بِسۡمِ اللّٰہِ الرَّحۡمٰنِ الرَّحِیۡمِ

ریاضی

نہم

Web version of PCTB textbook

پنجاب کریکولم اینڈ ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

یہ نصابی کتاب پاکستان کے قومی نصاب 2023 کے عین مطابق ہے اور یہ بورڈ سے منظور شدہ ہے۔

جملہ حقوق پنجاب کریکولم اینڈ ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور کے پاس محفوظ ہیں۔ اس نصابی کتاب کا کوئی حصہ کاپی، ترجمہ، دوبارہ تیار یا امتحانی پرچے، گائیڈ بکس، کلیدی نوٹ اور مددگار کتابوں کی تیاری کے لیے استعمال نہیں کیا جاسکتا۔

فہرست

نمبر شمار	یونٹ	صفحہ نمبر
1	حقیقی اعداد	1
2	لوگارتھم	21
3	سیٹ اور تفاعل	37
4	تجزی اور الجبری مہارت	65
5	یک درجی مساواتیں اور غیر مساواتیں	82
6	تکونیات	97
7	محدداتی جیومیٹری	123
8	منطق	147
9	متشابہ اشکال	161
10	تفاعل کے گراف	185
11	لوسائی اور بناوٹ	200
12	معلوماتی معاملات	215
13	احتمال	243
	جوابات	260
	فرہنگ	279
	علامات	282
	لوگارتھم جدول	283

تجرباتی اشاعت

مصنفین: • محمد اختر شیرانی، سینئر ماہر مضمون • مدیحہ محمود، ماہر مضمون • غلام مرتضیٰ، ماہر مضمون

مترجم: • محمد اشفاق بیگ، سینئر ماہر مضمون (ریٹائرڈ)، سکول ایجوکیشن ڈیپارٹمنٹ، لاہور • ماجد حمید، ماسٹر ٹرینر، پنجاب ایجوکیشن فاؤنڈیشن، لاہور

ایکسٹرنل ریویو کمیٹی

• ڈاکٹر ذوالفقار علی، سینئر ہیڈ ماسٹر گورنمنٹ ہائی سکول اقبال، گڑھی شاہو، لاہور
• محمد اکرم ساجد، پرنسپل (ریٹائرڈ) سکول ایجوکیشن ڈیپارٹمنٹ، لاہور
• تلمیز الرحمان، ماہر مضمون گورنمنٹ عارف ہائر سیکنڈری سکول، مصطفیٰ آباد، لاہور
• عرفان حسین، ایس ایس ٹی، گورنمنٹ فرقان شہید ہائی سکول، شیخوپورہ

زیر نگرانی: • محمد اختر شیرانی، سینئر ماہر مضمون • مدیحہ محمود، ماہر مضمون • غلام مرتضیٰ، ماہر مضمون

ڈائریکٹر (مسّودات): محترمہ ریحانہ فرحت

ڈپٹی ڈائریکٹر (گرافکس): عائشہ صادق

کمپوزنگ: کامران افضال بٹ، عاطف مجید

لے آؤٹ اینڈ ڈیزائنگ: کامران افضال بٹ، عاطف مجید

Web version of PCTB textbook

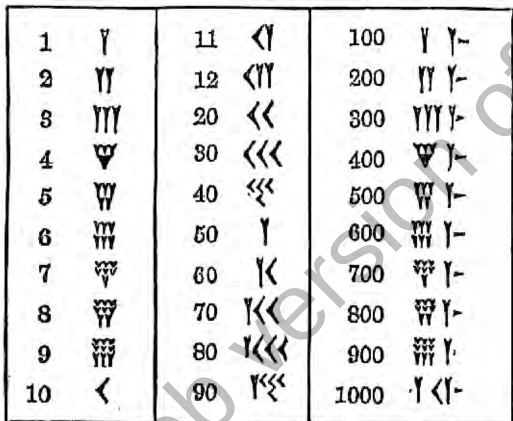
یونٹ
1

حقیقی اعداد (Real Numbers)

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

- مثالوں کے ساتھ وضاحت کر سکیں کہ کس طرح تاریخ میں تہذیبوں نے منظم طریقے سے جاندار چیزوں کا مطالعہ کیا ہے [مثال کے طور پر، سمیریوں کے اعداد کی تاریخ اور اس کا موجودہ عربی نظام میں ارتقاء]۔
- حقیقی اعداد کے سیٹ کو ناطق اور غیر ناطق اعداد کے مجموعہ کے طور پر بیان کر سکیں۔
- حقیقی اعداد کی مساوات اور غیر مساوات کی خصوصیات کی وضاحت اور تصدیق کر سکیں۔
- قوانین قوت نما کو استعمال کرتے ہوئے جذری جملے کو مختصر کر سکیں۔
- حقیقی اعداد کے تصورات کو حقیقی زندگی کے مسائل پر لاگو کر سکیں (جیسے درجہ حرارت، بینکاری، نفع و نقصان کی پیمائش، آمدنی اور اخراجات کے ذرائع)۔

1.1 حقیقی اعداد کا تعارف (Introduction to Real Numbers)

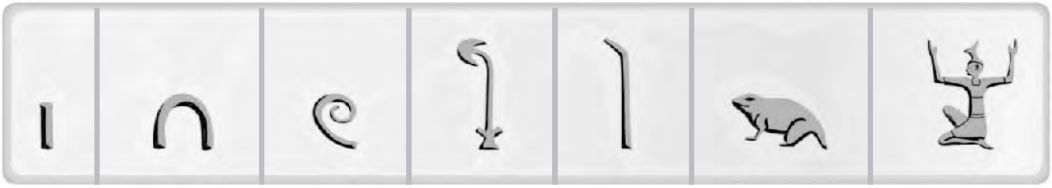


قدیم تہذیب سے لے کر جدید عربی نظام تک اعداد کی تاریخ ہزاروں سال پر مشتمل ہے۔ یہاں اُس کا مختصر جائزہ لیتے ہیں:

سمیریوں (1900 تا 4500 قبل مسیح) نے گنتی کے لیے شستہ عددی نظام (اساس 60) کا استعمال کیا۔ سمیریوں نے ایک چھوٹی سی کون، موتی، بڑی کون، بڑی سوراخ دار کون، گولہ اور سوراخ دار گولہ استعمال کیا، جو بالترتیب 1، 10، 60، 600، 3600 اور 36000 سے مطابقت رکھتا تھا۔

مصریوں (2000 تا 3000 قبل مسیح) نے گنتی کے لیے اعشاری (اساس 10) نظام استعمال کیا۔

کچھ علامات جو مصریوں نے استعمال کیں انھیں نیچے دی گئی شکل میں دکھایا گیا ہے:



1 | 10 | 100 | 1,000 | 10,000 | 100,000 | 1,000,000

Web version of PCTB textbook

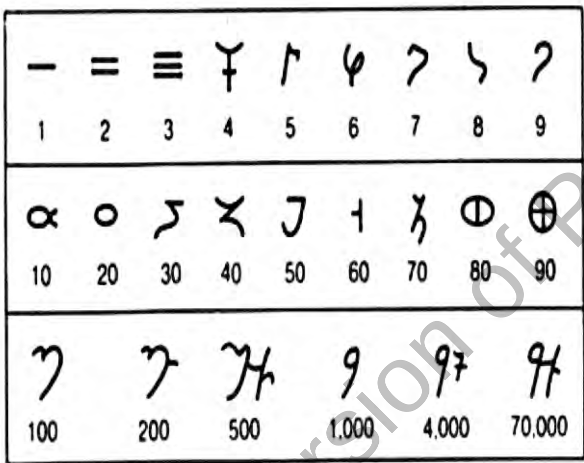
NOT FOR SALE-PESRP

مصری عام طور پر اعداد کو بائیں سے دائیں لکھتے تھے جس کا آغاز سب سے بڑے مقامی قیمت کے ہندسے سے ہوتا تھا۔ مثال کے طور پر عدد 2525 لکھنے کے لیے پہلے 2000 پھر 500، 20 اور پھر 5 لکھا جائے گا۔

رومیوں (500 قبل مسیح تا 500 عیسوی) نے ریاضی کے لیے رومن اعداد کے نظام کا استعمال کیا۔

رومن اعداد ایک عددی نظام کو ظاہر کرتے ہیں جو قرون وسطیٰ کے آخر تک پورے یورپ میں معیاری تحریری نظام کے طور پر بڑے پیمانے پر استعمال کیا جاتا تھا۔ قدیم رومیوں نے وضاحت کی کہ جب ایک عدد 10 تک پہنچ جاتا ہے تو انگلیوں پر گننا آسان نہیں ہوتا ہے۔ لہٰذا، ایک مناسب عددی نظام بنانے کی ضرورت تھی جو تجارت اور مواصلات کے لیے استعمال کیا جاسکے۔ مختلف اعداد کو ظاہر کرنے کے لیے رومن اعداد کے 7 حروف استعمال کیے جاتے ہیں۔ حروف یہ ہیں I، V، X، L، C، D اور M جو بالترتیب 1، 5، 10، 50، 100، 500 اور 1000 کو ظاہر کرتے ہیں۔

ہندوستانیوں (500 تا 1200 عیسوی) نے صفر (0) کا تصور پیش کیا اور اعشاری (اساس 10) کے عددی نظام میں اہم کردار ادا کیا۔



قدیم ہندوستانی ریاضی دانوں نے ریاضی کے میدان میں بہت بڑا حصہ ڈالا ہے۔ صفر کی ایجاد کا سہرا ہندوستانیوں کے سر جاتا ہے، اور یہ کارنامہ تمام دیگر اقوام کی ریاضی میں کی گئی کوششوں سے بڑھ کر ہے کیوں کہ یہ اعشاری عددی نظام کی بنیاد ہے، جس کے بغیر ریاضی میں کسی بھی ترقی کا تصور ممکن نہ تھا۔ آج جو عددی نظام استعمال کیا جارہا ہے وہ ہندوستانیوں نے ایجاد کیا تھا اور اسے اب بھی ہندعربی (Indo Arabic) اعداد کہا جاتا ہے کیوں کہ اسے ہندوستانیوں نے دریافت کیا اور عرب تاجروں نے اسے مغربی دنیا تک پہنچایا۔

عربوں (800 تا 1500 عیسوی) نے یورپ میں عربی اعداد (0 تا 9) متعارف کرائے۔ اسلامی دنیا نے ریاضی میں نمایاں ترقی کی۔ محمد ابن موسیٰ الخوارزمی (Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi) نے اس تبدیلی میں اہم کردار ادا کیا اور نویں صدی میں الجبرا کو ایک علیحدہ شعبے کے طور پر متعارف کرایا۔ الخوارزمی کے نقطہ نظر نے سابقہ ریاضیاتی روایات سے ہٹ کر الجبرا کی حروف و علامات کو اعداد و مقدار کے طور پر بنیاد فراہم کی جس نے طویل عرصے تک ریاضیاتی سوچ کو متاثر کیا۔ الکراجی (Al-Karaji) جیسے جانشینوں نے ان کے کام کو وسعت دی اور ریاضی کے مختلف شعبوں کی ترقی میں حصہ لیا۔ ان ریاضیاتی طریقوں کی عملی نوعیت اور وسیع اطلاق نے عربی ریاضیات کی مغرب میں پھیلاؤ میں مدد دی، جس نے مغربی ریاضی کے ارتقاء میں نمایاں کردار ادا کیا۔

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

جدید دور (1700 عیسوی تا حال): جدید عددی نظام جیسے اساس 2 کا نظام اور اساس 16 کا نظام تیار کیا۔

عربی نظام آج دنیا بھر میں استعمال ہونے والے جدید اعشاری نظام کی بنیاد ہے۔ اس کی ترقی اور اصلاح میں قدیم سمیریوں سے لے کر جدید ریاضی دانوں تک ہزاروں سال شامل ہیں۔

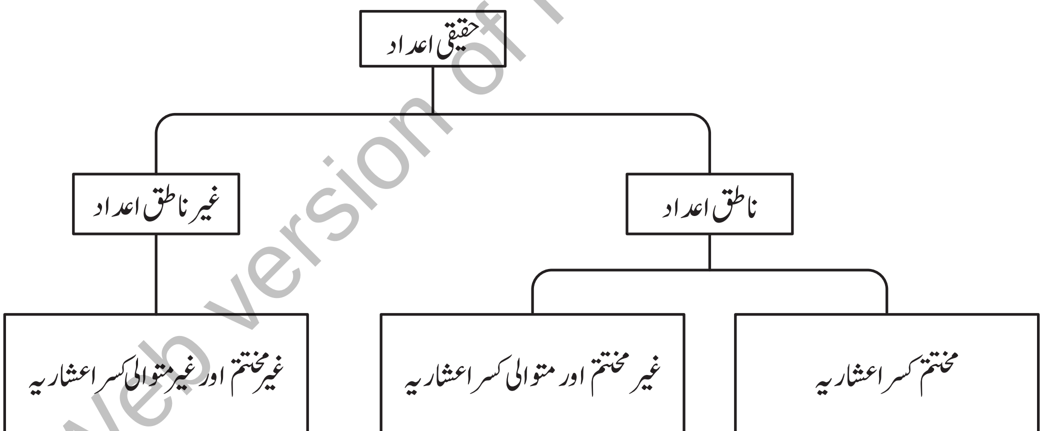
جدید دور میں، سیٹ $\{1, 2, 3, ...\}$ گنتی کے سیٹ کے طور پر اپنایا گیا تھا۔ یہ گنتی کا سیٹ قدرتی اعداد کے سیٹ کو ظاہر کرتا ہے جسے حقیقی اعداد کے سیٹ تک بڑھایا گیا تھا جو روزمرہ زندگی میں اکثر استعمال ہوتا ہے۔

1.1.1 ناطق اور غیر ناطق اعداد کا امتزاج

(Combination of Rational and Irrational Numbers)

