تفاعل ایک کثیر رقمی قسم کا تفاعل ہوتا ہے جس میں x^2 والی رقم شامل ہوتی ہے۔

اس کی عمومی شکل یہ ہوتی ہے:

$$y = ax^2 + bx + c$$

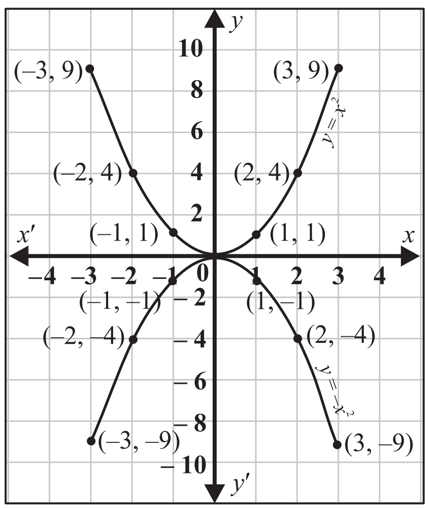
جہاں a، b اور c مستقل مقداریں ہیں اور $a \neq 0$

> **یادرکھیے!**
> دو درجی تفاعل کا گراف ہمیشہ ایک پیرابولا ہوتا ہے:
> - اگر $a > 0$ ہو تو پیرابولا "‿" کی طرح اوپر کی طرف کھلتا ہے۔
> - اگر $a < 0$ ہو تو پیرابولا "⁀" کی طرح نیچے کی طرف کھلتا ہے۔

مثال 2: ایک ہی شکل میں $y = x^2$ اور $y = -x^2$ کے گراف بنائیں۔

حل: درج ذیل جدول x کی مختلف قیمتوں کو ظاہر کرتا ہے اور دیے گئے تفاعل کو ان قیمتوں پر جانچا جاتا ہے۔

x	$y = x^2$	$y = -x^2$
–3	$(-3)^2 = 9$	–9
–2	$(-2)^2 = 4$	–4
–1	$(-1)^2 = 1$	–1
0	$(0)^2 = 0$	0
1	$(1)^2 = 1$	–1
2	$(2)^2 = 4$	–4
3	$(3)^2 = 9$	–9



Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

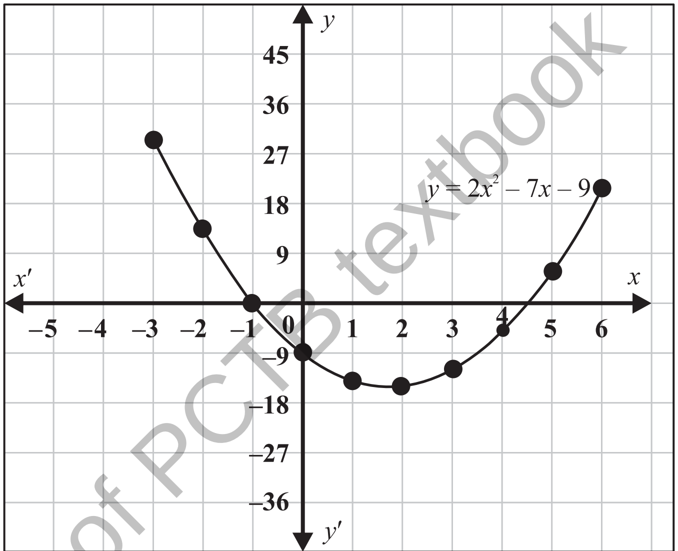
(i) $y = x^2$ کا گراف پیرابولا (parabola) کو ظاہر کرتا ہے جو کہ مبدا سے گزرتا ہے اور اوپر کی طرف کھلتا ہے۔

(ii) $y = -x^2$ کا گراف بھی پیرابولا (parabola) کو ظاہر کرتا ہے جو کہ مبدا سے گزرتا ہے اور نیچے کی طرف کھلتا ہے۔

مثال 3: $-3 \le x \le 6$ کے لیے $y = 2x^2 - 7x - 9$ کا گراف بنائیں۔

حل: x اور y کی قیمتیں جدول میں دی گئی ہیں اور نیچے اس کا گراف بنایا گیا ہے:

x	y
–3	30
–2	13
–1	0
0	–9
1	–14
2	–15
3	–12
4	–5
5	6
6	21



$y = 2x^2 - 7x - 9$ کا گراف پیرابولا (parabola) کو ظاہر کرتا ہے اور اوپر کی طرف کھلتا ہے۔ یہ y - قاطع کو $(0, -9)$ اور x- قاطع کو $(-1, 0)$ اور $(4.5, 0)$ پر قطع ہے۔

10.1.3 سہ درجی تفاعل کا گراف (Graph of Cubic Functions)

سہ درجی تفاعل درجہ 3 کی کثیر رقمی کی ایک قسم ہے اس کی عمومی شکل یہ ہوتی ہے:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

جہاں a، b، c اور d مستقل مقداریں ہیں اور $a \neq 0$

یاد رکھیے!

