باب 7

شماریاتی اشکال
(Statistical Diagrams)

علم جغرافیہ ایک ماحولیاتی سائنس ہے جس میں طبعی، معاشی، معاشرتی، تمدنی اور تجارتی حوالے سے بہت سا مواد اکٹھا کیا جاتا ہے۔ ایسے مواد کو قابلِ فہم صورت میں پیش کرنے کے لیے مختلف شماریاتی اصولوں سے واقفیت ضروری ہے۔ شماریاتی تکنیکوں سے مراد ایسے طریقے ہیں جن کی مدد سے حاصل کردہ مواد (Data) کو مختلف جدولوں، اشکال اور گرافوں وغیرہ کی شکل میں ایک مقداری طریقے سے ظاہر کیا جاتا ہے تاکہ ان کا فہم آسان ہو سکے۔ مختلف شماریاتی اعداد و شمار کو مختلف طریقوں سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اعداد و شمار کو بذریعہ اشکال ظاہر کرنے کا مقصد یہ ہوتا ہے کہ اعداد و شمار کا ملاحظہ کیے بغیر ایک ہی نظر سے ان کی حقیقت کا اندازہ ہو جائے، یعنی ہم آسانی کے ساتھ مختلف اشیا کی پیداوار اور مقدار کا باہمی موازنہ یا مُقابلہ کر سکیں۔ اس لیے ان اعداد و شمار کو ظاہر کرنے والے طریقے بڑی اہمیت کے حامل ہوتے ہیں۔ اِن اعداد و شمار کو مندرجہ ذیل اشکال میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

1۔ خطی یا لائن گراف Line Graph

2۔ پٹی دار یا بار گراف Bar Graph

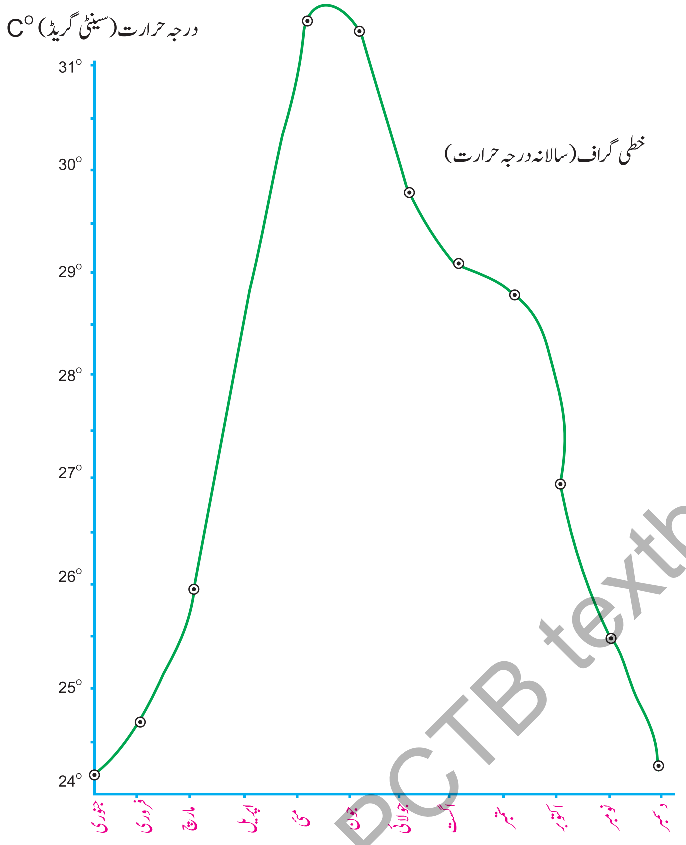
3۔ مُدور اشکال یا پائی گراف Pie Graph

1۔ خطی یا لائن گراف (Line Graph)

اِس قسم کے گراف میں کسی چیز کی آہستہ یا اچانک تبدیلی کو ظاہر کیا جاتا ہے۔ خطی گراف بنانے کے لیے گراف پیپر پر دو خطوط ایک اُفقی اور دوسرا عمودی کھینچے جاتے ہیں۔ اُفقی خط پر وقت سے متعلقہ اعداد و شمار یعنی دِن مہینے اور سال وغیرہ ظاہر کیے جاتے ہیں جبکہ عمودی خط پر تبدیل ہونے والے اعداد و شمار یعنی کہ درجہ حرارت، بارش، ہوا کا دباؤ مختلف چیزوں کی پیداوار وغیرہ ظاہر کیے جاتے ہیں۔ مقداروں کو ظاہر کرنے کے لیے ایک مُناسب پیمانہ مقرر کیا جاتا ہے۔ پھر اس پیمانے کی مدد سے وقت سے متعلقہ اعداد و شمار یعنی دِن، مہینے اور سال وغیرہ کے سامنے نُقطے لگا دیے جاتے ہیں۔ آخر میں ان نُقاط کو آپس میں ملاتے ہوئے ایک خط کھینچ دیا جاتا ہے۔ اِس طرح خطی گراف تیار ہو جاتا ہے۔ مثال کے طور پر کسی ایک مقام کے ماہانہ اوسط درجہ حرارت سینٹی گریڈ کی تقسیم درج ذیل ہے۔ اس کا خطی گراف اِس طرح تیار ہوگا۔

مہینے	درجہ حرارت سینٹی گریڈ میں	مہینے	درجہ حرارت سینٹی گریڈ
جنوری	10	جولائی	36.7
فروری	13.5	اگست	32.5
مارچ	16.8	ستمبر	29.6
اپریل	24.2	اکتوبر	27.4
مئی	30.0	نومبر	20.1
جون	38.5	دسمبر	15.8