ہم جانتے ہیں کہ ناطق اعداد کے سیٹ کو اس طرح بیان کیا جاتا ہے: $Q = \left\{ \frac{p}{q} ; p, q \in Z \wedge q \neq 0 \right\}$

اور غیر ناطق اعداد کے سیٹ (Q') میں وہ ارکان شامل ہوتے ہیں جن کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں نہیں لکھا جا سکتا۔ حقیقی اعداد کا سیٹ ناطق اور غیر ناطق اعداد کا یونین ہوتا ہے یعنی، $R = Q \cup Q'$



1.1.2 ناطق اعداد کا اعشاری اظہار (Decimal Representation of Rational Numbers)

(i) مختتم کسور اعشاریہ (Terminating Decimal Numbers)

ایسے اعشاری اعداد جن کے اعشاریہ کے بعد ہندسوں کی تعداد متناہی ہو مختتم کسور اعشاریہ کہلاتے ہیں۔

مثال کے طور پر $\frac{4}{5} = 0.8$ ، $\frac{3}{8} = 0.375$ ، $\frac{8}{25} = 0.32$ ، $\frac{1}{4} = 0.25$ تمام مختتم کسور اعشاریہ ہیں۔

Web version of PCTB textbook

(ii) غیر مختتم اور متوالی کسور اعشاریہ (Non-Terminating and Recurring Decimal Numbers)

ایسے اعشاری اعداد جن میں اعشاریہ کے بعد ہندسوں کی تعداد لامتناہی ہو اور جس کے کسری حصے میں ہندسوں کی تکرار ایک ترتیب میں ہو غیر مختتم اور متوالی کسور اعشاریہ کہلاتے ہیں۔

مثلاً

$\frac{1}{3} = 0.333... = 0.\overline{3}$ (3 لامتناہی طور پر دہرایا جاتا ہے)

$\frac{1}{6} = 0.1666... = 0.1\overline{6}$ (6 لامتناہی طور پر دہرایا جاتا ہے)

$\frac{22}{7} = 3.142857142857... = 3.\overline{142857}$ (نمونہ 142857 لامتناہی طور پر دہرایا جاتا ہے)

$\frac{4}{9} = 0.44444... = 0.\overline{4}$ (4 لامتناہی طور پر دہرایا جاتا ہے)

غیر مختتم اور متوالی کسور اعشاریہ بھی ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

1.1.3 غیر ناطق اعداد کا اعشاری اظہار (Decimal Representation of Irrational Numbers)

ایسے اعشاری اعداد جو اعشاریہ کے بعد ہندسوں کے کسی نمونے کو دہراتے نہیں ہیں، وہ لامتناہی طور پر جاری رہتے ہیں اور کبھی ختم نہیں ہوتے غیر ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔

غیر مختتم اور غیر متوالی کسور اعشاریہ کو غیر ناطق اعداد بھی کہتے ہیں۔

مثال کے طور پر،

- $\pi = 3.1415926535897932...$
- $e = 2.71828182845904...$
- $\sqrt{2} = 1.41421356237309...$

> **یاد رکھیں!**
> $e = 2.7182...$ کو آیلر (Euler's) کا عدد کہا جاتا ہے۔

مثال 1: مندرجہ ذیل اعشاری اعداد کو ناطق یا غیر ناطق اعداد کے طور پر شناخت کریں:

(i) 0.35 (ii) 0.444... (iii) $3.\overline{5}$

(iv) 3.36788542... (v) 1.709975947...

حل:

(i) 0.35 مختتم کسر اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک ناطق عدد ہے۔

(ii) 0.444... ایک غیر مختتم اور متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک ناطق عدد ہے۔

(iii) $3.\overline{5} = 3.5555...$ ایک غیر مختتم اور متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک ناطق عدد ہے۔

(iv) 3.36788542... ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(v) 1.709975947... ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

1.1.4 ناطق اور غیر ناطق اعداد کا عددی خط پر اظہار

(Representation of Rational and Irrational Numbers on Number Line)

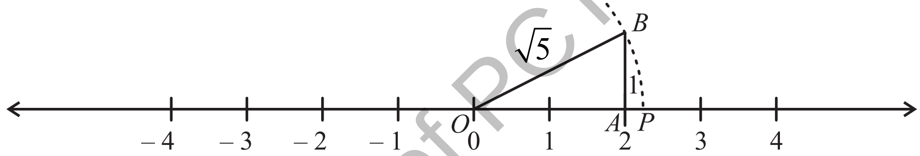
پچھلی جماعتوں میں ہم نے عددی خط پر ناطق اعداد کو ظاہر کرنا سیکھ لیا ہے۔ اب ہم اگلے مرحلے میں غیر ناطق اعداد کو عددی خط پر ظاہر کرنا سیکھیں گے۔

مثال 2: $\sqrt{5}$ کو عددی خط پر ظاہر کریں۔

حل: $\sqrt{5}$ کو جیومیٹری شکل کے ذریعہ عددی خط پر ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ جیسا کہ، $\sqrt{5} = 2.236...$ جو 2 کے قریب ہے۔ نقطہ A پر اکائی $m\overline{AB} = 1$ کا ایک خط کھینچیں، جہاں اکائیاں $m\overline{OA} = 2$ اور قائمۃ الزاویہ مثلث AOB ہے۔

مسئلہ فیثاغورث کا استعمال کرتے ہوئے

$$(m\overline{OB})^2 = (m\overline{OA})^2 + (m\overline{AB})^2$$
$$= (2)^2 + (1)^2 = 4 + 1 = 5 \quad \Rightarrow \quad m\overline{OB} = \sqrt{5}$$



یاد رکھیں!

(i) ناطق عدد + غیر ناطق عدد = غیر ناطق عدد

(ii) ناطق عدد (غیر صفر) × غیر ناطق عدد = غیر ناطق عدد

نقطہ O کو مرکز مان کر $m\overline{OB} = \sqrt{5}$ رداس کی ایک قوس کھینچیں جو نقطہ P پر ملے جو عددی خط پر $\sqrt{5}$ کو ظاہر کرتا ہے۔ پس $|\overline{OP}| = \sqrt{5}$

مثال 3: درج ذیل متوالی کسور اعشاریہ کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کریں جب کہ p اور q صحیح اعداد ہیں۔

(i) $0.\overline{5}$ (ii) $0.\overline{93}$

حل: (i) $0.\overline{5}$

فرض کریں $x = 0.\overline{5}$

$x = 0.55555...$ ...(i)

دونوں طرف 10 سے ضرب دینے سے

$10x = 10(0.5555...)$

$10x = 5.55555...$ ...(ii)

NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

مساوات(i) کو مساوات(ii) میں سے تفریق کرنے سے

$$10x - x = (5.55555\ldots) - (0.55555\ldots)$$

$$9x = 5$$

$x = \frac{5}{9}$ جو کہ $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ہے۔