- سہ رقمی تفاعل کا گراف ایک منحنی خط ہوتا ہے جس میں زیادہ سے زیادہ دو موڑ ہوتے ہیں۔
- اس کی شکل عام "S" جیسی ہوتی ہے اور عددی سروں پر منحصر ہوتی ہے۔ اس کی شکل مختلف ہو سکتی ہے۔
- اس طرح کے تفاعل بہت زیادہ پیچیدہ ہوتے ہیں اور یک درجی اور دو درجی تفاعل سے زیادہ مختلف النوع رویے کو ظاہر کرتے ہیں۔

Web version of PCTB textbook

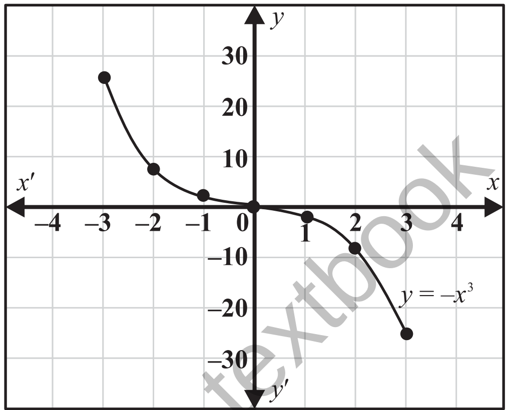
NOT FOR SALE-PESRP

مثال4: $-3 \le x \le 3$ کے لیے درج ذیل سہ رقمی تفاعل کا گراف بنائیں۔

$$y = -x^3$$

حل: x اور y کی قیمتیں جدول میں دی گئی ہیں اور نیچے اس کا گراف بنایا گیا ہے۔

x	$y = -x^3$
–3	27
–2	8
–1	1
0	0
1	–1
2	–8
3	–27

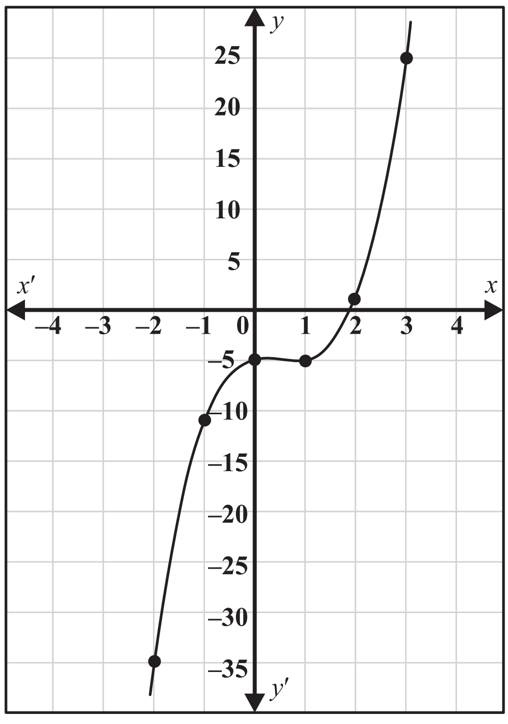


منحنی خط مبدا سے گزرتا ہے۔

مثال5: $-2 \le x \le 3$ کے لیے $y = 2x^3 - 3x^2 + x - 5$ کا گراف بنائیں۔

حل: x اور y کی قیمتیں جدول میں دی گئی ہیں اور اس کا گراف بنایا گیا ہے:

x	y
–2	–35
–1	–11
0	–5
1	–5
2	1
3	25



گراف ہمیں بتاتا ہے کہ جب $x = 0$ ہو تو تفاعل کی قیمت -5 ہوتی ہے۔

NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

10.1.4 معکوس تفاعل کا گراف (Graph of Reciprocal Functions)

معکوس تفاعل درج ذیل شکل کا تفاعل ہوتا ہے:

$$y = \frac{a}{x}$$

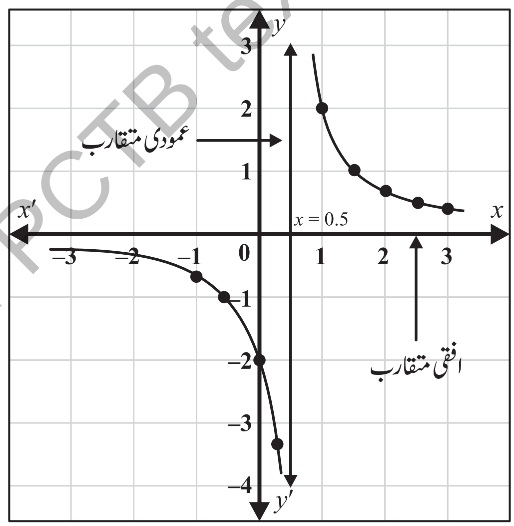
جہاں a کوئی حقیقی عدد ہے اور $x \neq 0$

مثال 6: درج ذیل معکوس تفاعل کا گراف بنائیں:

$$y = \frac{1}{x - 0.5}, \; x \neq 0.5$$

حل: x اور y کی قیمتیں جدول میں دی گئی ہیں اور اس کا گراف بنایا گیا ہے:

x	y
–1	–0.67
–0.5	–1
–0.2	–1.43
0	–2
0.2	–3.3
0.5	غیر واضح
1	2
1.2	1.43
1.5	1
2	0.67
2.2	0.59
2.5	0.5
3	0.4



یاد رکھیے!