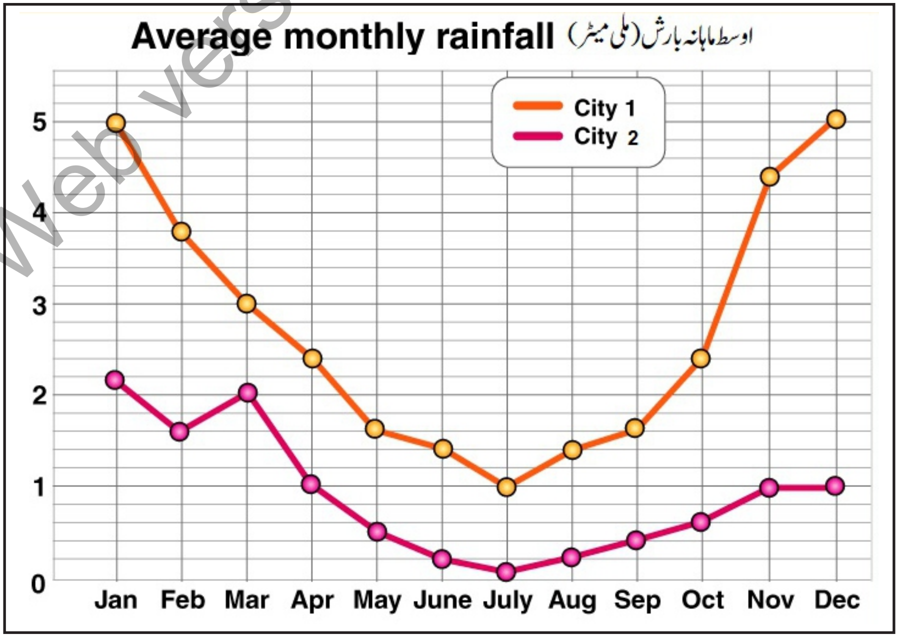
Web version of PCTB textbook



خطی گراف (درجہ حرارت سینٹی گریڈ میں)

سرگرمی

دیے گئے خطی گراف کے مطابق دو مختلف شہروں میں بارش کی مقدار (ملی میٹر) کا جدول بنائیں۔



Web version of PCTB textbook

مہینہ	بارش کی مقدار (ملی میٹر) شہر 1	بارش کی مقدار (ملی میٹر) شہر 2
جنوری		
فروری		
مارچ		
اپریل		
مئی		
جون		
جولائی		
اگست		
ستمبر		
اکتوبر		
نومبر		
دسمبر		

Web version of PCTB textbook

خطی یالائن گراف کی خوبیاں (Merits of Line Graph)

خطی یالائن گراف کی مندرجہ ذیل خوبیاں ہیں۔

1- خطی گراف کی مدد سے بہت سی اشیا کی سالانہ، ماہانہ اور روزانہ کی پیداوار کی کمی وبیشی کو بہتر طریقے سے پیش کیا جا سکتا ہے۔

2۔ یہ گراف آب وہوا کے اعداد وشمار دکھانے کے لیے بہتر ہے۔

3۔ اِس گراف کے ذریعے مختلف مقداروں کا مقابلہ کرنا بہت آسان ہوجاتا ہے۔

4۔ اِس گراف کے ذریعے چیزوں کی مقداروں کے اُتار چڑھاؤ کو ظاہر کرنا آسان ہوجاتا ہے۔

5۔ خطی گراف شماریاتی اعداد وشمار کو ظاہر کرنے کا آسان طریقہ ہے۔

خطی یالائن گراف کی خامیاں (Demerits of Line Graph)

خطی یالائن گراف کی مندرجہ ذیل خامیاں ہیں۔

1- اِس گراف کے ذریعے کسی چیز کی فی صدی مقدار ظاہر نہیں کی جا سکتی۔

2۔ اِس گراف کے ذریعے کسی چیز کی کل مقدار ظاہر کرتے وقت غلطی کا امکان موجود رہتا ہے۔

مشق (Exercise)

سوال 1: ایک مقام کا اوسط ماہانہ درجہ حرارت درج ذیل ہے اس کو خطی گراف کے ذریعے ظاہر کریں۔

مہینے	درجہ حرارت سینٹی گریڈ میں	مہینے	درجہ حرارت سینٹی گریڈ
جنوری	13.3	جولائی	40.5
فروری	14.5	اگست	37.4
مارچ	17.8	ستمبر	35.0
اپریل	22.0	اکتوبر	26.7
مئی	34.0	نومبر	23.0
جون	42.3	دسمبر	17.1

سوال 2: اگر ایک مقام کی ماہانہ اوسط بارش درج ذیل ہو تو اس کو خطی گراف کے ذریعے سے ظاہر کریں۔