(ii) فرض کریں $x = 0.\overline{93}$

$x = 0.939393\ldots \quad \ldots(i)$

دونوں طرف 100 سے ضرب دینے سے

$$100x = 100\,(0.939393\ldots)$$

$$100x = 93.939393\ldots \quad \ldots(ii)$$

مساوات(i) کو مساوات (ii) میں سے تفریق کرنے سے

$$100x - x = 93.939393\ldots - 0.939393\ldots$$

$$99x = 93$$

$x = \frac{93}{99}$ جو کہ $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ہے۔

مثال 4: 2 اور 3 کے درمیان دو ناطق اعداد معلوم کریں۔

حل: 2 اور 3 کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

ہم ان میں سے کوئی دو معلوم کرتے ہیں۔

اس کے لیے 2 اور 3 کا اوسط ایسے معلوم کریں $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$

لہٰذا 2 اور 3 کے درمیان $\frac{5}{2}$ ایک ناطق عدد ہے۔

2 اور 3 کے درمیان ایک اور ناطق عدد معلوم کرنے کے لیے ہم دوبارہ 3 اور $\frac{5}{2}$ کا اوسط معلوم کریں گے۔

یعنی $$\frac{\frac{5}{2}+3}{2} = \frac{\frac{5+6}{2}}{2} = \frac{\frac{11}{2}}{2} = \frac{11}{4}$$

لہٰذا 2 اور 3 کے درمیان دو ناطق اعداد $\frac{5}{2}$ اور $\frac{11}{4}$ ہیں۔

> **خود آزمائی!**
> دو غیر ناطق اعداد کا حاصل ضرب کیا ہو گا؟

1.1.5 حقیقی اعداد کی خصوصیات (Properties of Real Numbers)

حقیقی اعداد کے تمام حسابی عوامل جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم حقیقی اعداد کی خصوصیات پر مبنی ہوتے ہیں۔ اس حصے میں ہم ان خصوصیات پر بحث کریں گے۔

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

حقیقی اعداد کی جمعی خصوصیات (Additive Properties of Real Numbers)

خاصیت کا نام	$\forall\ a, b, c \in R$	مثالیں
خاصیت بندش	$a+b \in R$	$2+3=5 \in R$
خاصیت مبادلہ	$a+b=b+a$	$2+5=5+2$ $7=7$
خاصیت تلازم	$a+(b+c)=(a+b)+c$	$2+(3+5)=(2+3)+5$ $2+8=5+5$ $10=10$
جمعی ذاتی عنصر	$a+0=a=0+a$	$5+0=5=0+5$
جمعی معکوس	$a+(-a)=(-a)+a=0$	$6+(-6)=(-6)+6=0$

حقیقی اعداد کی ضربی خصوصیات (Multiplicative Properties of Real Numbers)

خاصیت کا نام	$\forall\ a, b, c \in R$	مثالیں
خاصیت بندش	$ab \in R$	$2 \times 5 = 10 \in R$
خاصیت مبادلہ	$ab=ba$	$2 \times 3 = 3 \times 2 = 6 \in R$
خاصیت تلازم	$a(bc)=(ab)c$	$2 \times (3 \times 5) = (2 \times 3) \times 5$ $2 \times 15 = 6 \times 5$ $30 = 30$
ضربی ذاتی عنصر	$a \times 1 = 1 \times a = a$	$5 \times 1 = 1 \times 5 = 5$
ضربی معکوس	$a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$	$7 \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \times 7 = 1$

حقیقی اعداد کی تقسیمی خصوصیات (Distributive Properties of Real Numbers)

کیا آپ جانتے ہیں؟
0 اور 1 بالترتیب حقیقی اعداد کے جمعی اور ضربی ذاتی عناصر ہیں۔

تمام حقیقی اعداد a، b، c کے لیے

(i) $a(b+c)=ab+ac$ کو ضرب کی بائیں خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع کہا جاتا ہے۔

(ii) $a(b-c)=ab-ac$ کو ضرب کی بائیں خاصیت تقسیمی بلحاظ تفریق کہا جاتا ہے۔

(iii) $(a+b)c=ac+bc$ کو ضرب کی دائیں خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع کہا جاتا ہے۔

(iv) $(a-b)c=ac-bc$ کو ضرب کی دائیں خاصیت تقسیمی بلحاظ تفریق کہا جاتا ہے۔

یاد رکھیں!
$0 \in R$ کا کوئی ضربی معکوس نہیں ہوتا۔

Web version of PCTBtextbook

NOT FOR SALE-PESRP

حقیقی اعداد کی برابری کی خصوصیات (Properties of Equality of Real Numbers)

خاصیتِ عکسی	$\forall\, a \in R,\ \ a = a$
خاصیت تشاکل	$\forall\, a, b \in R,\ a = b \Rightarrow b = a$
خاصیت متعدیت	$\forall\, a, b, c \in R,\ \ a = b \wedge b = c \Rightarrow a = c$
جمعی خاصیت	$\forall\, a, b, c \in R,\ a = b \Rightarrow a + c = b + c$
ضربی خاصیت	$\forall\, a, b, c \in R,\ \ a = b \Rightarrow ac = bc$
تنسیخی خاصیت بلحاظ جمع	$\forall\, a, b, c \in R,\ a + c = b + c \Rightarrow a = b$
تنسیخی خاصیت بلحاظ ضرب	$\forall\, a, b, c \in R$ اور $c \neq 0,\ ac = bc \Rightarrow a = b$

حقیقی اعداد کی نابرابری کی خصوصیات (Order Properties of Real Numbers)

ثلاثی خاصیت	$\forall\, a, b \in R$ تو $a = b$ یا $a > b$ یا $a < b$
خاصیت متعدیت	$\forall\, a, b, c \in R$ • $a > b \wedge b > c \Rightarrow a > c$ • $a < b \wedge b < c \Rightarrow a < c$
جمعی خاصیت	$\forall\, a, b, c \in R$ • $a > b \Rightarrow a + c > b + c$ • $a < b \Rightarrow a + c < b + c$
ضربی خاصیت	$\forall\, a, b, c \in R$ • $a > b \Rightarrow ac > bc$ اگر $c > 0$ • $a < b \Rightarrow ac < bc$ اگر $c > 0$ • $a > b \Rightarrow ac < bc$ اگر $c < 0$ • $a < b \Rightarrow ac > bc$ اگر $c < 0$ • $a > b \wedge c > d \Rightarrow ac > bd$ • $a < b \wedge c < d \Rightarrow ac < bd$
تقسیمی خاصیت	$\forall\, a, b, c \in R$ • $a < b \Rightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ اگر $c > 0$ • $a < b \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ اگر $c < 0$ • $a > b \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ اگر $c > 0$ • $a > b \Rightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ اگر $c < 0$

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

$\forall\ a, b \in R$ اور دونوں کی ایک ہی علامت ہو • $a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ • $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$	ضربی معکوس خاصیت

مثال 5: اگر $a = \frac{2}{3}$ ، $b = \frac{3}{2}$ ، $c = \frac{5}{3}$ ہو تو خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع کو ثابت کریں۔