متقارب (asymptote) ایک ایسا خط ہے جو گراف تک پہنچتا ہے لیکن کبھی نہیں چھوتا۔

Web version of PCTB textbook

10.1.5 قوت نمائی تفاعل کا گراف ($y = ka^x$ جہاں x حقیقی عدد ہے اور $a > 1$)

(Graph of Exponential Functions ($y = ka^x$ where x is real number, $a > 1$))

ایک قوت نمائی تفاعل اس شکل کا ایک ریاضیاتی تفاعل ہوتا ہے

$$y = ka^x$$

جہاں a, k مستقل مقداریں ہیں، x متغیر ہے اور $a > 1$

NOT FOR SALE-PESRP

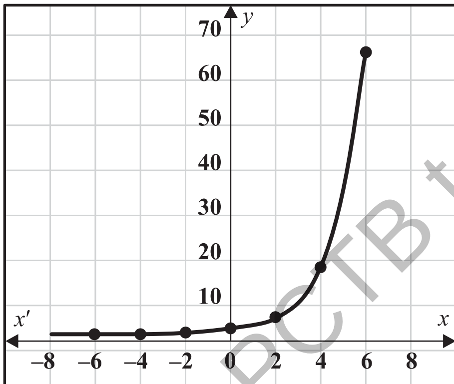
مثال 7: $-6 \le x \le 6$ کے لیے قوت نمائی تفاعل $y = 2^x$ کا گراف بنائیں۔

حل: تفاعل $y = 2^x$ میں اساس 2 اور متغیر x قوت ہے۔ (x, y) کی قیمتیں درج ذیل جدول میں دی گئی ہیں:

x	−6	−4	−2	0	2	4	6
$y = 2^x$	0.02	0.06	0.25	1	4	16	64

درج بالا نقاط کا گراف بنایا گیا ہے:

$y = 2^x$ کا گراف



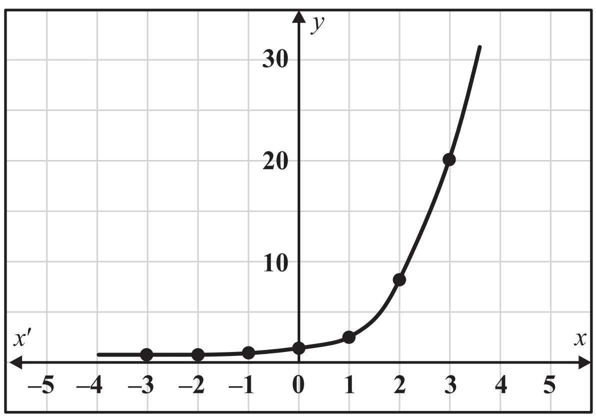
$y = 2^x$ کا گراف منحنی خط کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 8: قوت نمائی تفاعل $y = e^x$ کا گراف بنائیں۔

حل: تفاعل $y = e^x$ میں اساس e اور متغیر x قوت ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ $e = 2.7182818$، جو کہ دو اعشاریہ تک $e = 2.72$ ہے۔ x اور y کی قیمتوں کا جدول ذیل میں دیا گیا ہے:

x	$y = e^x$
−3	0.05
−2	0.14
−1	0.37
0	1
1	2.72
2	7.40
3	20.09

$y = e^x$ کا گراف



Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

10.1.6 $y = ax^n$ کا گراف (جہاں $x > 0$ کے لیے n مثبت صحیح عدد، منفی صحیح عدد یا ناطق عدد ہے اور a کوئی بھی حقیقی عدد ہے)
Graphs of $y = ax^n$ (where n is +ve integer, -ve integer or rational number for $x > 0$ and a is any real number)

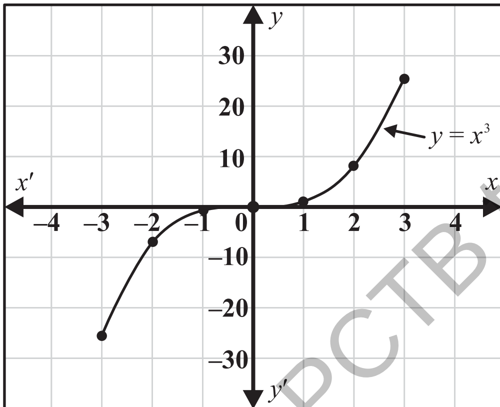
تفاعل $y = ax^n$ کا گراف، جہاں n ایک مثبت عدد، منفی عدد یا $x > 0$ کے لیے ناطق عدد ہے اور a کوئی بھی حقیقی عدد ہے، n کی قیمت کے لحاظ سے مختلف رویوں کو ظاہر کرتا ہے۔ ان صورتوں کی مثالیں درج ذیل ہیں:

(i) جب n مثبت صحیح عدد ہو۔ $(n = 3)$

مثال 9: $-3 \le x \le 3$ کے لیے $y = x^3$ کا گراف بنائیں۔

حل: جدول x اور y کی مختلف قیمتوں کو ظاہر کرتا ہے۔
پس منحنی خط مبدا میں سے گزرتا ہے۔

x	$y = x^3$
– 3	– 27
– 2	– 8
– 1	– 1
0	0
1	1
2	8
3	27

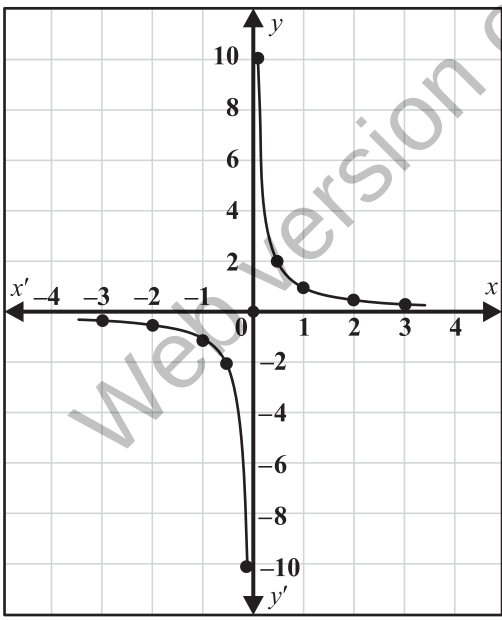


(ii) جب n منفی صحیح عدد ہو۔ $(n = -1)$

مثال 10: $y = x^{-1}$ کا گراف بنائیں۔

حل: $y = x^{-1} = \frac{1}{x}$

دیا ہوا جدول x اور y کی مختلف قیمتوں کو ظاہر کرتا ہے۔



x	$y = \frac{1}{x}$
– 3	– 0.3
– 2	– 0.5
–1	–1
–0.5	–2
–0.1	–10
0.1	10
0.5	2
1	1
2	0.5
3	0.3

درج بالا گراف دو شاخوں پر مشتمل ہے، ایک پہلے ربع میں اور دوسری تیسری ربع میں ہے۔ دونوں شاخیں x- محور اور y- محور کو کبھی نہیں چھوتیں۔

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

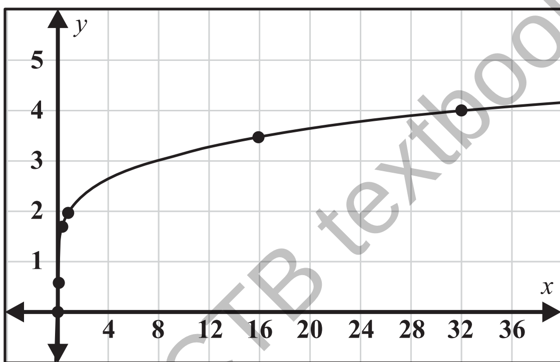
(iii) جب n ناطق عدد ہو۔ $\left(n = \frac{1}{5}\right)$

مثال 11: $y = 2x^{\frac{1}{5}}$ کا گراف بنائیں۔

حل: $y = 2x^{\frac{1}{5}}$

جدول x اور y کی مختلف قیمتوں کو ظاہر کرتا ہے:

x	y
0	0
0.01	0.80
0.5	1.74
1	2
16	3.48
32	4



مشق 10.1

1۔ درج ذیل یک درجی تفاعل کے گراف بنائیں:

(i) $y = 3x - 5$ (ii) $y = -2x + 8$

(iii) $y = 0.5x - 1$

2۔ درج ذیل دو درجی اور سہ درجی تفاعل کے گراف بنائیں:

(i) $y = x^3 + 2x^2 - 5x - 6; -3.5 \le 2.5 \le x$ (ii) $y = x^2 + x - 2$

(iii) $y = x^3 + 3x^2 + 2x; -2.5 \le x \le 0.5$ (iv) $y = 5x^2 - 2x - 3$

3۔ درج ذیل تفاعل کے گراف بنائیں:

(i) $y = 4^x$ (ii) $y = 5^{-x}$ (iii) $y = \frac{1}{x-3}, \; x \ne 3$

(iv) $y = \frac{2}{x} + 3, x \ne 0$ (v) $y = x^{\frac{1}{2}}$ (vi) $y = 3x^{\frac{1}{3}}$

(vii) $y = 2x^{-2}$

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

10.2 گراف کے ذریعے کسی عملی رجحان کی قوت نمائی بڑھوتری / انحطاط کو دریافت کرنا

(Exponential Growth/ Decay of a Practical Phenomenon through its Graph)