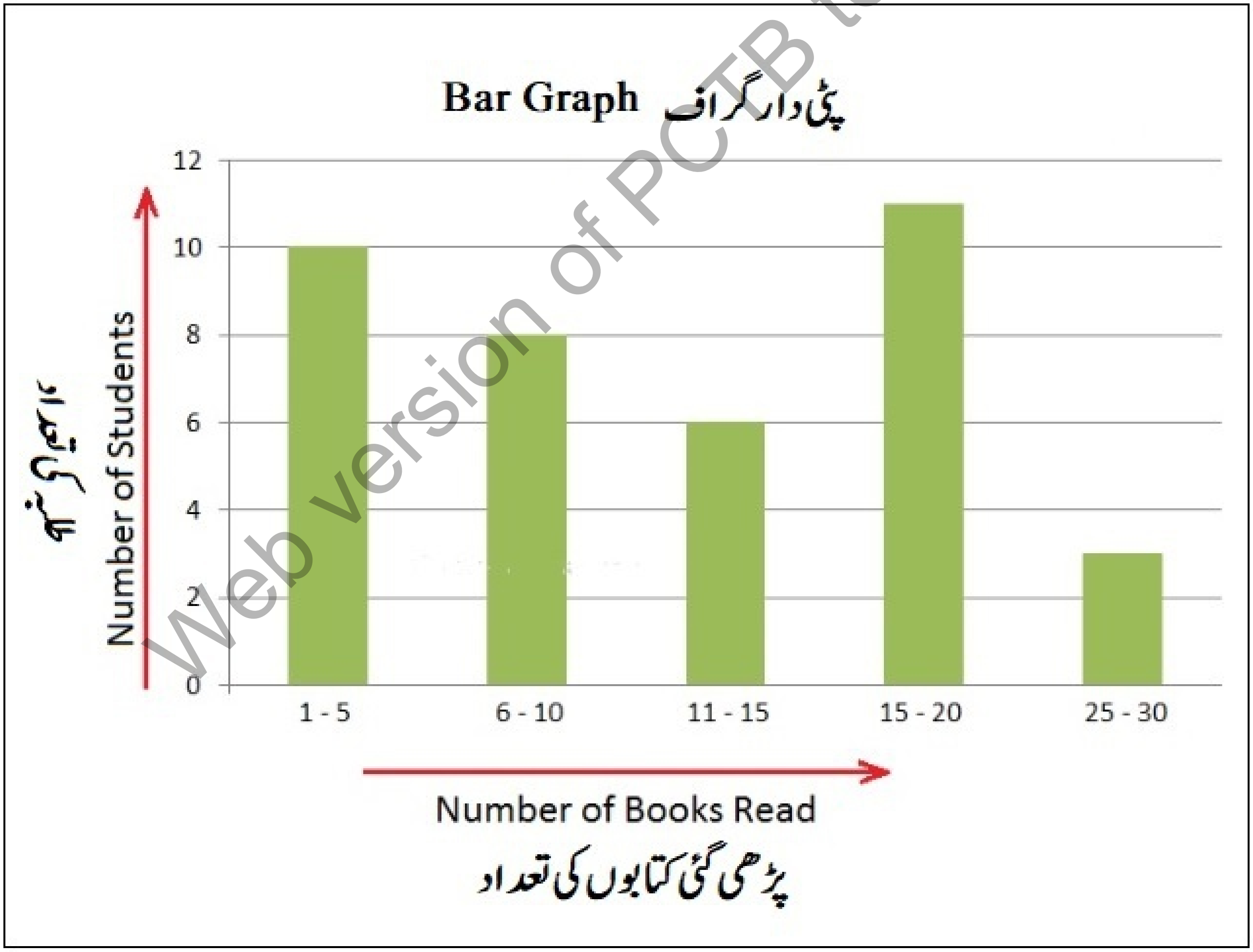
مہینے	بارش (ملی میٹر)	مہینے	بارش (ملی میٹر)
جنوری	1.2	جولائی	4.9
فروری	0.5	اگست	7.2
مارچ	2.7	ستمبر	3.8
اپریل	0.4	اکتوبر	2.1
مئی	2.9	نومبر	1.8
جون	3.0	دسمبر	1.5

Web version of PCTB textbook

1۔ پٹی دار یا بار گراف (Bar Graph)

بعض اوقات شماریاتی اعداد و شمار کو گراف پیپرز پر ایک ستون (کالم) یا پٹی کی شکل میں دکھایا جاتا ہے۔ اسے بار گراف یا پٹی دار گراف کہتے ہیں۔ یہ پٹیاں یکساں موٹائی میں ایک دوسرے کے ساتھ ساتھ برابر فاصلوں پر کھینچی جاتی ہیں۔ یہ طریقہ مختلف مقداروں کے آپس میں مقابلے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ اس میں پٹیوں کی لمبائی پیمانے کے مطابق بنائی جاتی ہے۔

یہ گراف بنانے کے لیے بھی باہم عموداً دو خط کھینچے جاتے ہیں۔ اگر افقی خط پر مناسب وقفوں سے اشیا یا جگہوں کے نام لکھے جائیں تو دوسرے خط پر مقداریں ظاہر کی جاتی ہیں، یعنی یہ پٹیاں اُفقی یا عمودی حالت میں کھینچی جاتی ہیں لیکن عموماً عمودی پٹیوں کو ترجیح دی جاتی ہے کیونکہ پٹی کے بالمقابل اعداد و شمار آسانی سے درج ہو جاتے ہیں۔ یہ طریقہ ایک ہی نوعیت کی مختلف مقداروں کو ظاہر کرنے کے لیے بہت ہی موزوں سمجھا جاتا ہے مثلاً مختلف شہروں کی آبادی، درآمدات و برآمدات، سڑکوں کی لمبائی، کسی سکول یا کالج میں پڑھنے والے طلبہ کی تعداد وغیرہ۔ مثال کے طور پر ذیل میں ایک پٹی دار گراف دیا گیا ہے جس میں ایک سکول میں طلبہ کی تعداد اور ان کی پڑھی جانے والی کتب کو دکھایا گیا ہے۔