حل: (i) ضرب کی بائیں خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$\text{LHS} = a(b+c) = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{3}\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{9+10}{6}\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{19}{6}\right) = \frac{19}{9}$$

$$\text{RHS} = ab + ac = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right) = 1+\frac{10}{9} = \frac{9+10}{9} = \frac{19}{9}$$

$$\text{LHS} = \text{RHS}$$

پس ثابت ہوا کہ $a(b + c) = ab + ac$

(ii) ضرب کی دائیں خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع

$$(a+b)c = ac + bc$$

$$\text{LHS} = (a+b)c = \left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\right)\frac{5}{3} = \left(\frac{4+9}{6}\right)\frac{5}{3} = \left(\frac{13}{6}\right)\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{65}{18}$$

$$\text{RHS} = ac + bc = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right)+\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{10}{9}+\frac{15}{6} = \frac{20+45}{18} = \frac{65}{18}$$

$$\text{LHS} = \text{RHS}$$

پس ثابت ہوا کہ $(a + b)c = ac + bc$

مثال 6: بیان کو درست ثابت کرنے والی خاصیت کی نشان دہی کریں۔

(i) اگر $a > 13$ ہو تو $a + 2 > 15$

(ii) اگر $9 < 3$ اور $12 < 6$ ہو تو $9 < 21$

(iii) اگر $4 > 7$ اور $3 > 5$ ہو تو $12 > 35$

(iv) اگر $-5 < -4$ $\Leftarrow$ $20 > 16$

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

حل: (i) $a > 13$

دونوں اطراف میں 2 جمع کرنے سے

$$a + 2 > 13 + 2$$

$$a + 2 > 15 \quad \text{(نابرابری کی جمعی خاصیت)}$$

(ii) جیسا کہ $9 > 3$ اور $6 < 12$

$$\Rightarrow \quad 3 + 6 < 9 + 12$$

$$9 < 21 \quad \text{(نابرابری کی جمعی خاصیت)}$$

(iii) $5 > 3$ اور $7 > 4$

$$\Rightarrow \quad 7 \times 5 > 4 \times 3$$

$$\Rightarrow \quad 35 > 12 \quad \text{(نابرابری کی ضربی خاصیت)}$$

(iv) جیسا کہ $-5 < -4$

دونوں اطراف کو -4 سے ضرب دینے سے

$$(-5) \times (-4) > (-4) \times (-4)$$

$$\Rightarrow \quad 20 > 16 \quad \text{(نابرابری کی ضربی خاصیت)}$$

مشق 1.1

1۔ درج ذیل میں سے ہر ایک کو ناطق یا غیر ناطق اعداد کے طور پر شناخت کریں:

(i) 2.353535 (ii) $0.\overline{6}$ (iii) $2.236067\ldots$ (iv) $\sqrt{7}$

(v) e (vi) π (vii) $5+\sqrt{11}$ (viii) $\sqrt{3}+\sqrt{13}$

(ix) $\frac{15}{4}$ (x) $(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})$

2۔ درج ذیل اعداد کو عددی خط پر ظاہر کریں:

(i) $\sqrt{2}$ (ii) $\sqrt{3}$ (iii) $4\frac{1}{3}$

(iv) $-2\frac{1}{7}$ (v) $\frac{5}{8}$ (vi) $2\frac{3}{4}$

3۔ درج ذیل متوالی کسور اعشاریہ کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کریں جب کہ p اور q صحیح اعداد ہیں اور q ایک غیر صفر عدد ہے:

(i) $0.\overline{4}$ (ii) $0.\overline{37}$ (iii) $0.\overline{21}$

NOT FOR SALE-PESRP

Web version of PCTB textbook

4۔ درج ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت کا نام بتائیں:

(i) $(a+4)+b = a+(4+b)$ (ii) $\sqrt{2}+\sqrt{3} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$

(iii) $x - x = 0$ (iv) $a(b+c) = ab+ac$

(v) $16+0 = 16$ (vi) $100 \times 1 = 100$

(vii) $4 \times (5 \times 8) = (4 \times 5) \times 8$ (viii) $ab = ba$

5۔ درج ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت کا نام بتائیں:

(i) $-3 < -1 \Rightarrow 0 < 2$ (ii) اگر $a < b$ ہو تو $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

(iii) اگر $a < b$ ہو تو $a+c < b+c$ (iv) اگر $ac < bc$ اور $c > 0$ ہو تو $a < b$

(v) اگر $ac < bc$ اور $c < 0$ ہو تو $a > b$ (vi) $a < b$ یا $a = b$ یا $a > b$

6۔ درج ذیل کے درمیان دو ناطق اعداد معلوم کریں:

(i) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ (ii) 3 اور 4 (iii) $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{5}$

1.2 جذری جملے (Radical Expressions)

اگر n ایک صحیح مثبت عدد ہو جو کہ 1 سے بڑا ہے اور a ایک حقیقی عدد ہو تو کوئی بھی حقیقی عدد x جب کہ $x = \sqrt[n]{a}$ کو a کا n واں جذر کہیں گے۔

یہاں $\sqrt{\ }$ جذر کی علامت کہلاتی ہے اور n کو جذر کا قوت نما کہا جاتا ہے۔ ایک حقیقی عدد جو جذر کی علامت کے نیچے ہو، اسے مجذور کہا جاتا ہے۔ $\sqrt[3]{5}, \sqrt[5]{7}$ جذری شکل کی مثالیں ہیں۔

$x = \sqrt[n]{a}$ کی قوت نمائی شکل $x = (a)^{\frac{1}{n}}$ ہے۔

1.2.1 جذر اور قوت نما کے قوانین (Laws of Radicals and Indices)

قوت نما کے قوانین	جذر کے قوانین
(i) $a^m . a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$	(i) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ (ii) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
(iii) $(ab)^n = a^n b^n$ (iv) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	(iii) $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$
(v) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (vi) $a^0 = 1$	(iv) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = (a^{\frac{1}{n}})^n = a$

مثال 7: درج ذیل کو مختصر کیجیے:

(i) $\sqrt[4]{16x^4y^8}$ (ii) $\sqrt[3]{27x^6y^9z^3}$ (iii) $(64)^{-\frac{4}{3}}$

NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

حل: (i) چوں کہ $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

$$\sqrt[4]{16x^4y^8} = (16x^4y^8)^{\frac{1}{4}}$$

چوں کہ $(ab)^m = a^m b^m$

$$= (16)^{\frac{1}{4}}(x^4)^{\frac{1}{4}}(y^8)^{\frac{1}{4}}$$

چوں کہ $(a^m)^n = a^{mn}$

$$= 2^{4\cdot\frac{1}{4}} \times x^{4\cdot\frac{1}{4}} \times y^{8\cdot\frac{1}{4}}$$

$$= 2xy^2$$

(ii) چوں کہ $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

$$\sqrt[3]{27x^6y^9z^3} = \left(27x^6y^9z^3\right)^{\frac{1}{3}}$$

چوں کہ $(ab)^m = a^m b^m$

$$= (27)^{\frac{1}{3}}\left(x^6\right)^{\frac{1}{3}}\left(y^9\right)^{\frac{1}{3}}\left(z^3\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(3^3\right)^{\frac{1}{3}}\left(x^6\right)^{\frac{1}{3}}\left(y^9\right)^{\frac{1}{3}}\left(z^3\right)^{\frac{1}{3}}$$

چوں کہ $(a^m)^n = a^{mn}$

$$= 3^{3\times\frac{1}{3}} \cdot x^{6\times\frac{1}{3}} \cdot y^{9\times\frac{1}{3}} . z^{3\times\frac{1}{3}}$$

$$= 3x^2y^3z$$

(iii)

$$(64)^{-\frac{4}{3}} = \frac{1}{(64)^{\frac{4}{3}}}$$

$$= \frac{1}{4^{3\times\frac{4}{3}}} = \frac{1}{4^4}$$

$$= \frac{1}{256}$$

1.2.2 مقادیر اصم اور ان کا اطلاق (Surds and their Applications)

ایک غیر ناطق رقم جس میں جذری علامت کے نیچے ناطق رقم ہو اسے مقادیر اصم کہا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر اگر ہم کسی بھی ناطق عدد کا nواں جذر لیتے ہیں تو $\sqrt[n]{a}$ ایک مقادیر اصم ہے۔ $\sqrt{5}$ یہ ایک مقادیر اصم ہے کیوں کہ 5 کا جذر ایک مکمل عدد نہیں ہے، لیکن $\sqrt{9}$ ایک مقادیر اصم نہیں ہے کیوں کہ اس کا جواب مکمل عدد 3 ہے اور ہمارا نتیجہ غیر ناطق عدد نہیں ہے۔ لہٰذا، جذر $\sqrt[n]{a}$ غیر ناطق ہے۔ $\sqrt{7}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{11}$ مقادیر اصم ہیں، لیکن $\sqrt{\pi}, \sqrt{e}$ مقادیر اصم نہیں ہیں۔

> **یاد رکھیں!**
> ہر مقادیر اصم ایک غیر ناطق عدد ہوتا ہے لیکن ہر غیر ناطق عدد ایک مقادیر اصم نہیں ہوتا، مثال کے طور پر $\sqrt{\pi}$ ایک مقادیر اصم نہیں ہے۔

NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

مقادیر اصم کی مختلف اقسام مندرجہ ذیل ہیں:

(i) ایک مقادیر اصم جس میں ایک ہی رقم ہوتی ہے اسے یک رقمی مقادیر اصم کہا جاتا ہے مثلاً، $\sqrt{7}$, $\sqrt{5}$ وغیرہ۔

(ii) ایک مقادیر اصم جو دو یک رقمی مقادیر اصم کا مجموعہ ہو اسے دو رقمی مقادیر اصم کہا جاتا ہے مثلاً، $\sqrt{2}+\sqrt{7}$, $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ وغیرہ۔

(iii) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ اور $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ ایک دوسرے کے کانجو گیٹ مقادیر اصم کہلاتے ہیں۔

> **یاد رکھیں!**
> دو کانجو گیٹ (زوج) مقادیر اصم کا حاصل ضرب ایک ناطق عدد ہوتا ہے۔

1.2.3 مخرج کو ناطق بنانا (Rationalization of Denominator)

کسی مخرج کو جس کی شکل $a+b\sqrt{x}$ یا $a-b\sqrt{x}$ ہو ناطق بنانے کے لیے، ہم شمار کنندہ اور مخرج دونوں کو اس کے کانجو گیٹ سے ضرب دیتے ہیں۔

مثال 8: درج ذیل کے مخرج کو ناطق بنائیں:

(i) $\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ (ii) $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

حل: (i)

$$\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{5-2}$$

$$= \frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{3} = \sqrt{5}-\sqrt{2}$$

(ii)

$$\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$

$$= \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}$$

مشق 1.2

1۔ درج ذیل کے مخرج کو ناطق بنائیں:

(i) $\dfrac{13}{4+\sqrt{3}}$ (ii) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ (iii) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}}$

NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

(iv) $\dfrac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}}$ (v) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ (vi) $\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

2۔ درج ذیل کو مختصر کیجیے:

(i) $\left(\dfrac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$ (ii) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-2}\div\left(\dfrac{4}{9}\right)^{3}\times\dfrac{16}{27}$ (iii) $(0.027)^{-\frac{1}{3}}$

(iv) $\sqrt[7]{\dfrac{x^{14}\times y^{21}\times z^{35}}{y^{14}z^{7}}}$ (v) $\dfrac{5.(25)^{n+1}-25.(5)^{2n}}{5.(5)^{2n+3}-(25)^{n+1}}$

(vi) $\dfrac{(16)^{x+1}+20(4^{2x})}{2^{x-3}\times 8^{x+2}}$ (vii) $(64)^{-\frac{2}{3}}\div(9)^{-\frac{3}{2}}$

(viii) $\dfrac{3^{n}\times 9^{n+1}}{3^{n-1}\times 9^{n-1}}$ (ix) $\dfrac{5^{n+3}-6.5^{n+1}}{9\times 5^{n}-4\times 5^{n}}$

3۔ اگر $x = 3 + \sqrt{8}$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کیجیے:

(i) $x+\dfrac{1}{x}$ (ii) $x-\dfrac{1}{x}$ (iii) $x^{2}+\dfrac{1}{x^{2}}$

(iv) $x^{2}-\dfrac{1}{x^{2}}$ (v) $x^{4}+\dfrac{1}{x^{4}}$ (vi) $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^{2}$

4. اگر $p+q\sqrt{2}=\dfrac{8-3\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}}$ ہو تو ناطق اعداد p اور q معلوم کریں۔

5. درج ذیل کو مختصر کیجیے:

(i) $\dfrac{(25)^{\frac{3}{2}}\times(243)^{\frac{3}{5}}}{(16)^{\frac{5}{4}}\times(8)^{\frac{4}{3}}}$ (ii) $\dfrac{54\times\sqrt[3]{(27)^{2x}}}{9^{x+1}+216(3^{2x-1})}$

(iii) $\sqrt{\dfrac{(216)^{\frac{2}{3}}\times(25)^{\frac{1}{2}}}{(0.04)^{\frac{-3}{2}}}}$ (iv) $\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)\times\left(a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}}\right)$

1.3 روزمرہ زندگی میں حقیقی اعداد کا اطلاق
(Application of Real Numbers in Daily Life)

حقیقی اعداد ہماری روزمرّہ زندگی میں انتہائی مفید ہیں۔ اس کی شاید ایک اہم وجہ ہے کہ ہم بہت چھوٹی عمر سے گنتی، جمع اور تفریق کرنا سیکھتے ہیں۔ ہم اعداد کے بغیر زندگی کا تصور نہیں کر سکتے۔

Web version of PCTB textbook

حقیقی اعداد مختلف شعبوں میں استعمال ہوتے ہیں بشمول

- سائنس اور انجینئرنگ (طبیعیات، میکانی نظام، برقی سرکٹ)
- طب اور صحت
- ماحولیاتی سائنس (آب و ہوا کی تبدیلی، آلودگی کی نگرانی وغیرہ)
- سروے اور فن تعمیر
- کمپیوٹر سائنس (الگورتھم ڈیزائن، ڈیٹا کمپریشن، گرافک رینڈرنگ)
- شماریات
- جہاز رانی اور نقل و حمل (GPS، پرواز کی منصوبہ بندی)

مثال 9: دو حقیقی اعداد کا مجموعہ 8 اور ان کا فرق 2 ہو تو اعداد معلوم کریں۔

حل: فرض کریں کہ a اور b دو حقیقی اعداد ہوں تو

$$a + b = 8 \quad \ldots(i)$$
$$a - b = 2 \quad \ldots(ii)$$

مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$2a = 10 \quad \Rightarrow a = 5$$

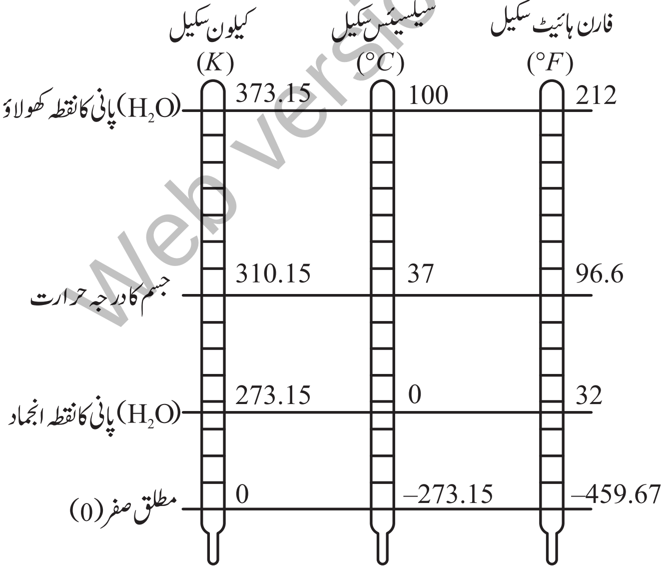
a کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$5 - b = 2 \quad \Rightarrow -b = 2 - 5 \Rightarrow -b = -3 \Rightarrow b = 3$$

پس 5 اور 3 مطلوبہ حقیقی اعداد ہیں۔

1.3.1 درجہ حرارت کی تبدیلیاں (Temperature Conversions)

دی گئی شکل میں تین قسم کے تھرمامیٹر دکھائے گئے ہیں۔ ہم تینوں درجہ حرارت کے پیمانے سیلسیئس، فارن ہائیٹ اور کیلون کو ایک دوسرے کے ساتھ تبدیل کر سکتے ہیں۔



تبدیلی کے کلیے ذیل میں دیے گئے ہیں:

$$K = °C + 273 \qquad (i)$$

$$°C = \frac{5}{9}(F - 32)° \qquad (ii)$$

$$°F = \frac{9°C}{5} + 32 \qquad (iii)$$

یہاں K، $°C$ اور $°F$ بالترتیب کیلون، سیلسیئس اور فارن ہائیٹ پیمانوں کو ظاہر کرتے ہیں۔

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

مثال10: عام انسانی جسم کا درجہ حرارت $98.6\ °F$ ہے۔ اسے سیلسیئس اور کیلون اسکیل میں تبدیل کریں۔

حل: ہمیں دیا گیا ہے $°F = 98.6$

لہٰذا اسے سیلسیئس پیمانے میں تبدیل کرنے کے لیے ہم درجہ ذیل کلیہ استعمال کرتے ہیں۔

$$°C = \frac{5}{9}(F-32)$$

$$°C = \frac{5}{9}(98.6-32)$$

$$= \frac{5}{9}(66.6)$$

$$= (0.55)(66.6)$$

$$°C = 37$$

لہٰذا سیلسیئس پیمانے پر انسانی جسم کا عام درجہ حرارت $37°$ ہے۔

اب ہم اسے کیلون اسکیل میں تبدیل کرتے ہیں۔

$$K = C + 273$$

$$K = 37° + 273$$

$K = 310$ کیلون

1.3.2 نفع اور نقصان (Profit and Loss)

تاجر منافع کما سکتے ہیں یا نقصان اٹھا سکتے ہیں۔ نفع اور نقصان کاروبار کا حصہ ہیں۔ نفع اور نقصان کا حساب مندرجہ ذیل کلیوں سے لگایا جا سکتا ہے:

(i) نفع = قیمت فروخت – قیمت خرید

$$\text{نفع فی صد} = \left(\frac{\text{منافع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100\right)\%$$

(ii) نقصان = قیمت خرید – قیمت فروخت

$$\text{نقصان فی صد} = \left(\frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100\right)\%$$

مثال11: جمیل نے ایک سائیکل 6,590 روپے میں خریدی اور 6,850 روپے میں فروخت کر دی۔ نفع فی صد معلوم کریں۔

NOT FOR SALE-PESRP
Web version of PCTB textbook

حل: قیمتِ خرید = 6,590 روپے

قیمتِ فروخت = 6,850 روپے

نفع = قیمت فروخت − قیمت خرید

$= 6{,}850 - 6{,}590$

$= 260$ روپے

اب ہم نفع فی صد معلوم کرتے ہیں۔

$$\text{نفع فی صد} = \left(\frac{\text{منافع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{260 \times 100}{6{,}590}\right)\%$$

$$= 3.94\%$$

$$\approx 4\%$$

مثال 12: عمیر نے ایک کتاب 850 روپے میں خریدی اور اسے 720 روپے میں فروخت کر دیا۔ اس کا نقصان فی صد کیا تھا؟

حل: کتاب کی قیمت خرید = 850 روپے

کتاب کی قیمت فروخت = 720 روپے

نقصان = قیمت خرید − قیمت فروخت

$= 850 - 720$

$= 130$ روپے

$$\text{نقصان فی صد} = \left(\frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{130}{850} \times 100\right)\%$$

$$= 15.29\%$$

مثال 13: سلیم، ندیم اور تنویر نے ایک کاروبار سے 450,000 روپے کا منافع کمایا۔ اگر کاروبار میں ان کی سرمایہ کاری میں نسبت بالترتیب 4:7:14 ہو تو ہر ایک کا منافع معلوم کریں۔

حل: حاصل شدہ منافع = 450,000 روپے

سرمایہ کاری میں نسبت = $4 : 7 : 14$

نسبتی مجموعہ $= 4 + 7 + 14$

$= 25$

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

سلیم کا منافع $= \frac{4}{25}\times 450,000 = 72,000$ روپے

ندیم کا منافع $= \frac{7}{25}\times 450,000 = 126,000$ روپے

تنویر کا منافع $= \frac{14}{25}\times 450,000 = 252,000$ روپے

پس سلیم، ندیم اور تنویر نے بالترتیب 72,000 روپے، 126,000 روپے اور 252,000 روپے منافع کمایا۔

مثال 14: اگر 12 سال کے لیے 6,400 روپے پر سادہ منافع 3,840 روپے ہو تو منافع کی شرح معلوم کریں۔

حل:

اصل رقم = 6,400 روپے

سادہ منافع = 3,840 روپے

وقت = 12 سال

شرح معلوم کرنے کے لیے ہم درج ذیل کلیہ استعمال کرتے ہیں:

$$\text{شرح} = \frac{\text{نفع کی رقم} \times 100}{\text{اصل رقم} \times \text{وقت}}$$

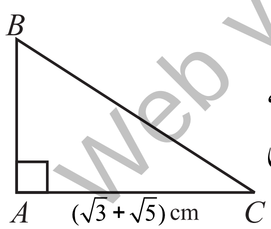
$$= \frac{3,840\times 100}{12\times 6,400} = 5\%$$

اس طرح منافع کی شرح 5% ہے۔

Web version of PCTB textbook

مشق 1.3

1۔ تین مسلسل صحیح اعداد کا مجموعہ 42 ہو تو اعداد معلوم کریں۔



2۔ شکل میں قائمۃ الزاویہ ΔABC دکھائی گئی ہے جس میں $\overline{AC}$ کی لمبائی $(\sqrt{3}+\sqrt{5})$cm ، ΔABC کا رقبہ $(1+\sqrt{15})$ cm^2 ہے۔ ضلع $\overline{AB}$ کی لمبائی کو $(a\sqrt{3}+b\sqrt{5})$ cm کی صورت میں معلوم کریں، جہاں a اور b صحیح اعداد ہیں۔

3۔ ایک مستطیل کے اضلاع کی لمبائیاں $2+\sqrt{18}$ m اور $\left(5-\frac{4}{\sqrt{2}}\right)$ m ہیں۔ مستطیل کے رقبے کو $a+b\sqrt{2}$ کی شکل میں ظاہر کریں، جہاں a اور b صحیح اعداد ہیں۔

4۔ دو اعداد معلوم کریں جن کا مجموعہ 68 اور فرق 22 ہے۔

5۔ 2024 کے موسم گرما کے دوران لاہور میں موسم غیر معمولی طور پر گرم تھا۔ ٹی وی نیوز نے درجہ حرارت 48 ڈگری سینٹی گریڈ

تک پہنچنے کی اطلاع دی۔ کلیہ $(°F = \frac{9}{5}\ °C + 32)$ کا استعمال کرتے ہوئے درجہ حرارت کو فارن ہائیٹ اسکیل میں معلوم کریں۔

6۔ باپ اور بیٹے کی عمر کا مجموعہ 72 سال ہے۔ چھے سال پہلے باپ کی عمر بیٹے سے دو گنا تھی۔ چھے سال پہلے بیٹے کی عمر کیا تھی؟

7۔ مرحا نے ایک کھلونا 1,500 روپے میں خریدا اور 1,520 روپے میں فروخت کیا۔ اس کا منافع فیصد کیا تھا؟

8۔ طیب کی سالانہ آمدنی 960,000 روپے ہے، جب کہ مستثنیٰ رقم 130,000 روپے ہے۔ 0.75% کی شرح سے اسے کتنا ٹیکس ادا کرنا پڑے گا؟

9۔ 375,000 روپے پر ایک سال کے لیے 14% کی شرح سے سالانہ منافع معلوم کریں۔

جائزہ مشق 1

1۔ ہر بیان کے نیچے چار جواب دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) $\sqrt{7}$ ہے:

(a) صحیح عدد　　(b) ناطق عدد
(c) غیر ناطق عدد　　(d) قدرتی عدد

(ii) π اور e ہیں:

(a) قدرتی اعداد　　(b) صحیح اعداد
(c) ناطق اعداد　　(d) غیر ناطق اعداد

(iii) اگر n ایک مکمل مربع نہیں ہے، تو $\sqrt{n}$ ہے:

(a) ناطق عدد　　(b) قدرتی عدد
(c) صحیح عدد　　(d) غیر ناطق عدد

(iv) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ ہے:

(a) مکمل عدد　　(b) صحیح عدد
(c) ناطق عدد　　(d) غیر ناطق عدد

(v) $x = x ، \forall\ x \in R$ خاصیت کہلاتی ہے:

(a) عکسی خاصیت　　(b) متعدیت خاصیت
(c) تشاکل خاصیت　　(d) ثلاثی خاصیت

(vi) فرض کریں $a, b, c \in R$ اگر $a > b$ اور $b > c$ تو $a > c$ یہ خاصیت ________ کہلاتی ہے۔

(a) ثلاثی　　(b) متعدیت　　(c) جمعی　　(d) ضربی

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP

(vii) $2^x \times 8^x = 64$ ہو تو x برابر ہے:

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{2}{3}$

(viii) فرض کریں $a, b \in R$ تو $a = b$ اور $b = a$ خاصیت ______ کہلاتی ہے۔

(a) عکسی (b) تشاکل

(c) متعدیت (d) جمعی

(ix) $\sqrt{75}+\sqrt{27} =$ ______

(a) $\sqrt{102}$ (b) $9\sqrt{3}$ (c) $5\sqrt{3}$ (d) $8\sqrt{3}$

(x) $(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})$ کا حاصل ضرب ہے:

(a) مفرد عدد (b) طاق عدد

(c) غیر ناطق عدد (d) ناطق عدد

2۔ اگر $a = \frac{3}{2}$، $b = \frac{5}{3}$ اور $c = \frac{7}{5}$ ہو تو ثابت کیجیے۔

(i) $a(b+c) = ab + ac$ (ii) $(a+b)c = ac + bc$

3۔ اگر $a = \frac{4}{3}$، $b = \frac{5}{2}$ اور $c = \frac{7}{4}$ ہو تو حقیقی اعداد کی خاصیت تلازم بلحاظ جمع اور ضرب کو ثابت کیجیے۔

4۔ کیا صفر (0) ایک ناطق عدد ہے؟ وضاحت کریں۔

5۔ حقیقی اعداد کی ثلاثی خاصیت بیان کریں۔

6۔ 4 اور 5 کے درمیان دو ناطق اعداد معلوم کریں۔

7۔ درج ذیل کو مختصر کیجیے:

(i) $\sqrt[5]{\frac{x^{15}y^{35}}{z^{20}}}$ (ii) $\sqrt[3]{(27)^{2x}}$ (iii) $\frac{6(3)^{n+2}}{3^{n+1}-3^n}$

8۔ تین مسلسل صحیح طاق اعداد کا مجموعہ 51 ہو تو اعداد معلوم کریں۔

9۔ عبداللہ نے 96 گیندیں اٹھائیں اور انہیں دو ٹوکریوں میں رکھا۔ ایک ٹوکری میں دوسری ٹوکری کے مقابلے میں 28 گیندیں زیادہ ہیں۔ ہر ٹوکری میں کتنی گیندیں تھیں؟

10۔ سلمٰی نے ایک بینک میں 350,000 روپے کی سرمایہ کاری کی جو سادہ منافع $7\frac{1}{4}\%$ سالانہ کی شرح سے ادا کرتا تھا۔ 2 سال بعد اس شرح کو بڑھا کر 8% سالانہ کر دیا گیا۔ معلوم کریں کہ 7 سال کے اختتام پر اس کے پاس کتنی رقم تھی؟

Web version of PCTB textbook

NOT FOR SALE-PESRP