حقیقی دنیا کے رجحان میں قوت نمائی بڑھوتری اور زوال کا بڑے پیمانے پر مشاہدہ کیا جاتا ہے اور ان کی تصویری نمائندگی ان طریقوں میں اہم بصیرت پیش کرتی ہے۔ قوت نمائی بڑھوتری میں جیسے کہ آبادی میں اضافہ، مالیات میں مرکب منافع یا متعدی بیماریوں کے پھیلاؤ میں گراف آہستہ آہستہ شروع ہوتا ہے لیکن وقت کے ساتھ ساتھ تیزی سے بڑھتا ہے۔ منحنی خط تیزی سے بڑھتا ہے یہ ظاہر کرتا ہے کہ مسلسل متناسب تبدیلیوں کی وجہ سے وقت کے ساتھ کس طرح بڑھوتری زیادہ واضح ہوتی ہے۔ اس کے برعکس قوت نمائی انحطاط میں اشیا کے ٹھنڈا ہونے یا اثاثوں کی قیمت میں کمی کے دوران گراف بلند ہونا شروع ہوتا ہے اور برابر ہونے سے پہلے تیزی سے کم ہو جاتا ہے جو وقت کے ساتھ ساتھ بتدریج کمی کی نشان دہی کرتا ہے۔ یہ گراف مختلف النوع شعبوں میں رجحانات کو واضح کرنے، پیشین گوئیاں کرنے اور فیصلہ سازی سے آگاہ کرنے کے لیے ضروری ہیں۔

مثال 12: 2010 میں ایک گاؤں کی آبادی 753 تھی۔ اگر مساوات $p = 753e^{0.03t}$ کے مطابق آبادی بڑھتی ہے، جہاں p آبادی میں t وقت میں افراد کی تعداد ہے۔

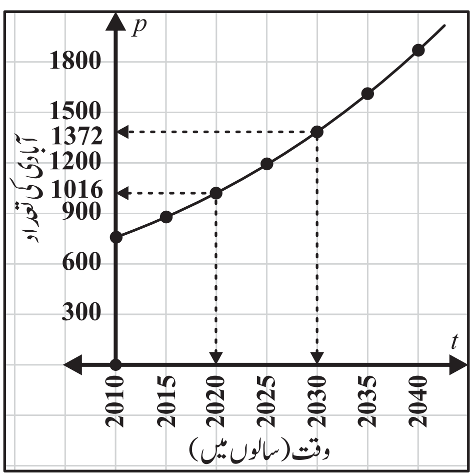
(a) $t = 0$ (2010 میں) سے $t = 30$ (2040 میں) کے لیے آبادی کی مساوات کا گراف بنائیں۔

(b) گراف سے آبادی کا تخمینہ لگائیں (i) 2020 میں (ii) 2030 میں۔

حل: (a) قوت نمائی تفاعل کی عمومی شکل معلوم ہے۔ چوں کہ گراف کو تخمینوں کے لیے استعمال کیا جا رہا ہے، اس لیے مطلوبہ وقفہ $t = 0$ سے $t = 30$ پر ایک درست گراف کی ضرورت ہے۔

مختلف اوقات کے لیے قیمتوں کا جدول معلوم کرتے ہیں:

t	p
0	753
5	874.9
10	1016.4
15	1180.9
20	1372.1
25	1594.1
30	1852.1



Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

(b) گراف سے (i) 2020 $(t = 10)$ میں آبادی 1016 افراد ہے۔

(ii) 2030$(t = 20)$ میں آبادی 1372 افراد ہے۔

10.2.1 مماس بنا کر منحنی خطوط کے ڈھلوانوں کا تعین کرنا

(Gradients of Curves by Drawing Tangents)

کسی بھی نقطہ پر گراف کی ڈھلوان اس نقطہ پر منحنی خط کے مماس کی ڈھلوان کے برابر ہوتی ہے۔ یاد رکھیں کہ مماس ایک ایسا خط ہے جو منحنی خط کو صرف ایک نقطہ پر چھوتا ہے (اور اسے کاٹتا نہیں)۔

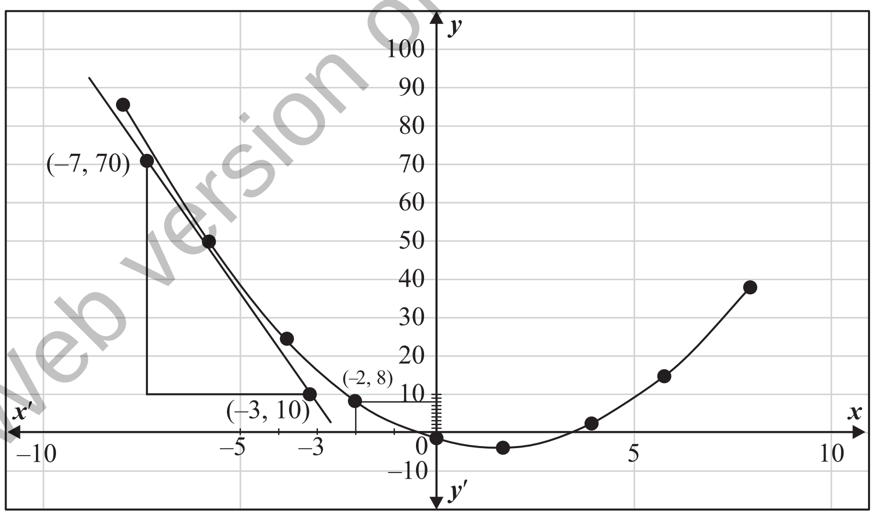
دو نقاط کے درمیان ڈھلوان کی وضاحت اس طرح کی جاتی ہے:

$$\text{ڈھلوان} = \frac{y\text{ میں تبدیلی}}{x\text{ میں تبدیلی}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال 13: $y = x^2 - 3x - 2$ کے گراف کو -8 سے 8 تک x کی قیمتوں کے لیے بنائیں $x = -6$ پر مماس کھینچیں اور ڈھلوان کا تعین کریں۔

حل: x کی دی گئی قیمتوں کے لیے y کی قیمتیں معلوم کی گئی ہیں۔ نتائج جدول میں دیے گئے ہیں اور ان کی مدد سے گراف بنایا گیا ہے:

x	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
y	86	52	26	8	−2	−4	2	16	38



مماس پر دو نقاط $(-3, 10)$ اور $(-7, 70)$ لیتے ہیں۔

$-15 = \frac{70 - 10}{-7 + 3}$ = ڈھلوان، چوں کہ ڈھلوان منفی ہے، اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ x کی قدر بڑھنے کے ساتھ ہی گراف کی اونچائی کم ہوتی جاتی ہے۔

NOT FOR SALE-PESRP

10.2.2 حقیقی زندگی میں گراف کا اطلاق (Applications of Graph in Real-Life)

خاکہ نگاری اور گراف کی تشریح کے تصورات کو حقیقی زندگی کے مسائل پر لاگو کرنا ہمیں پیچیدہ تعلقات کو دیکھنے اور ان کا تجزیہ کرنے، باخبر فیصلے کرنے اور حل کو بہتر بنانے کے قابل بناتا ہے۔ ٹیکس کی ادائیگی کے منظر ناموں میں گراف کے تصورات زیادہ سے زیادہ آمدنی کی سطح، ٹیکس اور ذمہ داری کی شناخت میں مدد کرتے ہیں۔ آمدنی اور تنخواہ کے مسائل میں، گراف معاوضے کے پیکجوں اور آمدنی میں اضافے کے تجزیہ میں سہولت فراہم کرتے ہیں۔ تجربے کے خلاف تنخواہ کا خاکہ بنانے سے معاوضے کے ڈھانچے میں نمونہ یا بے ضابطگی واضح ہو جاتی ہے۔ لاگت اور منافع کے تجزیے میں گراف کاروبار کی لاگت اور منافع کے تعلقات کو دیکھنے، مساوی نقاط کا تعین کرنے اور پیداوار کی سطح کو بہتر بنانے کے قابل بناتے ہیں۔

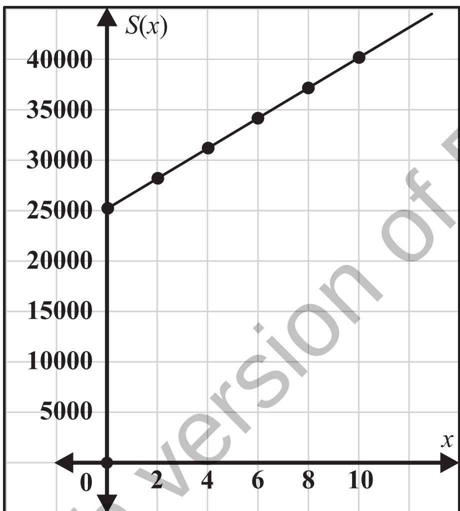
مثال 14: ماجد کی تنخواہ $S(x)$ روپوں میں درج ذیل کلیے پر مبنی ہے:

$$S(x) = 25000 + 1500x$$

جہاں x ان سالوں کی تعداد ہے جو اس نے کام کیا۔ $0 \le x \le 10$ کے لیے تنخواہ کے تفاعل کا گراف بنائیں اور اس کی تشریح کریں۔

حل: جدول کی قدریں اور گراف نیچے دیے گئے ہیں:

x	$S(x)$
0	25000
2	28000
4	31000
6	34000
8	37000
10	40000



ماجد کی تنخواہ ملازمت کے سالوں کے ساتھ یکساں طور پر بڑھتی ہے اور ہر سال 1500 روپے بڑھتی ہے۔