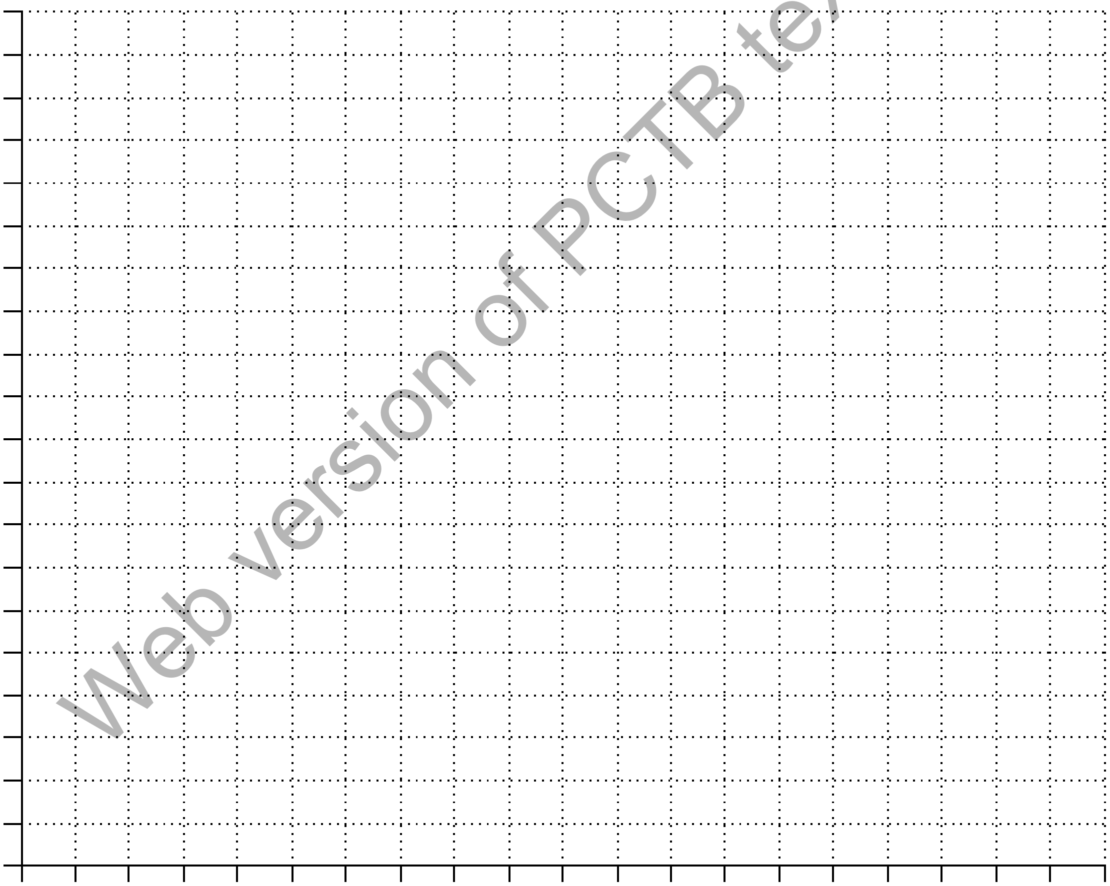


Web version of PCTB textbook

سرگرمی

ایک کالج میں مختلف کلاسز میں طلبہ کی تعداد درج ذیل ہے اس کو بذریعہ پٹی دار گراف ظاہر کریں۔

	کلاسز	طلبہ کی تعداد
1۔	فسٹ ائیر	1025 طلبہ
2۔	سیکنڈ ائیر	833 طلبہ
3۔	تھرڈ ائیر	400 طلبہ
4۔	فورتھ ائیر	370 طلبہ



Web version of PCTB textbook

پٹی دار گراف کو بناتے وقت درج ذیل باتوں کا خیال رکھنا چاہیے:

- ☆ پٹیوں کا درمیانی فاصلہ یکساں ہو
- ☆ پٹیوں کی لمبائی مقررہ پیمانے کے مطابق ہو
- ☆ تمام پٹیوں کی موٹائی یکساں ہو

پٹی دار گراف کی اقسام (Types of Bar Graph)

پٹی دار گراف کی تین بڑی اقسام ہیں:

1۔ واحد بار (Simple Bar)

2۔ کثیر بار (Multiple Bar)

3۔ مرکب بار (Compound Bar)

پٹی دار گراف کی خوبیاں (Merits of Bar Graph)

1۔ پٹی دار گراف مختلف مقداروں کا بہترین صورت میں موازنہ پیش کرتے ہیں۔

2۔ پٹی دار گراف کل مقدار اور فی صد مقدار کو بہترین صورت میں ظاہر کرتے ہیں۔

3۔ پٹی دار گراف دوسرے گرافوں کی نسبت زیادہ خوبصورت اور جاذب نظر لگتے ہیں۔

پٹی دار گراف کی خامیاں (Demerits of Bar Graph)

1۔ پٹی دار گراف پر آب وہوا کے اعداد وشمار کو دُرست طریقے سے ظاہر کرنا مشکل ہے۔

2۔ پٹی دار گراف نسبتاً زیادہ جگہ گھیرتا ہے۔

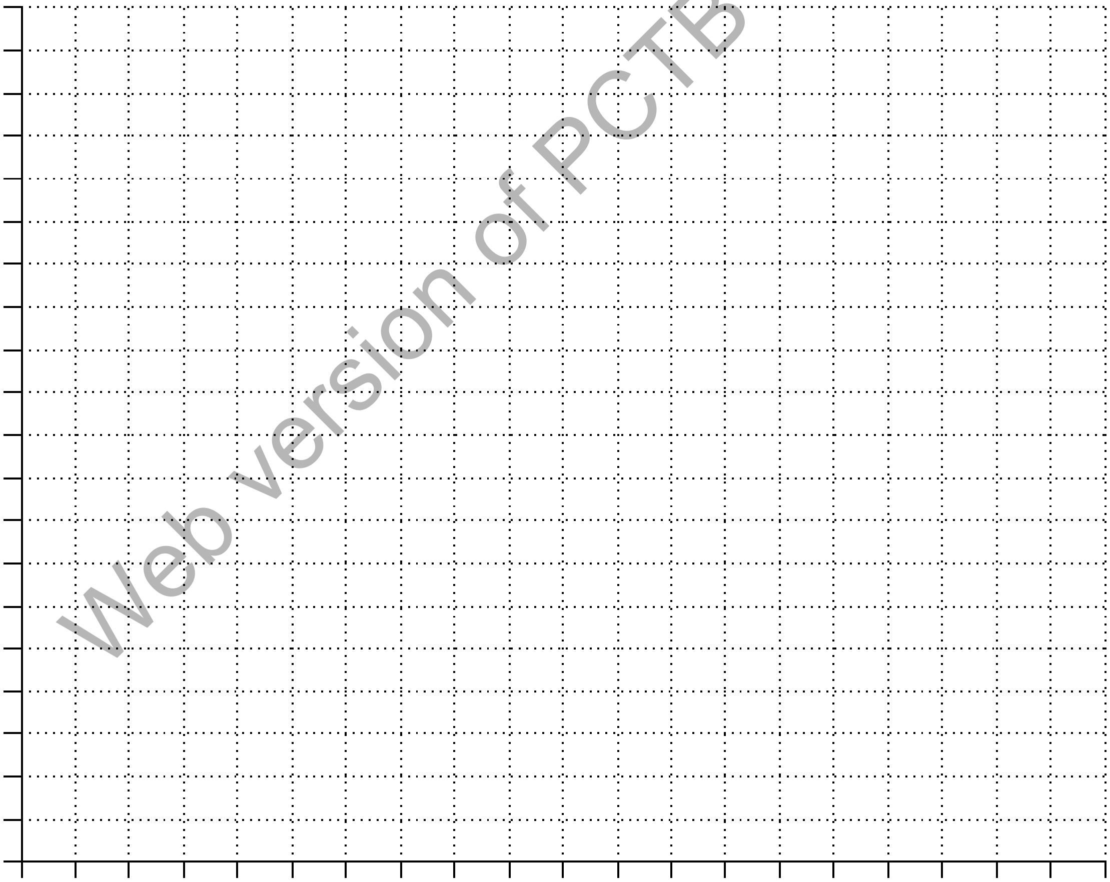
3۔ اگر مقداروں میں بہت زیادہ فرق ہو تو ایک پٹی بہت چھوٹی ہوگی جبکہ دوسری پٹی بہت لمبی ہو جائے گی اور کم جگہ پر نہیں آ سکے گی۔

Web version of PCTB textbook

مشق (Exercise)

سوال 1: مندرجہ ذیل اعداد وشمار ایک ملک کی برآمدات کے دیے گئے ہیں ان کو بذریعہ پٹی دار گراف ظاہر کریں۔

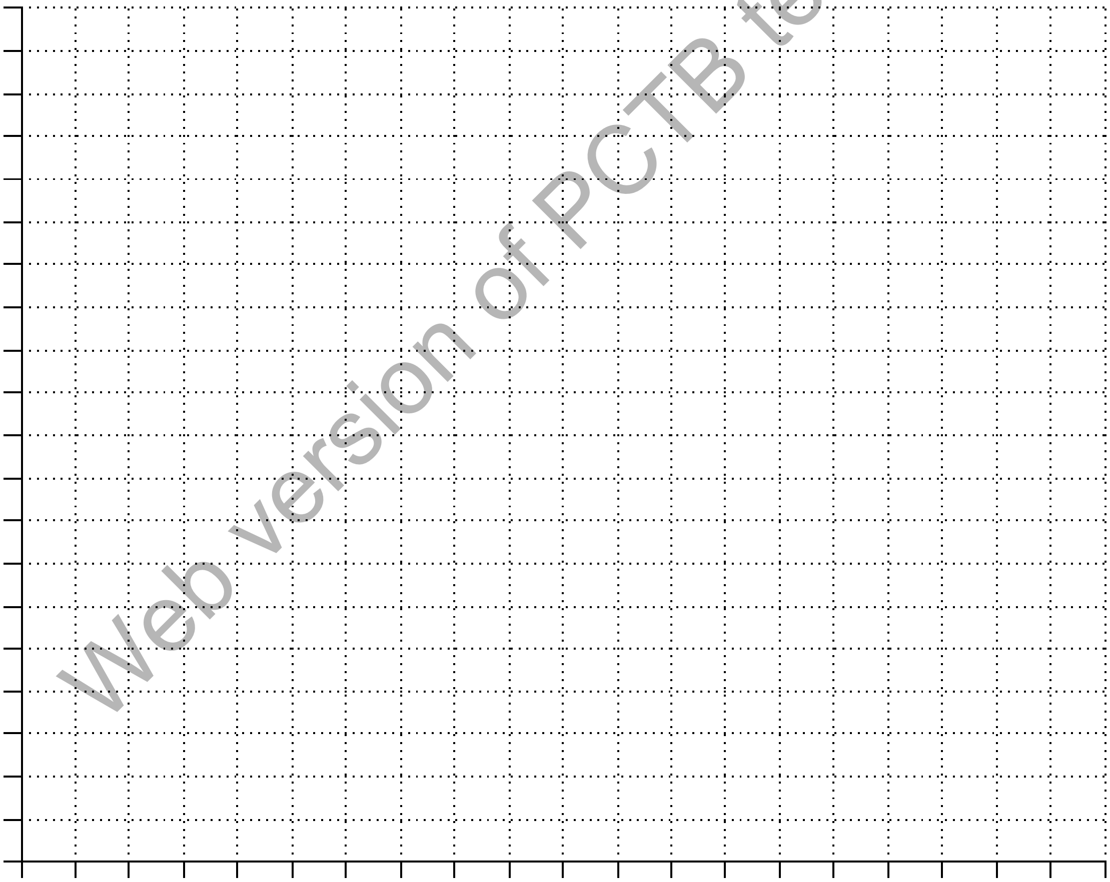
	نام اشیا	برآمدات کی مالیت (ملین ڈالرز میں)
1۔	معدنی تیل	5085
2۔	لوہا	6670
3۔	زرعی مشینری	2150
4۔	گندم	1855
5۔	ادویات	3315