مثال 15: ایک کمپنی فٹ بال تیار کرتی ہے۔ x فٹ بال کی تیاری کی لاگت $C(x) = 90,000 + 600x$ ہے۔ x فٹ بالوں کی فروخت سے حاصل ہونے والی آمدنی $R(x) = 1800x$ ہے۔ مساوی نقطہ (break-even-point) معلوم کریں اور 200 فٹ بال فروخت ہونے پر منافع یا نقصان کا تعین کریں۔ دونوں تفاعل کے گراف کھینچیں اور مساوی نقطہ کی نشان دہی کریں۔

حل: دیا گیا ہے:

$$\text{لاگت کا تفاعل} = C(x) = 90,000 + 600x$$

$$\text{آمدن کا تفاعل} = R(x) = 1,800x$$

NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

مساوی نقطہ اس وقت ہوتا ہے جب $R(x) = C(x)$

$$1800x = 90000 + 600x$$
$$1200x = 90000$$
$$\Rightarrow \quad x = \frac{90000}{1200}$$
$$x = 75$$

لہٰذا مساوی نقطہ پر 75 فٹ بال تیار یا فروخت کیے جاتے ہیں۔

اب ہم 150 فٹ بال کا منافع معلوم کرتے ہیں۔

جب $x = 150$

آمدنی $R(150) = 1,800(150)$

$= 270,000$ روپے

اور $C(150) = 90,000 + 600(150)$

$= 180,000$ روپے

اب منافع : $P(x) = R(x) - C(x)$

$x = 150$ درج کرنے سے

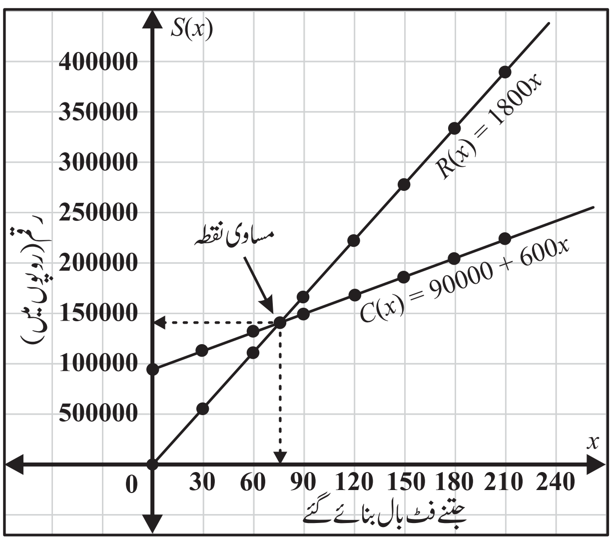
$$P(150) = R(150) - C(150)$$
$$= 270,000 - 180,000$$

$= 90,000$ روپے

اس طرح کمپنی 150 فٹ بال فروخت کرنے پر 90,000 روپے کا منافع کماتی ہے۔

جدول کی قدریں اور گراف نیچے دیے گئے ہیں:

x	C(x)	R(x)
0	90000	0
30	108000	54000
60	126000	108000
90	144000	162000
120	162000	216000
150	180000	27000
180	198000	324000
210	216000	378000



Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

مشق 10.2

1۔ $y = 2x^2 - 4x + 3$ کے گراف کو x کی قدروں 1– سے 3 تک بنائیں۔ (3 ,2) پر مماس بنائیں اور ڈھلوان معلوم کریں۔

2۔ $y = 3x^2 + x + 1$ کا گراف بنائیں اور (5 ,1) پر مماس کھینچیں۔ اس نقطہ پر مماس کی ڈھلوان بھی معلوم کریں۔

3۔ 2016 میں ایک اسکول میں طلبہ کی تعداد 1000 تھی۔ اگر مساوات $S = 1000\ e^{-t}$ کے مطابق تعداد زوال پذیر ہوتی ہے، جہاں t وقت پر طلبہ کی تعداد S ہوتی ہے۔

(a) $t = 0$ (2016 میں) سے $t = 9$ (2025 میں) کے لیے دی گئی مساوات کا گراف بنائیں۔

(b) گراف سے، 2019 اور 2023 میں طلبہ کی تعداد معلوم کریں۔

4۔ کسی شے کی طلب اور رسد کے تفاعل مساواتوں کے ذریعے دیے گئے ہیں۔

$$P_d = 400 - 5Q,\ P_s = 3Q + 24$$

وقفہ $Q = 0$ سے $Q = 300$ پر ہر تفاعل کا گراف بنائیں۔

5۔ شاہد کی تنخواہ $S(x)$ روپوں میں درج ذیل کلیے پر مبنی ہے:

$$S(x) = 45000 + 4500x$$

جہاں x ان سالوں کی تعداد ہے جو اس نے کمپنی میں کام کیا۔ $0 \le x \le 5$ کے لیے تنخواہ کے تفاعل کا گراف بنائیں اور اس کی تشریح کریں۔

6۔ ایک کمپنی اسکول بیگ تیار کرتی ہے۔ x بیگ تیار کرنے کی لاگت $C(x) = 1200 + 20x$ ہے اور x بیگ کی فروخت سے حاصل ہونے والی آمدنی $R(x) = 50x$ ہے۔