Web version of PCTB textbook

سوال 2: پاکستان کی چند اہم سڑکوں کی لمبائی درج ذیل ہے۔ ان کو بذریعہ پٹی دار گراف ظاہر کریں۔

	نام سڑک	لمبائی کلومیٹروں میں
1۔	سُپر انڈس ہائی وے	1265
2۔	شاہراہِ قراقرم	803
3۔	پاکستان موٹر وے M2	367
4۔	پاکستان موٹر وے M1	154
5۔	پاکستان موٹر وے M3	52



Web version of PCTB textbook

3۔ مدوراشکال یا پائی گراف (Pie Graph)

پائی گراف کو دائروی اشکال، چرخی اشکال اور مُدوراشکال کے نام سے بھی پکارتے ہیں، یعنی بعض اعدادوشمار کو چھوٹے بڑے دائروں کے ذریعے ظاہر کیا جاتا ہے اِس طریقے میں مختلف مقداروں کو مختلف قسم کے نصف قطر کے دائروں کی مدد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یہ طریقہ اُس وقت استعمال کیا جاتا ہے جب کسی چیز کی مقداروں میں پایا جانے والا فرق بہت زیادہ ہو۔

پائی گراف بنانے کے مندرجہ ذیل طریقے ہیں۔

(i) جذری طریقہ (Root Methods)

(ii) فیصدی طریقہ (Percentage Methods)

(iii) زاویاتی یا سیکٹر طریقہ (Angle or Sector Methods)

(i) جذری طریقہ (Root Methods)

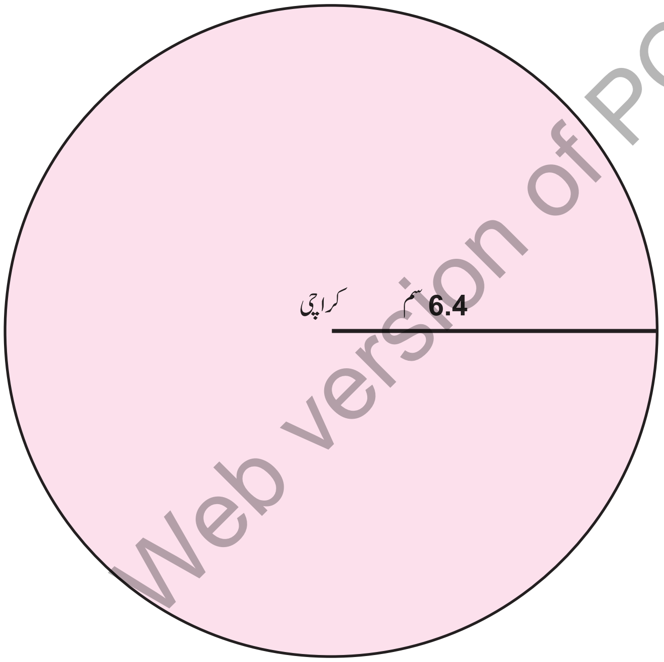
جذری طریقہ میں دائروں کے کھینچنے کا اصول یہ ہے کہ ہر مقدار کا جذر معلوم کر لیا جاتا ہے اور پھر پیمانے کے مطابق ہر مقدار کے لیے الگ الگ نصف قطر معلوم کر کے دائرے کھینچ لیے جاتے ہیں۔

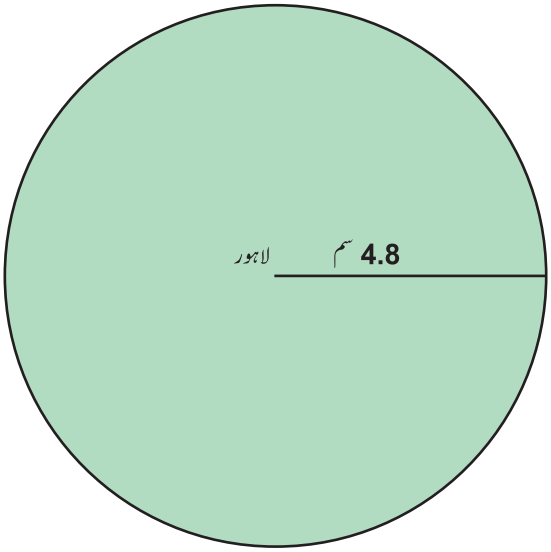
مثال کے طور پر 2017ء کے تخمینے کے مطابق کراچی کی آبادی 1 کروڑ 49 لاکھ جبکہ لاہور کی آبادی 1 کروڑ 10 لاکھ تھی۔ اس کو بذریعہ پائی گراف اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے۔

کراچی کی آبادی = 14900000

جذر = 3860

پیمانہ 600 پر تقسیم کرنے سے = 6.4 سم





لاہور کی آبادی = 11000000

جذر = 3316.6

پیمانہ 600 پر تقسیم کرنے سے = 4.8 سم

Web version of PCTB textbook

(ii) فیصدی طریقہ (Percentage Method)

اِس طریقے میں جب ایک ہی طرح کی کل مقداروں کو ایک ہی دائرے کے اندر فیصد میں دکھانا ہو تو تمام مقداروں کو 100 کے برابر تصور کر کے اور پھر دائرے کو مقداروں کی مناسبت سے 100 پر تقسیم کر کے دائرے کو برابر حصوں میں تقسیم کر لیا جاتا ہے۔ اس طریقے میں کل مقدار کا کوئی سا مناسب نصف قطر کا دائرہ لگا لیا جاتا ہے جو کہ دائرے کے 360 درجوں کو ظاہر کرتا ہے اِس کے بعد ہر مقدار کے مطابق اس کا زاویہ لگایا جاتا ہے۔

فارمولہ

$$\frac{\text{دی ہوئی مقدار} \times 100}{\text{کل دی ہوئی مقدار}}$$

مثال کے طور پر پاکستان کے صوبوں کی آبادی 2017ء کے اعداد و شمار کے مُطابق قریباً 207.6 ملین ہے۔ یہ گراف بذریعہ فیصدی طریقہ بنایا گیا ہے۔

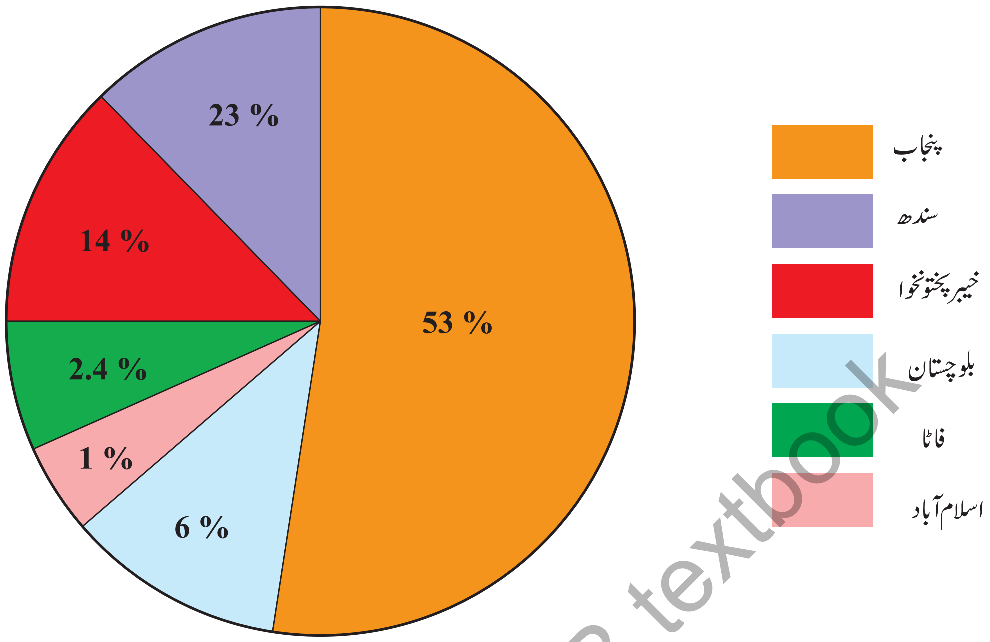
نمبر شمار	نام صوبہ	آبادی ملین میں	فیصدی حصہ
1۔	پنجاب	110	% 53 = $\frac{100x110}{207.6}$
2۔	سِندھ	47.8	% 23 = $\frac{100x47.8}{207.6}$
3۔	خیبر پختونخوا	30.5	% 14.6 = $\frac{100x30.5}{207.6}$
4۔	بلوچستان	12.3	% 6 = $\frac{100x12.3}{207.6}$
5۔	فاٹا	5	% 2.4 = $\frac{100x5}{207.6}$
6۔	اسلام آباد	2	% 1 = $\frac{100x2}{207.6}$
۔	ٹوٹل	207.6	۔

Web version of PCTB textbook

اب کسی مناسب نصف قطر کا دائرہ کھینچتے ہیں اور ہر صوبے کی فیصد آبادی کے لیے زاویے معلوم کرتے ہیں۔

1۔	پنجاب	=	190.8 = 53
2۔	سِندھ	=	82.8= 23
3۔	خیبرپختونخوا	=	52.56= 14.6
4۔	بلوچستان	=	21.6 = 6
5۔	فاٹا	=	8.64= 2.4
6۔	اسلام آباد	=	3.6 = 1

Web version of PCTB textbook



2017ء کی مردم شماری کے مطابق پاکستان کی آبادی کے پائی گراف کا فیصدی طریقہ

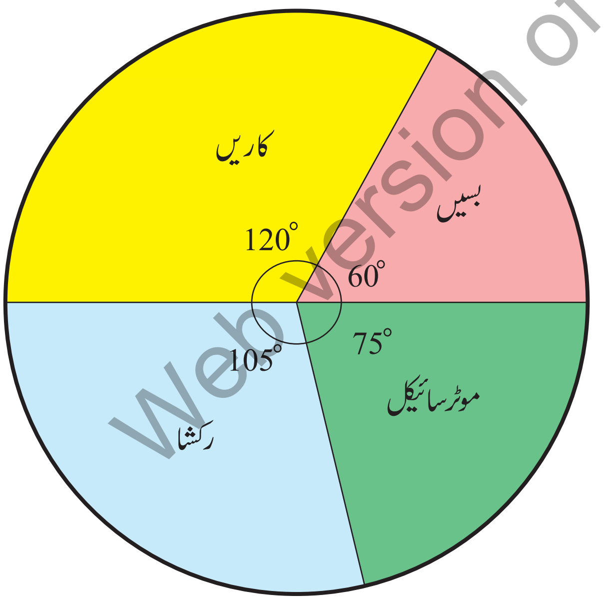
Web version of PCTB textbook

(iii) زاویاتی یا سیکٹر طریقہ (Sector Method)

اس طریقہ کو ایک ہی شے کی مختلف مقداروں کا باہمی موازنہ کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کے مطابق کل مقداروں کے مجموعے کو ظاہر کرنے کے لیے سب سے پہلے ایک مُناسب نصف قطر کا دائرہ لگایا جاتا ہے۔ چوں کہ دائرے میں 360 زاویے ہوتے ہیں، اس لیے ہر مقدار کا الگ الگ زاویہ معلوم کر لیا جاتا ہے۔

اس کا فارمولہ یہ ہے:

$$\frac{360 \times \text{دی ہوئی مقدار}}{100}$$



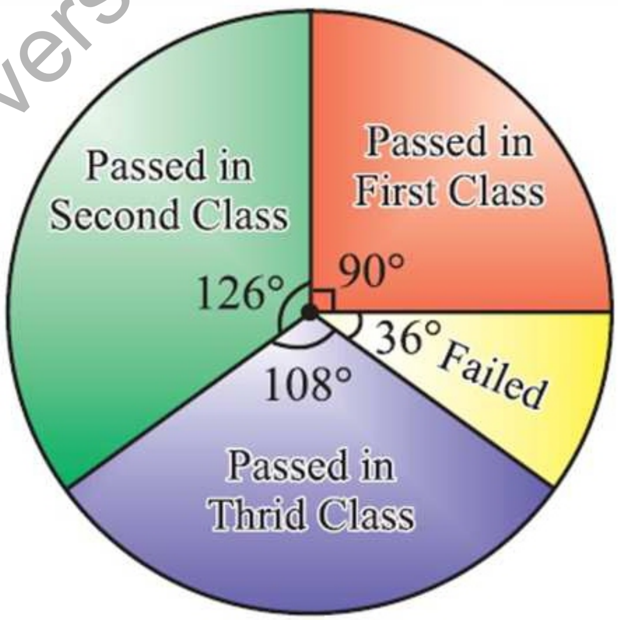
پائی گراف کے ایک خاکے میں سیکٹر طریقہ کے تحت ایک شہر میں مختلف ذرائع آمدورفت کو دکھایا گیا ہے۔

ذیل میں ایک سکول کے امتحان کا نتیجہ پائی گراف کے مختلف طریقوں کی مدد سے ظاہر کیا گیا ہے۔

رزلٹ	فرسٹ ڈویژن میں پاس	سیکنڈ ڈویژن میں پاس	تھرڈ ڈویژن میں پاس	فیل
طلبہ کی فیصد تعداد	**25 %**	**35 %**	**30 %**	**10 %**

رزلٹ	طلبہ کی فیصد	مرکزی زاویہ
فرسٹ ڈویژن میں پاس	25 %	$25/100 \times 360 = 90^\circ$
سیکنڈ ڈویژن میں پاس	35 %	$35/100 \times 360 = 126^\circ$
تھرڈ ڈویژن میں پاس	30 %	$30/100 \times 360 = 108^\circ$
فیل	10 %	$10/100 \times 360 = 36^\circ$
(Total) کل	100 %	360°

Web version of PCTB textbook



پائی گراف کی خوبیاں (Merits of Pie Graph)

1۔ پائی گراف مختلف مقداروں کا مقابلہ بہترین طریقے سے پیش کرتے ہیں۔

2۔ پائی گراف دوسرے طریقوں کے مقابلے میں زیادہ خوبصورت دکھائی دیتے ہیں۔

3۔ پائی گراف کے ذریعے بہت بڑی مقداروں اور بہت چھوٹی مقداروں کو آسانی سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

4۔ فی صدی مقداروں کو ظاہر کرنے کا یہ بہت آسان طریقہ ہے۔

5۔ پائی گراف مختلف ممالک، شہروں کے رقبہ جات دکھانے کے لیے بہترین تصور کیے جاتے ہیں۔

پائی گراف کی خامیاں (Demerits of Pie Graph)

1۔ پائی گراف آب و ہوا کے اعداد و شمار ظاہر کرنے سے قاصر ہیں۔

2۔ پائی گراف کے دائرے عام طور پر زیادہ جگہ گھیرتے ہیں۔

3۔ اگر مقداروں میں فرق زیادہ نہیں ہوگا تو دائروں کے رقبوں میں بھی بہت فرق نہ ہوگا تو آپس میں مُقابلہ مُشکل ہوگا۔

Web version of PCTB textbook

مشق (Exercise)

سوال 1: ایک ملک کی بیرونی تجارت کے اعداد و شمار درج ذیل ہیں۔ ان کو بذریعہ پائی گراف ظاہر کریں۔

سال	برآمدات (ملین روپوں میں)	درآمدات (ملین روپوں میں)	کل تجارت
2019-20	16255	20867	37122
2021-22	15843	19724	35567

Web version of PCTB textbook

سوال 2: 2017ء کے تخمینے کے مطابق لاہور کی آبادی تقریباً 110 ملین جبکہ کراچی کی آبادی تقریباً 149 ملین تھی اِن اعداد و شمار کو بذریعہ پائی گراف ظاہر کریں۔

سوال 3:   ایک خاندان کے سالانہ اخراجات کی تفصیل دی گئی ہے۔ اِن اعدادوشمار کو بذریعہ پائی گراف ظاہر کریں۔

اشیا	خوراک	مکان کا کرایہ	لباس	تعلیم	بچت	متفرق
اخراجات روپوں میں	45000	60000	20000	35000	50000	25000

Web version of PCTB textbook