(a) مساوی نقطہ معلوم کریں۔

(b) 250 بیگ فروخت ہونے پر نفع یا نقصان کا تعین کریں۔

(c) دونوں تفاعل کے گراف بنائیں اور مساوی نقطہ کی نشان دہی کریں۔

7۔ ایک اخباری ایجنسی نے 70 روپے فی ایڈیشن اور معمولی پرنٹنگ اور تقسیم کے اخراجات 40 روپے فی کاپی کی قیمت مقرر کی ہے۔ منافع کا تفاعل $p(x) = 10\ x - 70$ ہے، جہاں x اخبارات کی تعداد ہے۔ گراف بنائیں اور 500 اخبارات کے لیے منافع معلوم کریں۔

8۔ علی اسکول کو فروخت کے لیے مہنگی قمیضیں تیار کرتا ہے۔ x قمیضوں کی قیمت (روپوں میں) $C(x) = 1500 + 10x + 0.2x^2,\ 0 \le x \le 150$ ہے۔ گراف بنائیں اور 200 قمیضوں کی قیمت معلوم کریں۔

NOT FOR SALE-PESRP

جائزہ مشق 10

1۔ ہر بیان کے نیچے چار جواب دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) $x = 5$ ظاہر کرتا ہے:

(a) x-محور (b) y-محور

(c) x-محور کے متوازی خط (d) y-محور کے متوازی خط

(ii) خط $y = 5x + 3$ کی ڈھلوان ہے:

(a) 3 (b) -3 (c) 5 (d) -5

(iii) $y = -2x - 1$ کا y قاطع ہے:

(a) -2 (b) 2 (c) -1 (d) 1

(iv) $y = x^3$ کا گراف x-محور کو __________ پر کاٹتا ہے۔

(a) $x = 0$ (b) $x = 1$ (c) $x = -1$ (d) $x = 2$

(v) 3^x کا گراف ظاہر کرتا ہے:

(a) افزائش (b) انحطاط (c) a اور b دونوں (d) خط کو

(vi) $y = -x^2 + 5$ کا گراف کُھلتا ہے:

(a) اوپر کی طرف (b) نیچے کی طرف (c) بائیں طرف (d) دائیں طرف

(vii) $y = x^2 - 9$ کا گراف کُھلتا ہے:

(a) اوپر کی طرف (b) نیچے کی طرف (c) بائیں طرف (d) دائیں طرف

(viii) $y = 5^x$ __________ تفاعل ہے۔

(a) یک درجی (b) دو درجی (c) سہ درجی (d) قوت نمائی

(ix) معکوس تفاعل ہے۔

(a) $y = 7^x$ (b) $y = \frac{2}{x}$ (c) $y = 2x^2$ (d) $y = 5x^3$

(x) $y = -3x^3 + 7$ __________ تفاعل ہے۔

(a) قوت نمائی (b) سہ درجی (c) یک درجی (d) معکوس

2۔ درج ذیل کے گراف بنائیں:

(i) $y = 3^{-x}$، x کی قدروں -2 سے 4 تک (ii) $y = \frac{2}{x}, x \neq 0$

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

3۔ ایک نئے رسالے کی فروخت کے بڑھنے کی توقع کو مساوات کے ذریعے دکھایا گیا ہے۔

$S = 200000\ (1 - e^{-0.05t})$، یہاں t ہفتوں میں دیا گیا ہے۔

(a) پہلے 50 ہفتوں کے لیے فروخت کا گراف بنائیں۔

(b) فروخت ہونے والے رسالوں کی تعداد معلوم کریں، جب $t = 5$ اور $t = 35$ ہو۔

4۔ 5– سے 5 تک x کے لیے درج ذیل کا گراف بنائیں:

(i) $y = x^2 - 3$ (ii) $y = 15 - x^2$

5۔ 5– سے 4 تک x کے لیے $y = \frac{1}{2}(x + 4)(x - 1)(x - 3)$ کا گراف بنائیں۔

6۔ کسی خاص مارکیٹ کے لیے طلب اور رسد کے تفاعل مساواتوں کے ذریعے دیے گئے ہیں:

$$P_s = Q^2 + 5,\ P_d = Q^2 - 10Q$$

جہاں P قیمت اور Q تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

وقفہ $Q = -20$ سے $Q = 20$ پر ہر تفاعل کا گراف بنائیں۔

7۔ ایک ٹیلی ویژن بنانے والی کمپنی 40 انچ ایل ای ڈی بناتی ہے۔ x ایل ای ڈیز کی تیاری کی لاگت $C(x) = 60,000 + 250x$ ہے اور x ایل ای ڈیز کی فروخت سے حاصل ہونے والی آمدنی $R(x) = 1200x$ ہے۔ مساوی نقطہ معلوم کریں اور 100 ایل ای ڈیز فروخت ہونے پر نفع یا نقصان معلوم کریں۔ مساوی نقطہ گراف پر ظاہر کریں۔

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP